

## ヒット現象の数理モデルにおける広告費と売り上げの関係性

Relationship of advertising expenses and sales using Mathematical Model of Hit Phenomena

谷村 徹† 石井 晃‡

Toru Tanimura Akira Ishii

## 1. はじめに

商品の販売購入については経済学で扱われてきた。その経済学では市場の均衡、合理的な人の行動ということを基本的に扱っている。しかし、本研究で扱うヒット現象はこの均衡する前にある過度現象、非合理的な人の心の動きを指すということ、また過度現象の間に経済学の基本である需要と供給の均衡はみられないため、経済学で扱うことは困難とされてきた。過度現象とは、ある商品に対する話題が短期間で急激に盛り上がり、そして減衰していくことである。従来の経済学では購買行動を起こす人は、自己の利益のみに従って極めて合理的な行動をとると定義されている。それとは逆に、ヒット現象は世間の噂に影響され行動したり衝動買いをしてしまうという極めて一般的な行動から発生するものである。このことから経済学では扱いきれないとかがえられる。ここで、ヒット現象について分析し予測することができれば、経済においてより大きな利益を生むことができると考えられた。そこで、これまでに石井と吉田によりヒット現象の数理モデルに関する論文(文献[1])が提出された。結果、人々の購買意欲に着目し、数理モデルを構築することによってヒット現象を予測することが可能であることがわかり、ヒット現象の減衰あるいは収束もモデル化しより詳しく人の購買行動の要因を取り入れることでヒット現象の解析を行うことに成功した。ヒット現象の数理モデルでは入力値としてテレビの露出回数などの広告・宣伝の効果である  $A(t)$  を入力し、出力としてシミュレーション結果を得る。つまり、 $A(t)$  が出力結果を大きく左右する。このことは、商品の宣伝により売り上げが左右されることに相当するといえる。また実際ある企業が商品を販売するにあたって、その広告費用は限られる。そこで研究も最終目標として、このヒット現象の数理モデルにおいて、限られた宣伝費用で最大限の効果を生み出す、広告費の配分の最適化を目的とする。しかし、実際行われる計算は複雑で最適解を導くことは困難である。そこで本研究ではまずヒット現象の数理モデルの係数と売り上げの関係性について検討する。また主に映画を対象とした。それは、これまでの研究で映画公開後のブログの書き込み件数が観客動員数にある程度比例していることがわかっているため、この数理モデルによるシミュレーションによって実際の観客動員数が最大となるよう広告費を配分するということは、映画公開日後のブログの書き込み件数を最大となるよう広告費を配分するということと置き換えて考えることができるからだ。(図1)

1

## 2. ヒット現象の数理モデル

## 2.1 ヒット現象とは

ヒットとはある商品が一般大衆から強い支持を受けることである。商品がヒットすることによって、広い範囲でその商品の存在が知られることになる。つまり、ヒットするということはその商品が人と人のコミュニケーションによって世間に広まって

† 鳥取大学大学院 工学研究科 機械宇宙工学専攻 応用数理工学

‡ 鳥取大学大学院 工学研究科 機械宇宙工学専攻 応用数理工学教授

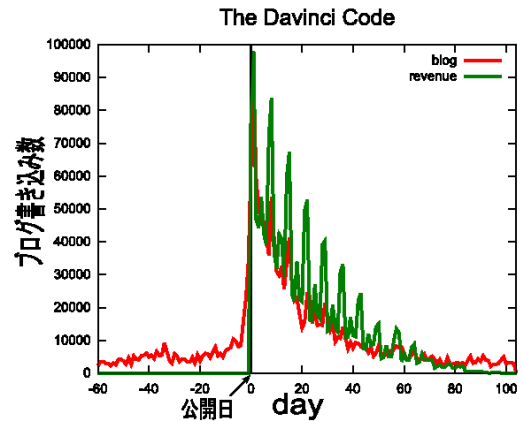


図1: ブログの書き込み件数(赤)と映画『ダビンチ・コード』の観客動員数(緑) 観客動員数とブログの書き込み件数の変化。公開後のブログの書き込み件数と実際の観客動員数が比例関係にあることがわかる。

