M-029

データ最小二乗法を用いたダイレクトブラインド ZF 等化器
Direct Blind Zero-Forcing Equalization with Data Least Squares Method

堀内 亮 † 八木 利弘 ‡ 名取 隆廣 ‡ 田邉 造 †
Ryo HORIUCHI † Toshihiro YAGI ‡ Takahiro NATORI ‡ Nari TANABE †
古川 利博 ‡
Toshihiro FURUKAWA ‡

1 はじめに

近年，無線 LAN や携帯電話等の無線通信技術の向上に伴い，通信品質の向上が要求されている [1]．その要求通りに無線通信時の通信容量を増加すると，符号間干渉 (Inter Symbol Interference:ISI) が発生してしまう．これは符号誤りの誘因であり，送信信号復調にあたり信頼性を低下させてしまう問題がある．

この問題に対して，受信側で信号の品質を補償するシステムとして等化器が研究されている [2]．等化器の設計方法の一つとして，OFDM 変調方式の通信でも用いられるトレーニング信号がある．この手法は送受信間で既知なトレーニング信号を用いることにより，伝送路の特性を推定している．しかしながら，トレーニング信号を用いた手法は，伝送路が変動する度に再びトレーニング信号を送信する必要があるため，伝送効率が低下してしまう問題があることが知られている．

そこで本論文では，トレーニング信号を用いることなく且つ伝送路を推定せずに，直接等化器のパラメータを求めるブラインドダイレクト等化器について議論するとともに，従来手法としてゼロフォーシング (Zero-Forcing:ZF) 基準に基づいたブラインドダイレクト等化器の設計方法に着目している．

ZF 基準とは，等化器と伝送路の合成応答を特定のパラメータに近づけることにより ISI を抑圧することができる．先行研究では受信信号の二次統計量を用いて，伝送路応答を推定せずに ZF 等化を実現している．しかしながら，従来手法の ZF 基準では回線雑音等の無い環境下を想定しているため，雑音成分が付与される実環境では，等化器パラメータ導出の際に雑音を考慮する必要があると考えられる．

この問題を解決する方法として著者らは，回線雑音が混入した場合の対策としてデータ最小二乗 (Data Least Squares:DLS) 法の適用を提案している [3]．DLS 法はシステムの入出力関係に注目し，入力に誤差が含まれ出力には誤差が無い環境を想定する場合に有効な手法である．等化器パラメータを導出する際に DLS 法を適用することで，ISI 抑圧能力の高い等化器パラメータを求めることを可能としたので，本論文は OFDM システムに適用することを提案している．DLS 法を適用した等化器を用いることで，ガードインターバル無しでも ISI の影響を軽減して OFDM 復調を可能とした．

以下，本論文の構成を述べる．第 2 章では，本論文で対象としている通信モデルについて述べる．第 3 章では，本論文

† 諏訪東京理科大学 Tokyo University of Science,Suwa
‡ 東京理科大学 Tokyo University of Science

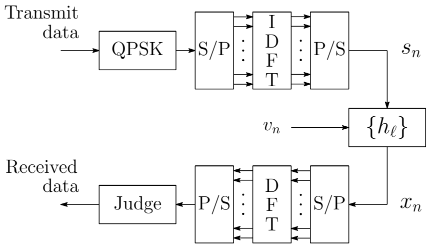

図 1: OFDM 通信システム

が従来手法 [2] としているダイレクトブラインド ZF 等化器について説明する．第 4 章では，DLS 法に基づいた等化器パラメータ導出法について提案する．第 5 章では，従来手法と提案手法とでそれぞれ演算量を計算し，比較を行う．第 6 章では，提案手法の有効性を検証するため，計算機シミュレーションによる提案手法と従来手法 [2] との比較を行う．最後に，第 6 章で本論文の結論，および今後の課題を述べる．

2 通信システム

2.1 OFDM 変調方式

図 1 に OFDM 通信モデルを示す．送信側では，情報シンボルに対してシリアルパラレル変換 (Serial to Parallel:S/P) を行い，サブキャリアに応じて多数の情報シンボル系列に分割した後に，それぞれを逆離散フーリエ変換 (Inverse Discrete Fourier Transform:IDFT) することで，OFDM 変調シンボル s_n が得られる．

$$s_n = \sum_{k=0}^{K-1} S_k e^{j2\pi kn/K}, \quad n = 0, 1, \ldots, K-1 \tag{1}$$

ただし，K はサブキャリアの数である．また，情報シンボル間隔を T_s としたときに OFDM シンボル間隔は $T = KT_s$ で表される．その後，パラレルシリアル変換 (Parallel to Serial:P/S) 等の処理を経て送信される．

通信モデルを有限のチャネル長 $(L+1)$ をもつチャネルモデルと仮定すれば，受信信号 x_n は

$$x_n = \sum_{\ell=0}^{L} h_\ell s_{n-\ell} + v_n \tag{2}$$

Copyright © 2012 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.

