

G-22

組合せオークションに基づく スケジューリング問題の定式化とその解法について

Formalizing Scheduling Problem based on Combinatorial Auction and its Solution

服部 宏充[†] 大園 忠親^{††} 新谷 虎松^{††}
Hiromitsu HATTORI Tadachika OZONO Toramatsu SHINTANI

[†]名古屋工業大学大学院 工学研究科 ^{††}名古屋工業大学 知能情報システム学科

1 はじめに

複数メンバーによるスケジューリングを行う際には、各メンバーの希望を適切に反映し、全体として矛盾の無いスケジュールを決定する必要がある。スケジューリング問題は、複数のメンバーに関係する一種の最適化問題と見なすことができる。そのため、適切な問題の定式化と、その定式化の下での最適解の決定が本質的な課題となる。これまでに、問題を制約充足問題として定式化し、制約解消を行うことでスケジュールを決定する研究が行われている。本論文では、スケジューリング問題を、組合せオークション [1] と等価な問題として定式化し、スケジュールの決定プロセスを、勝者決定問題の解の探索に帰着させ、最適なスケジュールを決定する手法を提案する。組合せオークションとは、入札者が複数の財の組合せに対して入札可能なオークションプロトコルである。組合せオークションの勝者決定問題とは、複数の入札を処理する過程において、入札額の和を最大化する財の割当てを決定する問題であり、この問題を解くための様々なアルゴリズムが提案されている [1]。勝者決定問題は複雑な最適化問題であり、最適なスケジュールの決定問題として再定義が可能である。既存の研究のように、制約充足問題としてスケジューリング問題を定式化した場合、過制約な場合の制約解消のための特別な処理が必要とされる。しかし、勝者決定問題として定式化することで、特別な処理を加えることなく、経済的な規範に基づく最適解が決定可能である。具体的に、本論文では、各々のメンバーが希望する、連続する時間帯を占める特定のイベントを、オークションにおける財の組合せとして表現し、問題の定式化を行う。また、本論文では、イベントを行う際に利用可能な複数のリソース、およびイベントの参加者を考慮するスケジューリングを行う。ここでは、あるメンバーが、同一の時間帯に、異なるリソースを用いて行われるイベントに重複して参加することが無いようにスケジュールを決定する。

2 組合せオークション

組合せオークションでは、入札者は個々の財に対して入札するだけでなく、任意の財の組合せに対して入札することが可能である。財の割当て方法は、入札額の合計が最大化されるように決定される。組合せオークションを用いることにより、参加者の効用と売り手の収入の双方を増加することが可能となる。組合せオークションでは、入札者が個々の財の入札に関して予測をする必要がなく、単に、どの財の組合せに対してどれだけの評価値を与えるかを表明するだけで良い。

組合せオークションの主催者は、入札額の合計を最大化する財の割当てを決定するために、勝者決定問題を解決しなければならない。勝者決定問題は以下のように定義される [1]。G を財の集合とし、入札者の集合を A とする。ある入札者 i の財の組合せ $S \subseteq G$ に対する入札を $b_i(S)$ と表し、財の組

合せ S に対する最高入札額を以下のように定義する。

$$\bar{b}(S) = \max_{i \in A} b_i(S)$$

従って、最適な財の割当ては

$$\operatorname{argmax}_X \sum_{S \in X} \bar{b}(S)$$

の解となる。ここで X は、以下に定義される財の割当ての集合である。

$$X = \{S \subseteq G \mid S \cap S' = \emptyset \text{ for every } S, S' \in X\}$$

つまり、X は財の組合せ S の集合であり、かつ同一の財が X 中の複数の組合せに重複して含まれることがない。

3 スケジューリング問題の定式化

本論文では、グループにおける複数のメンバーが参加する、複数のイベントを対象としたスケジューリングを行う。ここで、イベントとは、メンバーが表明するスケジュールの構成単位要素である。実際に、特定のイベントを実行する場合には、何らかのリソースが必要となる。本論文では、より実際的な問題として、イベントを実行するために利用可能なスペースを考慮したスケジューリング問題を扱う。例えば、イベントが複数メンバーによるミーティングである場合、利用するミーティングルームを確保する必要がある。以下で、本論文におけるスケジューリング問題に関する形式的な定義を与える。メンバー i のスケジュール E_i を以下のように定義する。

$$E_i = e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{in} \quad (0 \leq n)$$

