

# 動径基底 ART マップと PSO の協調

Collaboration of Radial-basis ART-map and Support vector Machines

徳永 章哲<sup>1</sup>  
Fumiaki Tokunaga

佐藤 拓海<sup>1</sup>  
Takumi Sato

斎藤 利通<sup>1</sup>  
Toshimichi Saito

法政大学 理工学部 電気電子工学科<sup>1</sup>

Electrical and Electronics Department, Faculty of Science and Engineering, Hosei University

## 1 まえがき

動径基底適応共鳴理論写像 (ART, [1]-[2]) とは, 適応共鳴理論ネットワークを教師あり学習に拡張したものであり, 入力情報をカテゴリで分類する認知情報処理モデルの一種である. その中で新しい適合関数であるビジランスパラメータを導入して, より簡素なアルゴリズムで学習を可能とした Radial Basis ART (RBART) を最適化問題に組み合わせる. 粒子群最適化法 (PSO, [3]) とは, 生物の群れの振る舞いを基に考案された群知能最適化手法の1つである. PSO で用いる粒子は潜在解に対応し, 各粒子は探索情報を交換しながら探索を行う. PSO は簡素で不連続問題にも適応できる. 信号処理 [4] やニューラルネットワークのパラメータ設計 [5] 等, 様々な応用も検討されている. 本稿では, ART と PSO を組み合わせることで, 複数解問題 (MSPs, [3]) の解の個数を自動で判定するアルゴリズムの提案を行う. そのために, 複数解問題である Hénon map を用いて数値実験を行い, その特性を検証する.

## 2 複数解問題

本章では目的の MSP である Hénon map を定義する.

$$\begin{cases} x_1(n+1) = 1 - ax_1(n)^2 + x_2(n) \\ x_2(n+1) = bx_1(n) \\ ab \cdot x(n+1) = \mathbf{F}(x(n)) \end{cases} \quad (1)$$

この写像は典型的な離散力学系として知られており, 様々なカオス的・周期的な減少と関連する分岐現象を記述することができる [6]. 評価関数を以下の式で定義する.

$$\begin{aligned} G_m(x) &\equiv \| \mathbf{F}^m(x) - x \| \geq 0, \\ x \in S_A &\equiv \{x | X_{Lj} \leq x_j \leq X_{Rj}, j = 1, 2\} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし,  $S_A$  を探索空間,  $\| \cdot \|$  はユークリッド距離である.  $G_m(x) = 0$  の時  $m$  周期の周期点とする. 本論文では, 簡略化のために以下のパラメータで定義する.

$$G_4(x) = 0, \quad x \in S_A, \quad \text{for } a = 1, b = 0.3 \quad (3)$$

この場合, Hénon map は 4 周期が 4 個, 2 周期が 2 個, 不動点が 1 個で合計 7 個の周期点を持つ. 本論文では周期点を区別せず, すべての解は Eq. (3) で探索できるものとする.

## 3 アルゴリズム

本章では提案手法のアルゴリズムについて紹介する. アルゴリズムは, PSO と ART のサブルーチンで構成されて

いる. まず, PSO のサブルーチンについて定義する. ART には RingPSO を用いている. RingPSO は基本的な PSO であり, 簡素な構造でありながら高い探索性能を持つことで知られる. 探索には  $N_p$  個の粒子が用いられる. 離散時間  $t$  における粒子の位置と速度は, それぞれ  $x_i(t), v_i(t)$  で表され, これらを更新することで解を探索する. ただし,  $i = 1 \sim N_p$  である. 粒子の更新は 2 種類の位置情報をもとに行われる. 1 つめは Pbest であり, 各粒子の探索過程における最適値を与える. その粒子位置を  $x_i^P(t)$  と記す. もう 1 つは Lbest である. Lbest は自身とトポロジーにおける近傍粒子中の最適値である. 対応する粒子位置を  $x_i^L(t)$  と記す. PSO のサブルーチンは 5 つの step で定義されている.

