

## ショートノート

### 多重多段リングシステムの最適ファンアウト数について†

海老原 義彦<sup>††</sup> 中村 奉夫<sup>††</sup>

バイパス機能をもつ多段多重リングシステムの最適ファンアウト数について述べる。ここでは集中型制御の多重多段リングシステムを対象として、モデル化と信頼性解析を行っている。システムの信頼性の評価パラメータとして、端末を集中監視するスーパーバイザの管理下にあるアクティブ端末数を用いている。この評価パラメータに基づき、アクティブ端末数を最大にする最適ファンアウト数について述べる。

#### 1. はじめに

フレーム同期集中制御による、かつバイパス機能<sup>1)</sup>をもった多重多段リングシステムの最適ファンアウト数について述べる。ファンアウト数とは集中制御を司るスーパーバイザの局を除いたリングシステムを構成する局数である。システムは階層構造を持ち、最上位層に位置するスーパーバイザ(図1のゲートウェイ  $g_1$ )がすべての端末の管理を行っている。システムの信頼性の評価パラメータとして平均実効端末数を用いる。平均実効端末数とは、スーパーバイザが管理できるアクティブ端末数の期待値である。アクティブ端末とは、スーパーバイザがある端末と通信できる場合、その端末はアクティブであると定義する。

本論文では、この平均実効端末数を最大にする多重多段リングシステムの最適ファンアウト数について論ずる。多重多段リングシステムにより多くの端末を接続するためには、各段のファンアウト数を多くとればよい。ファンアウト数が多くなると、リングシステムの障害率も高くなり、通信可能な端末数が小さくなる。逆に、リングシステムの障害率を抑えるには、ファンアウト数を小さくとる必要がある。すなわち、平均実効端末数とファンアウト数にはトレードオフが存在する。そこで、どのようなファンアウト数を選べば、平均実効端末数を最大にできるかが問題となる。文献2)では、接続端末数が一定の場合の最適ファンアウト数を求めている。しかし、ここでは接続端末数が一定でなくとも最適ファンアウト数が存在することを示し、具体的に、最適ファンアウト数を明らかにし

た。

#### 2. 多重多段リングシステムのモデル化

多重多段リングシステムは構成単位である幾つかの  $L$  重リングシステム ( $L$  は一定) から成り、 $K$  段の階層構造を構成している(図1参照)。最上位のゲートウェイ ( $g_1$ ) は端末を監視するスーパーバイザの機能を有している。各階層は各々のゲートウェイ ( $g_2 \sim g_K$ ) により結合されている。これらのゲートウェイは所属する  $L$  重リングシステムのフレーム同期を司る機能と層間のデータの送受信機能を有している。最下位層 ( $K$  層) には端末群が接続されている。ただし、端末は常に生きているものとする。

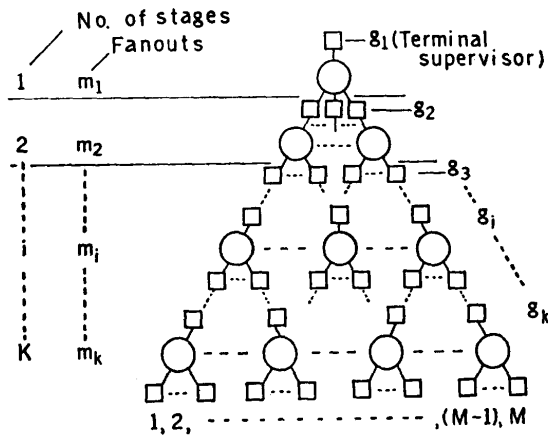
まず、構成単位である  $L$  重リングシステムについて述べる(図2参照)。第  $i$  階層 ( $i=1 \sim K$ ) の  $L$  重リングシステムは  $n_i$  個の局から成り、一つのゲートウェイ ( $g_i$ ) をもつ局と下位層に属するゲートウェイを除いた  $m_i$  個の局から構成されている。ただし、 $m_i+1=n_i$ 。各局は一つのゲートウェイ、 $L$  個のリングプロセッサ、 $L$  重リングとゲートウェイ・リングプロセッサ間の  $L$  重接続線から成る。リングプロセッサはリング上のデータの送受信と障害時のバイパス機能を持つ。リングは伝送回線と幾つかのリングプロセッサからなり、環を構成する。