いくということである。ここで、様々な商品をヒットさせるには人々の「心」をいかに動かすことができるかということがポイントとなる。ヒット現象が起こる過程での人々の「心」の動きを捉え、人々の「心」にどのようにアプローチしていくかを考えることが、ヒット現象を解析する上で重要なことである。(文献[2])

## 2.2 2種類のクチコミ

クチコミは、情報を持っている人から、その情報を欲しい人へ、直接会話という形で情報が伝えられていくことである。(文献[2]) いわゆるクチコミは、その商品の評判となるもので、商品の売り上げを大きく左右するものと言えるだろう。近年インターネットの普及によりブログやtwitterなどのソーシャルメディアが発達し、不特定多数の意見を伝えることができるようになっていくため、クチコミの影響は以前よりも大きくなっていると言える。よってヒット現象にも大きくかかわるものである。本研究で扱うヒット現象の数理モデルではこのクチコミの形態を二つに分けて考察することでヒット現象における人々の心の動きを解析していく。クチコミの一つ目の形態は、ある商品の購入者から直接情報を得る、またはある商品に対して関心をもっている人と直接会話をすることによって情報を得るといった形態である。このような形態のクチコミを本研究では「直接コミュニケーション」と呼ぶことにする。(図2)クチコミの二つ目の形態はある商品を購入した人同士が会話している内容を間接的に聞くことにより影響を受けたり、情報を得るといった形態である。このような形態のクチコミを本研究では「間接コミュニケーション」と呼ぶことにする。この間接コミュニケーションには、インターネット上のブログのやりとりから情報を得ることや、街中でその商品が売れているという噂や評判など

を耳にして影響を受けることなども含まれる。



図 2: コミュニケーションの様子 j と k のように直接話をするを「直接コミュニケーション」、それらの会話を i が間接的に聞くことを「間接コミュニケーション」と呼ぶ

### 2.3 ヒット現象の数理モデル

「購入意欲」には宣伝・広告と、二種類のコミュニケーションが影響を与えると考えられる。この二種類のコミュニケーションをモデル化していく。まず、直接コミュニケーションについてである。購入した人からの情報は、それまでに購入した人の人数に比例する。i 番目の人が j 番目の人との直接のコミュニケーションにより情報を得、購入する気になる確立を  $D_{ij}$  と定義すると、購入した j 番目の人からの情報により i 番目の人が購入する確立は、

$$\sum_{j \neq i}^N D_{ij} I_j(t) \quad (1)$$

と表わされる。

次に間接コミュニケーションについてである。間接コミュニケーションでは、購入した人同士の情報は購入した人で作る対の数に比例する。購入した人同士の情報交換は、口込みの場合もあればブログやネットの掲示板の場合もあると考えられ、その情報量の総数が問題となる。購入した人同士 (j 番目の人と k 番目の人) のコミュニケーションの影響から i 番目の人が購入する確立は、

$$\sum_j \sum_k P_{ijk} I_j(t) I_k(t) \quad (2)$$

と表わされる。ここで j, k は i を含まない。係数  $P_{ijk}$  はその商品に対する評価であり、購入した人の評判が良いほど、この係数は大きな値となる。逆に購入した人に評判が悪いと、この係数は負となる。

ヒット現象の個人による購入意欲の時間変化を表わす基本方程式は、式 1、式 2 で定義したコミュニケーションの項と、式 ?? で定義した店頭販売の項と宣伝・広告の効果一つにまとめて外場  $A(t)$  として表した項を足し合わせたものである。よってヒットの基本方程式は、

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = cA(t) + \sum_{j \neq i}^N D_{ij} I_j(t) + \sum_j \sum_k P_{ijk} I_j(t) I_k(t) \quad (3)$$