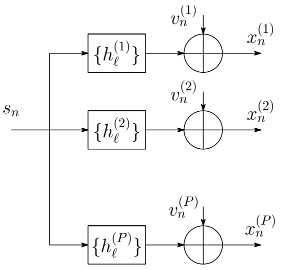

図 2: オーバーサンプリング

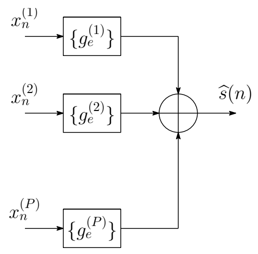

図 3: 等化モデル

で与えられる．ここで，v_n は加法性白色ガウス雑音 (Additive White Gaussian Noise:AWGN) によって表される加法性観測雑音である．また，次の関係を満たすとする．

$$E[s_\ell]=0, E[s_\ell s_m]=\delta_{\ell m}, E[s_\ell v_n]=0 \tag{3}$$

ここで，$E[\cdot]$ は期待値演算を意味する．

受信機側では送信側と逆の手順が用いられることより，S/P 変換等の処理の後に離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform:DFT) を行う．

2.2 オーバーサンプリングチャネル

次に，一入力多出力 (Single-Input Multiple-Output:SIMO) 通信システムについて説明する．SIMO 通信システムとは，送信側での単一の入力に対して受信側で複数の出力を持つ通信システムのことである．受信信号に P 倍のオーバーサンプリングを施すことで表すことができる．伝送路出力信号 x_n は $n=n+\frac{p-1}{P}$ のときにオーバーサンプリングされる．説明を簡潔にするために

$$\left.\begin{array}{l} x_n^{(p)}=x_{(n+(p-1)/P)}, \\ h_n^{(p)}=h_{(n+(p-1)/P)}, \\ v_n^{(p)}=v_{(n+(p-1)/P)} \end{array}\right\}, p=1,2,\dots,P$$

と定義する．その結果，オーバーサンプリングされた伝送路出力は式 (2) を書き替えて

$$\begin{aligned} x_n^{(p)} &= \sum_{\ell=0}^{L} s_{n-\ell}h_\ell^{(p)}+v_n^{(p)} \\ &= \boldsymbol{h}^{(p)^H}\boldsymbol{s}_n+v_n^{(p)}, p=1,2,\dots,P \end{aligned} \tag{4}$$

と与えられる．ここで

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{s}_n=[s_n,s_{n-1},\dots,s_{n-L}]^H, \\ \boldsymbol{h}^{(p)}=[h_0^{(p)},h_1^{(p)},\dots,h_L^{(p)}]^H \end{array}\right\}$$

である．また，$\{\cdot\}^H$ は複素共役転置を意味する．ここで留意すべきは式 (4) より与えられるシステムは図 2 に示される SIMO システムのように表現できることである．特定したいボーレートの伝送路インパルス応答 $\{h_\ell\}$ は図 2 の最初のサブチャネルインパルス応答 $\{h_\ell^{(1)}\}$ として与えることができる．式 (4) は行列式で簡潔に

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_n &= \begin{bmatrix} x_n^{(1)} \\ x_n^{(2)} \\ \vdots \\ x_n^{(P)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}^{(1)^H}\boldsymbol{s}_n \\ \boldsymbol{h}^{(2)^H}\boldsymbol{s}_n \\ \vdots \\ \boldsymbol{h}^{(P)^H}\boldsymbol{s}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n^{(1)} \\ v_n^{(2)} \\ \vdots \\ v_n^{(P)} \end{bmatrix} \\ &= H\boldsymbol{s}_n+\boldsymbol{v}_n \end{aligned} \tag{5}$$

と表せる．ここで

$$H=\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}^{(1)^H} \\ \boldsymbol{h}^{(2)^H} \\ \vdots \\ \boldsymbol{h}^{(P)^H} \end{bmatrix}=[\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1,\dots,\boldsymbol{h}_L], \boldsymbol{v}_n=\begin{bmatrix} v_n^{(1)} \\ v_n^{(2)} \\ \vdots \\ v_n^{(P)} \end{bmatrix} \tag{6}$$