フレーム同期の壊れを引き起こす原因にはゲートウェイの故障、リングプロセッサの故障またはリングの伝送回線の切断などがある。その他のシステム構成要素の障害は直接のフレーム同期障害とはならない。

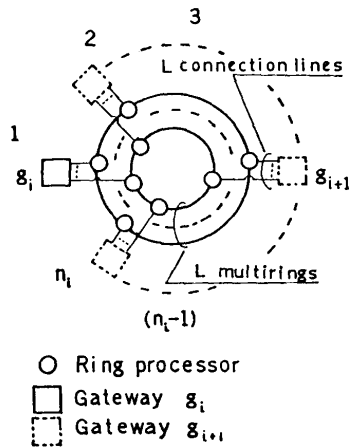
リングプロセッサの障害には2種類ある。一つはリングプロセッサの部分障害が発生しても、その障害箇所をバイパスすることにより、フレーム同期を回復させることができる障害である。ただし、バイパスすることにより、ゲートウェイまたは端末から該当するリ

† Optimal Fanouts of Multiring and Multistage System with Bypass Facilities by YOSHIHIKO EBIHARA and TOMOO NAKAMURA (Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba).

†† 筑波大学・電子情報工学系



○ Multirings, □ Gateway  $g_i$ , □ Terminal  
 図 1  $L$ 重 $K$ 段リングシステム構成  
 Fig. 1  $L$  multiring and  $K$  multistage system structure.



○ Ring processor  
 □ Gateway  $g_i$   
 □ Gateway  $g_{i+1}$   
 図 2 第  $i$  階層の  $L$  重リングシステム構成  
 Fig. 2  $L$  multiring system structure at the  $i$ th layer.

リングプロセッサを介してリングにアクセスすることができない。このような障害を非カタストロヒック障害という。他はフレーム同期が回復できない状態を引き起こす障害で、これをカタストロヒック障害と呼ぶ。この場合、該当しているリングプロセッサの故障を意味し、そのリングプロセッサが接続されているリングは使用不可能となる。

次に各局の構成要素の障害確率を以下のように定める。

- $G_i$ :  $i$  層のゲートウェイの障害確率
- $R_i$ :  $i$  層のリングプロセッサの非カタストロヒック障害確率
- $D_i$ :  $i$  層のリングプロセッサのカタストロヒック障害確率

なお、リングの伝送回線の障害は受信側リングプロセッサのカタストロヒック障害として含める。またゲートウェイ・リングプロセッサ間接続線の障害はリングプロセッサの非カタストロヒック障害として含める。

### 3. 多重多段リングシステムの信頼性

多重多段リングシステムに接続されている総端末数は次式で表される。

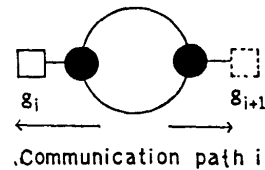
$$M = \prod_{i=1}^K (n_i - 1) = \prod_{i=1}^K m_i \quad (1)$$

ただし、すべての  $i$  に対して  $m_i \geq 1$ 。

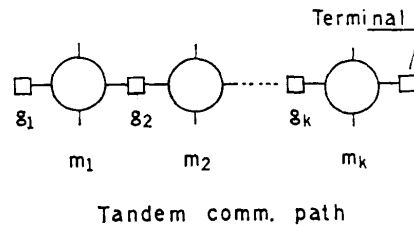
平均実効端末数を  $N(m_1, m_2, \dots, m_k, k)$  と表す。 $G_i, R_i, D_i$  と  $L$  が与えられたとき、平均実効端末数を最大とする最適多重多段リングシステム構成を求める。その手順として、最初に多重多段リングシステムの構成単位である多重リングシステムの信頼性を求め、最後に多重多段リングシステムの信頼性を解析する。

今、ゲートウェイ  $g_i$  から  $i$  層の多重リングシステムを経由して一つのゲートウェイ  $g_{i+1}$  ( $g_{i+1}$  の障害確率は含まない) に至る通信路  $i$  が生きている確率を  $P_i$  とする (図 3 参照)。前章の定義より、端末管理スーパーバイザをもつゲートウェイ  $g_1$  からある端末への通信路が存在するとき、その端末はアクティブであるという。この通信路は  $K$  段の  $L$  重リングシステムから構成されている。  $K$  段の通信路が生きている確

$i$ th stage ring system



Communication path  $i$



Tandem comm. path

○ スーパーバイザと端末間の通信路  
 Fig. 3 Communication path between the supervisor and a terminal.