Step 1(初期化) 探索時間を  $t$  とし,  $t = 0$  とする.  $N$  個の粒子ベクトル  $x_i(0)$  と速度ベクトル  $v_i(0)$  を初期化する. Step 2(位置と速度の更新) 全粒子の位置と速度を次式により更新する.

$$x_i^t \leftarrow x_i^t + v_i^t, \quad v_i^t \leftarrow wv_i^t + c_1(x_i^P - x_i^t) + c_2(x_i^L - x_i^t) \quad (4)$$

Step 3(情報の更新) 位置  $x_i(t)$  を基に各粒子の評価値  $f(x)$  を計算し, Pbest と Lbest を更新する.

$$\begin{aligned} x_i^P &\leftarrow x_i^t(t) & \text{if } G_4(x_i^t) < G_4(x_i^P) \\ x_i^L &\leftarrow x_j^t(t) & \text{if } G_4(x_j^P) < G_4(x_i^L) \text{ for } x_j^P \in B_i \end{aligned} \quad (5)$$

条件が満たされない場合, Pbest と Lbest は前時間の情報を引き継ぐ.

Step 4(時間の更新)  $t \leftarrow t + 1$  とする.  $t$  が最大探索時間  $t_{max}$  に達した時 Step5 に進む. それ以外は Step2 に戻る. Step 5(解の候補の選定)  $x_i^P$  の値がしきい値未満の場合, その粒子を解の候補とする.  $N_s$  を解の候補の数とし,  $X_1 = (X_1, Y_1)$  から  $X_{N_s} = (X_{N_s}, Y_{N_s})$  までを入力として, ART のサブルーチンに移行する.

次に, ART のサブルーチンについて定義する.  $X_j = (X_j, Y_j)$  は  $j$  番目の解の候補の座標である. ただし,  $i = 1 \sim N_s$  である. 離散時間  $\tau$  の時のカテゴリーの数を  $N_c^\tau$  とする. 時間  $\tau$  の時の  $j$  番目のカテゴリー  $W_j^\tau$  はカテゴリーの中心  $x_j$  と半径  $r_j$  を用いて以下の式で記される.

$$W_j^\tau = (x_j^\tau, r_j^\tau), \quad x_j^\tau \equiv (x_j^\tau, y_j^\tau), \quad j = 1 \sim N_c^\tau \quad (6)$$

ARTのサブルーチンは以下の5つのステップで定義されている。

Step 1(初期化)  $\tau = 0$  とする。解の候補から初期入力  $S_0$  を提示しカテゴリーを挿入する。

Step 2(勝者選択) 解の候補から入力  $X_i$  を提示する。既存のカテゴリー内に入力された場合は Step5 へ、そうでない場合はもっとも入力に近いカテゴリーを勝者カテゴリー  $W_c$  とする。

$$T_c = \min_j T_j, T_j = \| \mathbf{x}_j - \mathbf{X}_i \| - kr_j^\tau \quad (7)$$

この時、 $T_c$  を勝者カテゴリー、 $k \in [-1, 1]$  を距離パラメータとする。 $T_c$  とビジランスパラメータ  $\rho$  を比較して、 $T_c$  が大きければ Step3 へ、 $\rho$  が大きければ Step4 へ。

Step 3(カテゴリーの挿入) 入力座標を中心とした、半径 0 の新たなカテゴリー  $W_{N_c} = (X_{N_c}, Y_{N_c}, 0)$  を挿入して、Step5 へ Step 4(カテゴリーの拡大) 勝者カテゴリー  $W_c$  を入力  $P_i$  の境界線まで拡大し Step5 へ

Step5  $\tau \leftarrow \tau + 1$  とする。 $\tau_{max}$  でないなら Step2 へ。  $\tau \leftarrow N_p$  の時、カテゴリーの数  $N_c$  が実際の複数解問題の解の数と等しい場合、解の個数を自動で判定することができたとみなすことができる。

#### 4 数値実験

提案アルゴリズムの特性解析のため、Eq. (3) で表される Hénon map の周期点探索を行った。パラメータは以下のように設定した。

$$N = 100, \omega = 0.7, c_1 = c_2 = 1.4, t_{max} = 100, C_s = 0.03 \\ k = -0.5, \rho = 0.35, \tau_{max} = N_s,$$