と定義する．さらに，任意のスタッキングナンバー N を定義して

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_N(n) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_n \\ \boldsymbol{x}_{n-1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_{n-N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H\boldsymbol{s}_n \\ H\boldsymbol{s}_{n-1} \\ \vdots \\ H\boldsymbol{s}_{n-N+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_n \\ \boldsymbol{v}_{n-1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}_{n-N+1} \end{bmatrix} \\ &= \mathcal{H}\boldsymbol{s}(n)+\boldsymbol{v}(n) \end{aligned} \tag{7}$$

とする．ここで

$$\boldsymbol{s}(n)=\begin{bmatrix} s_n \\ s_{n-1} \\ \vdots \\ s_{n-L-N+1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}(n)=\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_n \\ \boldsymbol{v}_{n-1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}_{n-N+1} \end{bmatrix}$$

と定義する．また，$\mathcal{H}$ は $PN\times(L+N)$ のブロックテプリッツ行列で，$H=[\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1,\dots,\boldsymbol{h}_L]$ より

$$\mathcal{H}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_0 & \cdots & \boldsymbol{h}_L & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{h}_0 & \cdots & \boldsymbol{h}_L & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{h}_0 & \cdots & \boldsymbol{h}_L \end{bmatrix} \tag{8}$$

と定義される．$NP\times(L+N)$ の行列 $\mathcal{H}$ はときに $P\times(L+1)$ の行列 $H=[\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1,\dots,\boldsymbol{h}_L]$ を考慮して次数 $(N-1)$ のシルベスター行列と呼ばれる．

本研究の目的は，OFDM 変調方式において受信側では観測信号 $\boldsymbol{x}_N(n)$ のみから元の送信信号 s_n を復調可能なダイレクトブラインド ZF 等化器を設計することである．

3 従来手法 [2]

本章では，先行研究 [2] を従来手法としてその手法を紹介する．

ZF 等化とは，伝送路応答と等化器をまとめて 1 つのシステムとして捉え，その合成応答を ZF 基準と呼ばれるパラメー

Copyright © 2012 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.

タに近づけることで遅延波の干渉を抑圧する手法である．任意の遅延時間を d とした場合の ZF 基準は以下の式で表せる．

$$\boldsymbol{g}^H\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & 1 & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} = \boldsymbol{e}_{d+1}^T \tag{9}$$

ここで，$\boldsymbol{e}_{d+1}$ は $(d+1)$ 行目のみ値が 1 であり，それ以外は全て 0 である列ベクトルとする．P 本の伝送路に対する等化器パラメータベクトル $\boldsymbol{g}$ は

$$\boldsymbol{g} \quad = \begin{bmatrix} g_0^{(1)} & \cdots & g_0^{(P)} & \cdots & g_E^{(1)} & \cdots & g_E^{(P)} \end{bmatrix}^H$$

と書き表わせる．なお，E は等化器の次数であり，本論文では $E = (N-1)$ とする．

さて，式 (9) は次のように三つに分けることができる．

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{g}^H\mathrm{H}_1 = \mathbf{0}^T \\ \boldsymbol{g}^H\boldsymbol{h}_2 = 1 \\ \boldsymbol{g}^H\mathrm{H}_3 = \mathbf{0}^T \end{array}\right\} \tag{10}$$

ここで，H_1，$\boldsymbol{h}_2$，H_3 は $\mathcal{H}$ の部分行列であり，サイズはそれぞれ $NP \times d$，$NP \times 1$，$NP \times (L+N-d-1)$ である．

次に，式 (10) の各方程式に対応する送信信号のパラメータを以下に示す．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{s}_1(n) &= \begin{bmatrix} s_n & s_{n-1} & \cdots & s_{n-d+1} \end{bmatrix}^H \\ s_2(n) &= s_{n-d} \\ \boldsymbol{s}_3(n) &= \begin{bmatrix} s_{n-d-1} & s_{n-d-2} & \cdots & s_{n-L-N+1} \end{bmatrix}^H \end{aligned}$$