率  $P$  は,

$$P = \prod_{i=1}^K P_i \quad (2)$$

で表される。ただし、すべての  $i$  に対して  $m_i \geq 1$  が成り立つものとする。

同層に属する多重リングシステムは同品質の構成要素からなっているので、スーパーバイザからどの端末に至る通信路をとっても、その通信路が生きている確率  $P$  は同じである。したがって、平均実効端末数は次式で表される。

$$N(m_1, m_2, \dots, m_k, K) = \prod_{i=1}^K m_i P_i \quad (3)$$

以後、 $N(m_1, \dots, m_k, k)$  を単に  $N$  で表す。

多重多段リングシステムのモデル化に関して幾つかの仮定を設定する。

(1) リングプロセッサに障害が発生した時、カタストロヒックまたは非カタストロヒック障害のいずれか一つしか生じない。

(2) バイパスやゲートウェイの切り離しには障害が発生しない。

(3) ゲートウェイや端末はいずれか一つの生きているリングを使用して通信できる。

### 3.1 多重リングシステムの信頼性

最初に図3に示したように第  $i$  層の通信路  $i$  が正常に生きている確率  $P_i$  を求める。 $P_i$  の算出方法は文献2) または3)に記載してあるので、詳細な説明は省き、ここでは結論だけ述べる。求める  $P_i$  は、次式で表される。

$$P_i = (1-G_i) [1 - \{1 - \alpha(1-D_i)m_i\}^L]$$

ただし、 $m_i \geq 1, L \geq 1, \alpha = (1-R_i - D_i)^2 / (1-D_i)$ 。得られた  $P_i$  を(2)式に代入し、(3)式より  $K$  段の通信路が生きている確率  $P$  が求まる。

(3)式は離散関数であるが、以後、連続関数として扱う。

### 3.2 多重多段リングシステムの信頼性

最上位のスーパーバイザからある端末への通信路が存在する確率  $P$  は(2)式と(3)式より、

$$P = \prod_{i=1}^K (1-G_i) [1 - \{1 - \alpha(1-D_i)m_i\}^L]$$

となる。実用システムでは障害が発生する確率は極めて小さいと考えられるので、すべての  $i$  に対して、

$$0 < D_i, R_i \ll 1$$

が成り立つ。このことから、 $\alpha \approx 1$  かつ、 $(1-D_i)m_i \approx 1 - m_i D_i$  とおけるので、上式は次のように簡略化で

きる。ただし  $(1-D_i)m_i$  は正数なので、 $m_i < D_i^{-1}$  である。

$$P = \prod_{i=1}^K (1-G_i) \{1 - (m_i D_i)^L\} \quad (4)$$

最上位のスーパーバイザからある端末への通信路が存在する確率は全ての端末に対して等しいので、最上位のスーパーバイザの管理下にある平均実効端末数は次式となる。

$$N = \prod_{i=1}^K m_i (1-G_i) \{1 - (D_i m_i)^L\} \quad (5)$$

ただし、すべての  $i$  に対して  $D_i^{-1} > m_i \geq 1, L \geq 1$ 。ここでは与えられた  $G_i, L$  と  $D_i$  に対して多重多段リングシステムの平均実効端末数を最大にする最適ファンアウト数を求める。(5)式を  $m_i$  で1次および2次偏微分する。

$$\frac{\partial N}{\partial m_i} = (1-G_i) \{1 - (L+1)(D_i m_i)^L\} \cdot \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^K m_n (1-G_n) \{1 - (D_n m_n)^L\} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial m_i^2} = -L(L+1)(1-G_i) D_i (D_i m_i)^{L-1} \cdot \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^K m_n (1-G_n) \{1 - (D_n m_n)^L\} \quad (7)$$