$$e_{ij} = (T_j, P_j, R_j, v_j)$$

ここで、 e_{ij} は個々のイベントである。 e_{ij} を特徴付ける 4 つのパラメータに関して、 T_j, P_j , および R_j はそれぞれ異なる種類の制約の集合で、論理記号を用いて表現される。 T_j は、イベント e_{ij} の実行時間に関する情報を表す。ここでは、イベントの開始時間 t_j^0 , および終了時間 t_j^1 に関する情報が表される。例えば、開始時間と実行時間が可変である場合は、 $T_j = (t_a \leq t_j^0 \leq t_b) \wedge (t_c \leq t_j^1 \leq t_d) \wedge (0 < (t_c - t_b))$ と表現される。 P_j はイベント e_{ij} への参加者の集合を表す。また、個々の参加者を p_m と表す。 e_{ij} への参加者に関しては、論理表現に基づいて、複数の候補の表明が可能である。例えば、 $p_1 \wedge (p_2 \vee p_3)$ と表現することで、代替的な 2通りの参加者の集合 $\{p_1, p_2\}$, および $\{p_1, p_3\}$ を扱うことが可能である。 R_j は、イベント e_{ij} で利用されるスペースを表す。ここでは、 P_j と同様に、複数のスペースを候補として表明可能である。また、 v_j はメンバー i の e_{ij} に対する評価値を表す。

4 スケジュールの決定手法

4.1 勝者決定問題への問題の再定義

第 3 節で定式化したスケジューリング問題を、組合せオークションの勝者決定問題として定義する。ここでは、各イベントが必要とする時間帯を、より小さい単位に分割された時

[†]名古屋工業大学大学院工学研究科, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology.

^{††}名古屋工業大学知能情報システム学科, Dept. of Intelligence and Computer Science, Nagoya Institute of Technology.

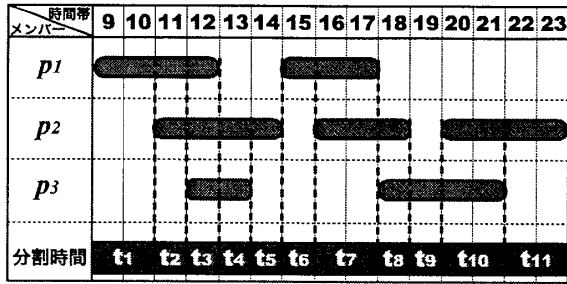


図 1: イベント実行時間の時分割

間帯 t_i の集合として表すことで、イベントを財の組合せとして処理することを可能にする。具体的には、各イベントに対して、イベントの重複パターンに基づいた時分割を行う。時分割の例を図 1 に示す。図 1 では、 p_1 , p_2 , および p_3 の 3 人のメンバーがそれぞれ表明しているイベントの時間帯と、その分割状況を示している。 p_1 と p_3 は、各々 2 つのイベントを表明しており、 p_2 は 3 つのイベントを表明している。本例において、12 時のスロットでは、3 つのイベントが重複しているが、13 時のスロットでは 2 つのイベントしか重複しておらず、連続する時間帯においてイベントの重複パターンが異なっている。そのため、これらの時間帯は分割され、12 時のスロットと 13 時のスロットには、それぞれ t_3 と t_4 のラベルが付けられている。同様に、全てのイベントに関して時分割を行うと、例えば、 p_1 が希望する 2 つのイベントの実行時間は、 $\{t_1, t_2, t_3\}$, および $\{t_6, t_7\}$ のように、より小さい時間単位の集合として表現できる。さらに、本論文では、イベントが利用するスペース、およびイベントの参加者も考慮するスケジューリング問題を扱うため、あるメンバーが、実行時間が重複する複数のイベントに参加することが無いスケジュールを決定する必要がある。また、同一のイベントが、複数存在しないようにする必要もある。そこで、メンバー i のイベント集合 S_i を以下のように定義する。

$$S_i = \bigcup_{T_k \subseteq T} S_{T_k, i} \quad (T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}, 0 \leq n)$$

$$S_{T_k, i} = TP_{T_k} \times TR_{T_k} \times \{e_{ij}\}$$

$$TP_{T_k} = \bigwedge_{p_i \in P_j} \bigwedge_{x \in T_k} t_x^{p_i}$$

$$TR_{T_k} = \bigwedge_{r_i \in R_j} \bigwedge_{x \in T_k} t_x^{r_i}$$

ここで、 $t_x^{p_i}$ は、メンバー p_i のスケジュールにおけるタイムスロット t_x を表す。 $t_x^{r_i}$ は、スペース r_i のスケジュールにおけるタイムスロット t_x を表す。本定義により、あるイベント e_{ij} がスケジュールとして決定された場合、 e_{ij} に参加するメンバー P_j , および利用するスペース r_i の、時間帯 T_j におけるスケジュールも e_{ij} と決定される。従って、あるメンバーが、実行時間が重複しているイベントに同時に参加することになるスケジュールは選択されない。さらに、 e_{ij} との直積をとることで、スケジュールに、同一のイベントが複数含まれることを回避できる。また、イベント $S_{T_k, i}$ の評価値は $v(S_{T_k, i})$ と表し、 $v(S_{T_k, i}) = v_j$ である。