ここで，$\boldsymbol{s}_1(n)$，$s_2(n)$，$\boldsymbol{s}_3(n)$ は $\boldsymbol{s}(n)$ の要素を分割したものであり，それぞれ d 次元，1 次元，$(L+N-d-1)$ 次元の列ベクトルである．もし等化器パラメータが式 (9) を満たすようであれば，受信信号は次式のように表せる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{g}^H\boldsymbol{x}_N(n) = \boldsymbol{g}^H\mathcal{H}\boldsymbol{s}(n) \quad &= \quad \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & 1 & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_1(n) \\ s_2(n) \\ \boldsymbol{s}_3(n) \end{bmatrix} \\ &= \quad s_2(n) = s_{n-d} \end{aligned} \tag{11}$$

式 (11) より，受信信号から送信信号を復元できることが分かる．よって，ZF 基準に基づいた等化器パラメータは次のように表される．

$$\boldsymbol{g}^H = \boldsymbol{e}_{d+1}^T\mathcal{H}^+ \tag{12}$$

ここで，$\{\cdot\}^+$ は一般化逆行列を表すものとする．

ところで，式 (12) より等化器パラメータを求めるには伝送路 $\mathcal{H}$ を必要とする．これに対して $\mathcal{H}$ を直接求めずに，受信信号から直接所望する値を得る手法を説明する．

3.1 $\boldsymbol{g}^H\mathrm{H}_1 = \mathbf{0}^T$ の等価表現

$\boldsymbol{g}^H\mathrm{H}_1 = \mathbf{0}^T$ について H_1 の等価表現を考えるために，次に示す誤差ベクトル $\boldsymbol{\epsilon}_1(n)$ と評価量 J_1 を与える．

$$\boldsymbol{\epsilon}_1(n) = \begin{bmatrix} I_{NP} & -P_1(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_N(n) \\ \boldsymbol{x}_M(n-d) \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \min_{P_1(n)} tr\left[E\{\boldsymbol{\epsilon}_1(n)\boldsymbol{\epsilon}_1^H(n)\}\right] \tag{13}$$

ここで，$\boldsymbol{\epsilon}_1(n)$ は NP 次元の誤差列ベクトル，I_{NP} は NP 次元の単位行列，$P_1(n)$ は $NP \times MP$ の行列，$\boldsymbol{x}_M(n)$ は以下に示すような MP 次元の受信信号列ベクトルであるとする．また，$tr[\cdot]$ はトレース (trace) を意味する．

$$\boldsymbol{x}_M(n-d) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{n-d}^H & \cdots & \boldsymbol{x}_{n-d-M+1}^H \end{bmatrix}^H$$

誤差ベクトル $\boldsymbol{\epsilon}_1(n)$ を最小にする行列 $P_1(n)$ を求めることを考えると

$$J_1 \quad = \min_{P_1(n)} tr\left\{\begin{bmatrix} I_{NP} & -P_1(n) \end{bmatrix} R_1(n) \begin{bmatrix} I_{NL} \\ -P_1^H(n) \end{bmatrix}\right\} \tag{14}$$

と表せる．ここで，$R_1(n)$ は

$$R_1(n) \quad = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\left.\begin{array}{l} R_{11} = E[\boldsymbol{x}_N(n)\boldsymbol{x}_N^H(n)] \\ R_{12} = E[\boldsymbol{x}_N(n)\boldsymbol{x}_M^H(n-d)] \\ R_{21} = E[\boldsymbol{x}_M(n-d)\boldsymbol{x}_N^H(n)] \\ R_{22} = E[\boldsymbol{x}_M(n-d)\boldsymbol{x}_M^H(n-d)] \end{array}\right\}$$

である．式 (14) に式 (15) を代入し，偏微分して $P_1^H(n)$ について停留点を求めると，$P_1(n) = R_{12}R_{22}^+$ となる．これより，評価量 J_1 は

$$J_1 \quad = tr\{R_{11} - R_{12}R_{22}^+R_{21}\} \tag{16}$$

となる．

さて，式 (13) を満たす行列 $P_1(n)$ が得られたとき，誤差ベクトル $\boldsymbol{\epsilon}_1(n) = \mathrm{H}_1\boldsymbol{s}_1(n)$ の相関をとると

$$\min_{P_1(n)} E[\boldsymbol{\epsilon}_1(n)\boldsymbol{\epsilon}_1^H(n)] = \mathrm{H}_1\mathrm{H}_1^H \tag{17}$$