と表わされる。

右辺の第一項が消費者が次々に映画を観ていったことによる観客数の減少を表す項、第二項が宣伝・広告によって影響された消費者が映画を観る項、第三項が友人からの薦めでその映画を観る直接コミュニケーションの項、そして第四項が映画についての噂話やブログなどに影響されて映画を観る間接コミュニケーションの項である。

これまでのヒット現象の数理モデル [1,2] では直接コミュニケーションの係数  $D$  と間接コミュニケーションの係数  $P$  の 2 つを考えたが、新たな数理モデルでは、映画を既に観た人とまだ観ていない人を区別するため、既に観た人を添え字 “y” まだ観ていない人を添え字 “n” で表すことにする。例えば  $D_{ij}^{ny}$  は、既に観た人 j からまだ観ていない人 i への直接コミュニケーションを表す。係数  $P$  についても同様である。さて、公開後に映画を観た人の増加により、潜在的な観客が減衰していく効果であるが、まず最初に公開前でのブログ等の盛り上りを説明するモデルから考える。公開前の方が、既に映画を観た観客を考慮しない分だけモデル化が簡単になる。

式 ?? を計算する上で、簡単化のために平均場近似を行う。

$$I = \frac{1}{N} \sum_j I_j(t) \quad (4)$$

これは  $N$  人の消費者が全く同じ動きをするという事を意味し、社会を非常に単純化したことになる。現実の消費者の行動は多様であるが、そのような多様な消費者をいくつかのクラスターに分解し、それについての連立方程式の形で式 (4) をモデル化する方向でモデルを拡張することはそれほど難しくないので、ここではそのような方向も視野に入れた上で、最も簡単な解をまず求めてみるという第一次近似という意味合いで、式 (4) の平均場近似を導入することにする。

すると映画において基本方程式 (3) は次のようになる。

公開日前

$$\frac{dI(t)}{dt} = A(t) + N_p D^{nn} I(t) + N_p^2 P^{nn} I^2(t) \quad (5)$$

公開日後

$$\frac{dI(t)}{dt} = -aI(t) + A(t) + \frac{(N_p - N(t))^2}{N_p} D^{nn} I \quad (6)$$

$$+ \frac{N(t)}{N_p} (N_p - N(t)) D^{ny} I + \frac{(N_p - N(t))^3}{N_p} P^{nn} I^2 \quad (7)$$

$$+ \frac{(N(t))^2 (N_p - N(t)) P^{yy} I^2 + \frac{N(t) (N_p - N(t))^2}{N_p} P^{ny} I^2 \quad (8)$$

右辺を改めて説明すると、第一項は購入意欲の減衰項で、第二項は広告出稿費による影響、第三項は観ていない人同士の直接コミュニケーション、第四項は観た人から観ていない人への直接コミュニケーション、第五項は観ていない人同士からの間接コミュニケーション、第六項は観た人同士からの間接コミュニケーション、第七項は観た人と観ていない人のコミュニケーションを通じた間接コミュニケーションである。第三項以下のどの項も観た人の数が増えるに従って影響が減少する。(引用 [3][4])

### 3. 近似関数の導入

入力値である広告の項  $A(t)$  と各係数が決まることにより、 $I_i(t)$  の積分値  $\int_0^\infty I(t) dt$  つまり映画でいうと観客動員数が決まる。しかし、この数理モデルをみる限り入力値と  $\int_0^\infty I(t) dt$  の関係性はわからない。そこで、ヒット現象のような外形の関数を  $I(t)$  の近

似関数として用いることにより、ヒット現象の数理モデルの特性や構造を解析していく。本研究では  $I(t) = ate^{-bt}$  と  $I(t) = ae^{-bt^2}$  を近似関数として解析した。

### 3.1 調査した映画

これらの映画の興行収入と全広告（テレビ露出件数）との関係を調査する。

表 1: 調査した映画

BRAVE HEARTS 海猿	71.6 億円
テルマエロマエ	58.1 億円
おおかみこどもの雨と雪	40.9 億円
僕等がいた	23.2 億円
僕等がいた後篇	16.2 億円
宇宙兄弟	15.1 億円
貞子 3D	13.6 億円