結果を図1, 図2, 表1に示す。PSOのサブルーチンの時点で、図1では、69個 ( $N_s = 69$ ) の解の候補となる粒子で7個の周期点を発見したが、図2では67個 ( $N_s = 67$ ) の解の候補となる粒子で6個の周期点しか発見できなかった。両方の場合でARTのサブルーチンでは、すべての周期点が1つのカテゴリーで構成されている。この結果から、PSOですべての周期点を発見した場合はARTではほぼ正確に解の数を導出することができた。

#### 5 むすび

ARTとPSOを協調することで複数解問題の解の数を自動的に判定するアルゴリズムの提案をし、Hénon mapへの適用を行った。適用するPSOのサブルーチンの改良やパラメータの最適化などが課題である。

表1 成功率(SR) 試行回数 10000回  $k = -0.5$

$\rho \setminus N$	60	80	100	120	140	160
0.2	18.9	31.9	26.9	26.3	23.4	21.8
0.24	23.8	36.0	31.5	30.0	36.7	28.5
0.28	25.0	36.2	33.4	36.3	48.8	35.4
0.32	25.5	35.2	34.2	39.5	55.0	38.7
0.36	22.3	32.6	34.3	39.2	55.0	38.0
0.4	8.3	13.8	17.3	18.6	26.0	16.7

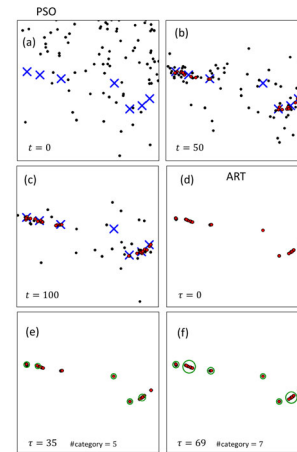


図1 成功例  $\rho = 0.35, k = -0.5$ . (a) to (c): PSO. 黒点は粒子の現在位置, 赤点はしきい値未達の粒子の位置を示す。 (d) to (f): ART. 緑の丸はARTのカテゴリーを示す。

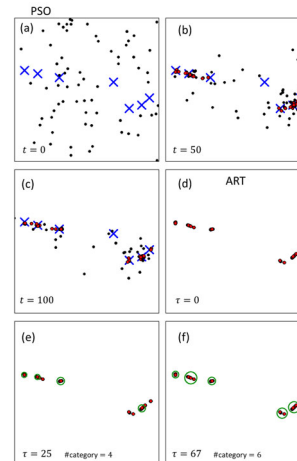


図2 失敗例  $\rho = 0.35, k = -0.5$ . (a) to (c): PSO. (d) to (f): ART.

#### 参考文献

- [1] Carpenter, G. A., Grossberg, S., Rosen, D. B.: Fuzzy ART: Fast stable learning and categorization of analog patterns by an adaptive resonance system. *Neural Networks*, 4, 759–771 (1991)
- [2] Takanashi, M., Torikai, H., Saito, T.: An approach to collaboration of growing self-organizing maps and adaptive resonance theory maps. *IEICE Trans. Fundamentals*, E90-A, 9, 2047–2050 (2007)
- [3] Engelbrecht, A.P.: *Fundamentals of computational swarm intelligence*. Wiley. (2005)
- [4] Hsieh, S.-T., Sun, T.-Y., Lin, C.-L., Liu, C.-C.: Effective learning rate adjustment of blind source separation based on an improved particle swarm optimizer. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 12(2), 242–251 (2008)
- [5] Matsushita, H., Saito, T.: Application of particle swarm optimization to parameter search in dynamical systems. *NOLTA, IEICE*. E94-N, 10, 458–471 (2011)
- [6] Ott, E.: *Chaos in Dynamical Systems*. Cambridge Univ. Press, (1993)
- [7] Maruyama K., Saito, T.: Deterministic particle swarm optimizers with collision for discrete multi-solution problems. In: *Proc. IEEE/SMC*, 1335–1340 (2013)