となり，送信信号 $\boldsymbol{s}_1(n)$ の影響が消える．式 (16) と式 (17) より

$$\mathrm{H}_1\mathrm{H}_1^H = R_{11} - R_{12}R_{22}^+R_{21} \tag{18}$$

が得られる．ところで，等化器パラメータ $\boldsymbol{g}$ は H_1 の左零空間に存在する．このことから，$\boldsymbol{g}^H\mathrm{H}_1\mathrm{H}_1^H = \mathbf{0}^T$ が成り立つので，式 (18) を代入して

$$\boldsymbol{g}^H(R_{11} - R_{12}R_{22}^+R_{21}) \quad = \mathbf{0}^T \tag{19}$$

が成り立つ．よって，今後伝送路 H_1 の等価表現として $R_{11} - R_{12}R_{22}^+R_{21}$ を用いる．

3.2 $\boldsymbol{g}^H\mathrm{H}_3 = \mathbf{0}^T$ の等価表現

3.1 節と同様にして $\boldsymbol{g}^H\mathrm{H}_3 = \mathbf{0}^T$ を考える．式 (19) と同様の手法を用いて

$$\boldsymbol{g}^H W_{12}R_{22}^+W_{21} \quad = \mathbf{0}^T \tag{20}$$

が成り立つ．ここで

$$\left.\begin{array}{l} R_2(n) = \begin{bmatrix} R_{11} & W_{12} \\ W_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \\ W_{12} = E[\boldsymbol{x}_N(n)\boldsymbol{x}_M^H(n-d-1)] \\ W_{21} = E[\boldsymbol{x}_M(n-d-1)\boldsymbol{x}_N^H(n)] \end{array}\right\} \tag{21}$$

である．よって，今後伝送路 H_3 の等価表現として $W_{11}R_{22}^+W_{21}$ を用いる．

Copyright © 2012 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.

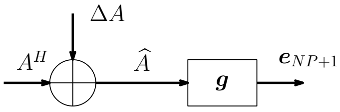

図 4: ZF 等化器の入出力関係

3.3 $\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{h}_2 = 1$ の等価表現

3.1 節と 3.2 節の式を用いて，$\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{h}_2 = 1$ の等価表現を考えると次式を導出できる．

$$\boldsymbol{h}_2\boldsymbol{h}_2^H = R_{12}R_{22}^+R_{21} - W_{12}R_{22}^+W_{21} \tag{22}$$

ところで，$\boldsymbol{h}_2\boldsymbol{h}_2^H$ はランクが 1 である．このことから，式 (22) の最大特異値に対応する特異ベクトルを $\boldsymbol{h}_2$ の推定ベクトル $\boldsymbol{u}$ として利用する．これより，$\boldsymbol{h}_2$ の等価表現として

$$\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{u} = 1 \tag{23}$$

を用いる．

以上より，伝送路 $\mathcal{H}$ の代わりに式 (19)，(20)，(23) を用いて次のように表す.

$$\boldsymbol{g}^H A \quad = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}^T & 1 & \boldsymbol{0}^T \end{bmatrix} = \boldsymbol{e}_{NP+1}^T \tag{24}$$

ここで

$$A = \begin{bmatrix} R_{11} - R_{12}R_{22}^+R_{21} & \boldsymbol{u} & W_{12}R_{22}^+W_{21} \end{bmatrix}$$

である．式 (24) を新しい ZF 基準として用いる．また，式 (24) から等化器パラメータは

$$\boldsymbol{g}^H \quad = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}^T & 1 & \boldsymbol{0}^T \end{bmatrix} A^+ \tag{25}$$

で与えられる．

3.4 問題点

式 (25) を用いることで，ダイレクトブラインド ZF 等化器パラメータを得られる．

しかし，この手法は回線雑音の影響を考慮していない．実環境を想定すると，等化器パラメータの導出に用いている行列 A に回線雑音が混入することが考えられる．これによりパラメータに誤差が生じ，ISI の抑圧能力が低下する．

4 提案手法 [3]

本章では DLS 法の説明と，ZF 基準に基づく等化器に DLS 法を適用した場合のアルゴリズムを導出する．DLS 法は何らかのシステムの入出力関係に着目し，入力には誤差が含まれ，出力には誤差が無いことを想定した場合に有効なアルゴリズムである．今回は等化器の入出力関係に着目する．

等化器の入出力関係を図 4 に示す．なお，図 4 において ΔA は雑音成分とし，$\widehat{A} = A^H + \Delta A$ である．図 4 から，等化器 $\boldsymbol{g}$ の入力側に雑音成分 ΔA を含んだ伝送路応答 $\widehat{A}$ が存在し，出力側に雑音成分の無い $\boldsymbol{e}_{NP+1}$ が出力されていることが分かる．雑音成分を誤差と考えれば，等化器は入力データに誤差を含み，出力データに誤差を含まないシステムと考えられる．よって，ダイレクトブラインド ZF 等化器の入出力関係には DLS 法のモデルを当てはめることができる．