まず実際の興行収入と全広告の関係を

$$\int_0^{\infty} I(t)dt = Z \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \quad (9)$$

としたとき、この Z を「倍率」と呼ぶことにする。この倍率が大きいほどより広告が反映し、少しの広告費で多くの興行収入が見込めるといえる。表 1 にあげた映画の倍率と興行収入の相関を図 3 に示す。

図 3 からわかるように、大まかではあるが倍率が大きいほど興行収入の値が大きいといった関係性がある。つぎにこの関係性のヒット現象の数理モデルの場合を考える。当然倍率に相当するものがヒット現象の数理モデルで用いた係数で表されるはずだが、前節でも述べたように式 (6,7,8) のような式から方程式を解いて、といった方法は困難である。そこでヒット現象に近い外形をとる近似関数を用いることにより、係数を減らし単純化することで倍率に相当する関係を調べる方法をとった。本研究では  $I(t) = ate^{-bt}$  と  $I(t) = ae^{-bt^2}$  を近似関数として解析した。

### 3.2 近似関数の精度

今回用いた近似関数 2 つでのフィッティングの例を図 4, 図 5 にしめす。誤差の指標である Rfactor の値が 0.06 以下で、非常に近似できているといえる。これらの近似関数を (2.5) に代入し計算を進めていく。

3.3 近似関数  $I(t) = ate^{-bt}$  近似関数  $I(t) = ate^{-bt}$  をヒット現象の数理モデル基本方程式に代入し整理すると

$$\int_0^{\infty} I(t)dt = Z_1 \int_0^{\infty} A(t)dt \quad (10)$$

$$Z_1 = \frac{c}{\alpha - D - \frac{aP}{4b}} \quad (11)$$

となり、 $I(t)$  の積分値と  $A(t)$  の積分値、つまり観客動員数と公開後広告費の関係が、ヒット現象の数理モデルと近似関数の各係数で表すことができた。このときの  $z_1$  と興行収入の相関図を

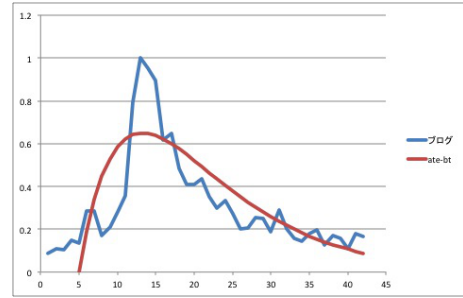


図 3:  $I(t) = ate^{-bt}$  フィッティング

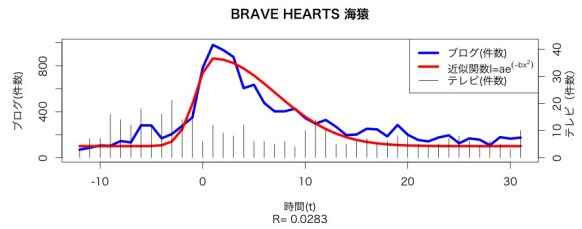


図 4:  $I(t) = ae^{-bt^2}$  フィッティング

図 6 にしめす。

3.4 近似関数  $I(t) = ae^{-bt^2}$  同様に近似関数  $I(t) = ae^{-bt^2}$  をヒット現象の数理モデル基本方程式に代入し整理すると

$$\int_0^{\infty} I(t)dt = \frac{2a \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{b_1} (D_1 + \frac{a}{\sqrt{2}} P_1) - 1 \right] + c \int_{-\infty}^{\infty} A(t)dt}{\alpha - D_2 - \frac{a}{\sqrt{2}} P_2} \quad (12)$$