4.2 スケジュールの決定手続き

本節では、前節の定義に基づくスケジュールの決定手続きを示す。手続きは大きく分けて以下の 2 ステップから成る。
【Step1】 制約の変換: 勝者決定問題としてスケジューリング問題を解くために、イベントに関する制約を、財の組合

実行時間のバリエーション

- $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $\{t_1, t_2, t_3\}$
- $\{t_2, t_3, t_4\}$
- $\{t_2, t_3\}$

イベントのバリエーション

- $\{t_1^{p_1}, t_2^{p_1}, t_3^{p_1}, t_4^{p_1}, t_1^{p_2}, t_2^{p_2}, t_3^{p_2}, t_4^{p_2}, t_1^{r_1}, t_2^{r_1}, t_3^{r_1}, t_4^{r_1}, e_{ij}\}$
- $\{t_1^{p_1}, t_2^{p_1}, t_3^{p_1}, t_1^{p_2}, t_2^{p_2}, t_3^{p_2}, t_1^{r_1}, t_2^{r_1}, t_3^{r_1}, e_{ij}\}$
- $\{t_2^{p_1}, t_3^{p_1}, t_4^{p_1}, t_2^{p_2}, t_3^{p_2}, t_4^{p_2}, t_2^{r_1}, t_3^{r_1}, t_4^{r_1}, e_{ij}\}$
- $\{t_2^{p_1}, t_3^{p_1}, t_2^{p_2}, t_3^{p_2}, t_2^{r_1}, t_3^{r_1}, e_{ij}\}$

図 2: 実行時間とイベントのバリエーション

せとして処理可能な形式に変換する。ここでは、イベントの実行時間が一意に定まらずに可変である場合、可能な実行時間のバリエーションごとに、異なるイベントを生成する。また、利用するスペースに複数の候補がある場合も同様に、可能なバリエーションごとにイベントを生成する。例えば、イベント e_{ij} に関して、 $T_j = (11 \leq t_j^p \leq 12) \vee (14 \leq t_j^p \leq 15)$, $P_j = \{p_1, p_2\}$, および $R_j = \{r_1\}$ の制約が与えられ、タイムスロットが 1 ずつ変動可能とした場合、図 2 に示す 4 通りの実行時間のバリエーションが存在する。ここで、前節の定義に従い、図中に示す 8 通りのイベントが生成できる。その結果、同一のイベント名を持つイベントが複数生成されるが、最適解の決定過程では、生成されるイベントの集合に含まれる要素に関して排他的な処理が行われるため、これらのイベントを同時に含むスケジュールは生成されない。

【Step2】 最適解の決定: 任意のメンバー i のイベント $S_{T_k, i}$ に対する評価値は $v(S_{T_k, i})$ であるから、最適なスケジュールの決定は、以下を満たす χ を求めることに他ならない。

$$\operatorname{argmax}_\chi \sum_{S_{T_k, i} \in \chi} v(S_{T_k, i})$$

$$\chi = \{S_{T_k, i} \subseteq \mathbf{S} \mid S_{T_k, i} \cap S' = \emptyset \text{ for every } S_{T_k, i}, S' \in \chi\}$$

ここで、 \mathbf{S} は【Step2】で生成された全てのイベントの集合である。つまり、メンバーの数が N ならば、 $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ である。

5 おわりに

本論文では、複数メンバーによるスケジュールの決定を、組合せオークションにおける勝者決定問題として再定義し、最適なスケジュールを決定する手法を提案した。スケジューリング問題を勝者決定問題として解く本手法では、得られる解が、実行不可能なイベントを含まず、かつ最適であることが保証される。本手法では、スケジュールの決定過程において多数のイベントが生成されるため、実際には、必要な計算量は非常に大きくなる。しかし、スケジュールの決定を勝者決定問題に帰着させているため、文献 [2] と同様の探索の高速化が可能となり、現実的な時間内での高品質なスケジュールが決定できる。

参考文献

- [1] T. Sandholm, "An algorithm for optimal winner determination in combinatorial auction," In the Proc. of IJCAI-99, pp. 542-547, 1999.
- [2] 櫻井祐子, 横尾真, 亀井剛次, "組合せオークションの高速な準最適勝者決定アルゴリズム," 人工知能学会論文誌, Vol. 16, No. 5, pp. 445-453, 2001.