DLS 法のモデルから，等化器の入出力関係を次式に示す.

$$(\widehat{A} - \Delta\widehat{A})\boldsymbol{g} = \boldsymbol{e}_{NP+1} \tag{26}$$

ここで，$\Delta\widehat{A}$ は $\widehat{A}$ に含まれる誤差を抑圧する $(2NP+1)\times NP$ の摂動行列とする．この $\Delta\widehat{A}$ のフロベニウスノルムが最小になるような $\boldsymbol{g}$ が最適な DLS 解となる．

式 (26) から DLS 法に基づいてパラメータを導出していく．まず，式 (26) を変形して

$$-\Delta\widehat{A}\boldsymbol{g} = -\widehat{A}\boldsymbol{g} + \boldsymbol{e}_{NP+1}$$

とする．次に，摂動付加の対象となる行列 C を

$$C = \left(I - \frac{\boldsymbol{e}_{NP+1}\boldsymbol{e}_{NP+1}^T}{\boldsymbol{e}_{NP+1}^T\boldsymbol{e}_{NP+1}}\right)\widehat{A}$$

で与える．従って，式 (26) の代わりに

$$\Delta\widehat{A}\boldsymbol{g} = C\boldsymbol{g} \tag{27}$$

を用いて，$\|\Delta\widehat{A}\|_F^2$ を最小とする $\boldsymbol{g}$ を求める．摂動 $\Delta\widehat{A}$ のフロベニウスノルムは

$$\|\Delta\widehat{A}\|_F^2 = tr[\Delta\widehat{A}^H\Delta\widehat{A}] = tr[\Delta\widehat{A}\Delta\widehat{A}^H]$$

となるため

$$tr[(\Delta\widehat{A})^H(\Delta\widehat{A})] = tr[C^HC]$$

が成り立つ.

次に, 式 (27) の左辺に対して以下のような計算を行う．

$$\begin{aligned} tr(\Delta\widehat{A}\boldsymbol{g})(\Delta\widehat{A}\boldsymbol{g})^H &= tr[(\Delta\widehat{A})\boldsymbol{g}\boldsymbol{g}^H(\Delta\widehat{A})^H] \\ &= tr[(\Delta\widehat{A})(\Delta\widehat{A})^H]\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{g} \end{aligned}$$

ここで, $tr(\boldsymbol{g}\boldsymbol{g}^T) = \boldsymbol{g}^T\boldsymbol{g}$ の関係を利用した. 続いて式 (27) の右辺に対しても同様に計算する.

$$tr(C\boldsymbol{g})(C\boldsymbol{g})^H = tr(C\boldsymbol{g})^H(C\boldsymbol{g}) = \boldsymbol{g}^HC^HC\boldsymbol{g}$$

このとき

$$||\Delta\widehat{A}||_F^2 = tr[(\Delta\widehat{A})(\Delta\widehat{A})^H] = \frac{\boldsymbol{g}^HC^HC\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{g}} \tag{28}$$

となる. 以上のことより, 摂動のフロベニウスノルムは式 (28) で与えられる.

式 (28) を最小にする $\boldsymbol{g}$ はレイリー商の関係より

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{v}_{min}$$

で与えられる．ただし $\boldsymbol{v}_{min}$ は C の最小特異値に対応した，右特異ベクトルである．

以上の結果から DLS 解を一時的に次式のように定義する.

$$\mathbf{g}_{DLS} = k\boldsymbol{v}_{min} \tag{29}$$

続いて係数 k の導出を Lagrange の未定乗数法より行う.

Lagrange の未定乗数法は，ある制約条件下において，評価関数の最大・最小値を導く手法である．

制約条件 $\boldsymbol{y}$ と評価量 J を与える.

$$\begin{gathered} \overset{min}{\boldsymbol{g}}\|\Delta\widehat{A}\|_F^2 \quad subject.to \quad \boldsymbol{y} = (\widehat{A} - \Delta\widehat{A})\boldsymbol{g} - \boldsymbol{e}_{NP+1} = \boldsymbol{0} \\ J = \frac{1}{2}\|\Delta\widehat{A}\|_F^2 + \boldsymbol{l}^H\boldsymbol{y} = \frac{1}{2}tr\left[(\Delta\widehat{A})^H(\Delta\widehat{A})\right] + \boldsymbol{l}^H\boldsymbol{y} \end{gathered} \tag{30}$$

Copyright © 2012 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.