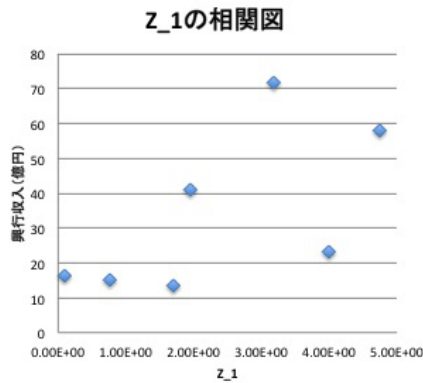
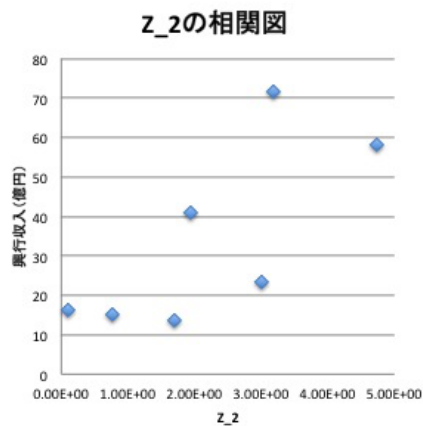
となり、観客動員数と全広告費との関係が得られる。どのように

$$z_2 = \frac{c}{\alpha - D_2 - \frac{a}{\sqrt{2}} P_2} \quad (13)$$

とする。こちらも観客動員数と公開後広告費の関係が、ヒット現象の数理モデルと近似関数の各係数で表すことができた。このときの  $Z_2$  と興行収入の相関図を図 7 にしめす。

この相関図からも、図 3 のような大まかではあるが相関関係がある。

4. 考察  $Z_1, Z_2$  について実際の映画の興行収入との相関を調べると、大まかであるが  $Z_1, Z_2$  が大きいと興行収入も大きいことがわかり (図 11,??)、 $Z_1, Z_2$  により広告費と売り上げの関係性があらわすことができた。 $Z_1, Z_2$  の二つで同じような結果になったが、どちらも精度はよくなかった。その考えられる原因としては、本研究ではブログの書き込み件数を観客動員数に相当するものとしてフィッティングしたので、ブログの書き込み件数のデータをとる段階で、各映画の実際の観客動員数とブログの書

図 5: Z<sub>1</sub> の相関図図 6: Z<sub>2</sub> の相関図

き込み件数の割合が一定でないことと、またそれを考慮していないことが考えられる。Z<sub>3</sub> と興行収入の相関については Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub> のような相関は得られなかった。(図 ??) Z<sub>3</sub> は式 12 における公開日前に関する係数のみで表された部分であり、広告 A(t) とは直接関わっていない。本研究では関係性はみられなかったが、公開日前に映画製作側で知ることのできる数値であるため、今後考察していく価値があるといえる。

5. まとめ異なる 2 つの近似関数について解析し、Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub> のヒット現象の数理モデルの係数の配置は比較的 同じであった。このことからヒット現象の数理モデルの構造を知ることができた。従って、ヒット現象の数理モデルにおける広告費配分の最適化は可能であると思われる。

謝辞本研究に必要なソーシャルメディアにかんするデータを提供してくださいましたホットリンク、テレビの露出データ提供してくださいましたエムデータ皆様には感謝します。

## 参考文献

- [1] Akira Ishii, Hisashi Arakaki, Noya Matsuda, Sanae Umemura, Tamiko Urushidani, Naoya Yamagata and Narihiko Yoshida New journal of Physics 14 (2012)063018 The 'hit' phenomenon: a mathematical model of human dynamics interactions as a stochastic process
- [2] 吉田 就彦・石井 晃・新垣 久史 「大ヒットの方程式」ディスカヴァー・トゥエンティワン (2010)
- [3] 石井 晃・吉田 就彦 「ヒット現象の数理モデル」鳥取大学工学部研究報告第 36 号 pp71-80 鳥取大学 (2005)  
鳥取大学工学部研究報告第 37 号 pp107-113 鳥取大学 (2007)
- [4] 石井 晃 「ヒット現象の数理モデル 映画興行を例とした計算と実測の比較」日本ソフトウェア科学会ネットワークが創発する知能研究会第 4 回ワークショップ JWEIN2008 pp93-100 (2008)