(7)式は常に負であるので、平均実効端末数を最大にする最適ファンアウト数  $m_{i \text{opt}}$  は(6)式より、次のようになる。

$$m_{i \text{opt}} = D_i^{-1} \cdot (L+1)^{-1/L} \quad (8)$$

(8)式を(5)式に代入すると、

$$N = L^K / (L+1)^{K(L+1)/L} \prod_{i=1}^K K(1-G_i) / D_i \quad (9)$$

となる。各層のカタストロヒック障害確率、ゲートウェイ生存確率とファンアウト数のそれぞれの幾何学平均を  $D_{av}, H_{av}$  と  $M$  で表す。

$$\sqrt[K]{\prod_{i=1}^K D_i} = D_{av},$$

$$\sqrt[K]{\prod_{i=1}^K (1-G_i)} = H_{av},$$

$$\sqrt[K]{\prod_{i=1}^K m_i} = M.$$

このとき、(9)式は次式となる。

$$N = \{L \cdot H_{av} / (L+1)^{(L+1)/L} \cdot D_{av}\}^K \quad (10)$$

ただし、 $D_{av} < M^{-1}$ 。

図4に一例として、カタストロヒック障害確率と段数の最大平均実効端末数に与える影響度を示す。カタ

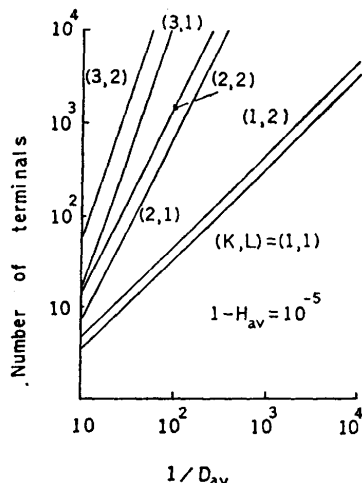


図4 カタストロヒック障害確率と段数の平均実効端末数に与える影響度

Fig. 4 Effectiveness of catastrophic failure probability and multistages on effective terminals.

ストロヒック障害確率が最大平均実効端末数に与える影響度は大きく、特にカタストロヒック障害確率が小さいときは、最大平均実効端末数の改善度は著しく良くなる。リングの多重度は大きな影響を与えない。これに対して、 $H_{av}/D_{av}$  が大きいほど多段化の影響は大きい。

#### 4. あとがき

平均実効端末数を信頼性の評価要因として、バイパス機能をもつ集中型制御の多重多段リングシステムの最適ファンアウト数を明らかにした。特に、最適ファンアウト数はバイパス機能をもつ多重リングシステムの結果<sup>3)</sup>と同じ結果を得た。さらに、段数が与えられたときの平均実効端末数の上限値を明らかにした。

**謝辞** 本研究についてさまざまのご示唆をいただいた京都大学池田克夫教授に感謝いたします。なお本稿

3.2節の最適リング構成解析に関して、査読者の適切な指摘をいただいた。記して謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) Penny, B. K. and Baghdadi, A. A.: Survey of Computer Communications Loop Networks, *Comput. Comm.*, Vol. 2, No. 4, pp. 165-180 (1979).
- 2) 海老原義彦, 劉 曉明, 池田克夫: バイパス機能をもつ多重多段リングシステムの信頼性, 情報処理学会論文誌, Vol. 29, No. 6, pp. 429-438 (1988).
- 3) 海老原義彦, 池田克夫: バイパス機能をもつ多重リングシステムの信頼性, 情報処理学会論文誌, Vol. 29, No. 1, pp. 54-61 (1988).

(昭和63年3月2日受付)

(昭和63年11月14日採録)



海老原義彦 (正会員)

昭和22年生。昭和45年東北大学工学部電子工学科卒業。昭和50年同大学院工学研究科博士課程修了。工学博士。現在、筑波大学電子・情報工学系助教授。主たる研究分野は、計算機ネットワーク・アーキテクチャ、デジタル通信システムおよびシステム性能評価など。



中村 幸夫 (正会員)

昭和23年生。昭和45年京都大学工学部数理工学科卒業。昭和47年同大学院工学研究科修士課程修了。昭和49年同大学院博士課程中退。東京教育大学理学部助手となる。昭和50年より筑波大学電子・情報工学系、現在助教授。計算機のネットワークおよびシステム性能評価の研究に従事。工学博士。電子情報通信学会会員。