表 1: 提案手法の計算手順

[Iteration]
$R_{11} = E[\boldsymbol{x}_N(n)\boldsymbol{x}_N^H(n)]$
$R_{12} = E[\boldsymbol{x}_N(n)\boldsymbol{x}_M^H(n-d)]$
$R_{21} = E[\boldsymbol{x}_M(n-d)\boldsymbol{x}_N^H(n)]$
$R_{22} = E[\boldsymbol{x}_M(n-d)\boldsymbol{x}_M^H(n-d)]$
$W_{12} = E[\boldsymbol{x}_N(n)\boldsymbol{x}_M^H(n-d-1)]$
$W_{21} = E[\boldsymbol{x}_M(n-d-1)\boldsymbol{x}_N^H(n)]$
$\boldsymbol{u} = \underset{\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{h}_2=1}{max} \; [R_{12}R_{22}^{+}R_{21} - W_{12}R_{22}^{+}W_{21}]$
$A = [R_{11} - R_{12}R_{22}^{+}R_{21} \quad \boldsymbol{u} \quad W_{12}R_{22}^{+}W_{21}]$
$C = A^H - P_e A^H$
$\boldsymbol{v}_{min} = \underset{\Vert\Delta\widehat{A}\Vert_F^2}{min} \; \frac{\boldsymbol{v}_{min}^H C^H C \boldsymbol{v}_{min}}{\boldsymbol{v}_{min}^H \boldsymbol{v}_{min}}$
$\boldsymbol{g}_{DLS} = \frac{\boldsymbol{e}_{NP+1}^T \boldsymbol{e}_{NP+1}}{\boldsymbol{e}_{NP+1}^T A^H \boldsymbol{v}_{min}} \boldsymbol{v}_{min}$

ここで，$\boldsymbol{l}$ は Lagrange 乗数とする．

式 (30) について偏微分を用いて解くと

$$\Delta\widehat{A} \quad = \quad \frac{\left(\widehat{A}\boldsymbol{g} - \boldsymbol{e}_{NP+1}\right)\boldsymbol{g}^H}{\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{g}}$$

となる．これより $\Vert\Delta\widehat{A}\Vert_F^2$ は

$$\Vert\Delta\widehat{A}\Vert_F^2 \quad = \frac{(\widehat{A}\boldsymbol{g}-\boldsymbol{e}_{NP+1})^H(\widehat{A}\boldsymbol{g}-\boldsymbol{e}_{NP+1})}{\boldsymbol{g}^H\boldsymbol{g}} \tag{31}$$

となる．

次に下記の関係を定義する．

$$R \quad = \quad \begin{bmatrix} \widehat{A}^H\widehat{A} & \widehat{A}^H\boldsymbol{e}_{NP+1} \\ \boldsymbol{e}_{NP+1}^T\widehat{A} & \boldsymbol{e}_{NP+1}^T\boldsymbol{e}_{NP+1} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} I_{NP} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0}^T & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\boldsymbol{g}} \quad = \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{g} \\ -1 \end{bmatrix}$$

ここで，R はフルランクな対称行列である．これらの定義を式 (31) に適用すると

$$\Vert\Delta\widehat{A}\Vert_F^2 = \frac{\begin{bmatrix} \boldsymbol{g}^H & -1 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} \boldsymbol{g} \\ -1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \boldsymbol{g}^H & -1 \end{bmatrix} D \begin{bmatrix} \boldsymbol{g} \\ -1 \end{bmatrix}} = \frac{\tilde{\boldsymbol{g}}^H R\tilde{\boldsymbol{g}}}{\tilde{\boldsymbol{g}}^H D\tilde{\boldsymbol{g}}}$$

と表される．この式を $\tilde{\boldsymbol{g}}$ で偏微分し，停留点を求めると

$$\frac{\partial}{\partial\tilde{\boldsymbol{g}}}\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{g}}^H R\tilde{\boldsymbol{g}}}{\tilde{\boldsymbol{g}}^H D\tilde{\boldsymbol{g}}}\right) \quad = \frac{2}{\tilde{\boldsymbol{g}}^H D\tilde{\boldsymbol{g}}}\left(R\tilde{\boldsymbol{g}} - \frac{\tilde{\boldsymbol{g}}^H R\tilde{\boldsymbol{g}}}{\tilde{\boldsymbol{g}}^H D\tilde{\boldsymbol{g}}} D\tilde{\boldsymbol{g}}\right) = 0$$

となる．すなわち

$$R\tilde{\boldsymbol{g}} = \frac{\tilde{\boldsymbol{g}}^H R\tilde{\boldsymbol{g}}}{\tilde{\boldsymbol{g}}^H D\tilde{\boldsymbol{g}}} D\tilde{\boldsymbol{g}}$$

が得られる．展開すると

$$\boldsymbol{e}_{NP+1}^T\widehat{A}\boldsymbol{g}_{DLS} - \boldsymbol{e}_{NP+1}^T\boldsymbol{e}_{NP+1} = 0 \tag{32}$$

表 2: 従来手法の演算量比較

Conv.	multiplications
1.A^+	$(10-\frac{7}{6})(NP)^3 + (1+\frac{1}{2})(NP)^2$ $+(-2+\frac{2}{3})NP$
2.$\boldsymbol{g}$	$NP(2NP+1)$
Total	$(10-\frac{7}{6})(NP)^3 + (3+\frac{1}{2})(NP)^2$ $+(-1+\frac{2}{3})NP$

表 3: 提案手法の演算量比較

Prop.	multiplications
1.C	$4(NP)^3 + 12(NP)^2 + 11NP + 3$
2.$\boldsymbol{v}_{min}$	$(\frac{10}{3}+2\kappa)(NP)^3 + (\frac{3+9\kappa}{2})(NP)^2$ $+(\frac{1}{6}-\frac{3\kappa}{2})NP - (5\kappa+13)$
3.$\boldsymbol{g}_{dls}$	$2(NP)^2 + 5NP + 1$
Total	$(\frac{22}{3}+2\kappa)(NP)^3 + (\frac{31+9\kappa}{2})(NP)^2$ $+(\frac{97}{6}-\frac{3\kappa}{2})NP - (5\kappa+9)$

となる．式 (32) に式 (29) を代入することで係数 k は次式のように与えられる．

$$k = \frac{\boldsymbol{e}_{NP+1}^T\boldsymbol{e}_{NP+1}}{\boldsymbol{e}_{NP+1}^T\widehat{A}\boldsymbol{v}_{min}}$$

これより, DLS 法に基づいたダイレクト ZF 等化器のパラメータベクトルは

$$\boldsymbol{g}_{DLS} = \frac{\boldsymbol{e}_{NP+1}^T\boldsymbol{e}_{NP+1}}{\boldsymbol{e}_{NP+1}^T\widehat{A}\boldsymbol{v}_{min}}\boldsymbol{v}_{min}$$

で与えられる．

5　演算量評価 [5]

本章では，従来手法と提案手法で等化パラメータ導出までの演算量の比較を行い，結果について考察する. 表 1 で今回のアルゴリズムに関わる計算を示す．なお，初期値として伝送路パラメータ h を表 1 にあるように定めた．

表 2 に 1 回の更新時に従来手法と提案手法で異なるアルゴリズムの乗算回数を演算量として示す. また，図 5 は伝送路次数 $L = 4$，ベクトルのサイズ $M = 2$, ギブンス回転のループ数 $\kappa = 2$, スタック数 $N = 5, 10, \cdots, 25$ と変化させたときの従来手法と提案手法の 1 回の更新に必要な演算量を示す.

図 5 から，提案手法は従来手法と比べて演算量が増加することが分かる．これは提案手法には特異値分解等の演算量の多いアルゴリズムが存在するために，従来手法よりも演算量が必要になると考えられる．

6　計算機シミュレーション

6.1　シミュレーション条件

提案手法の有用性を検証するために，計算機シミュレーションにより従来手法と提案手法との BER 比較検証を行った．表 4 にシミュレーション緒元を示す.

Copyright © 2012 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.

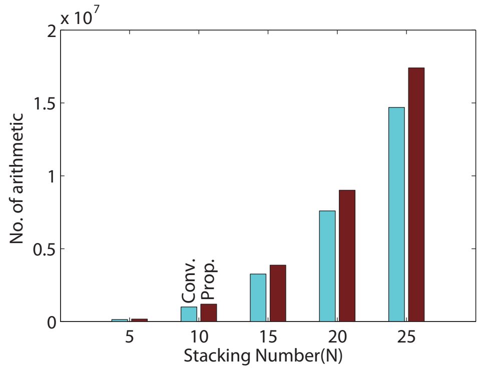

図 5: 従来手法と提案手法との演算量比較

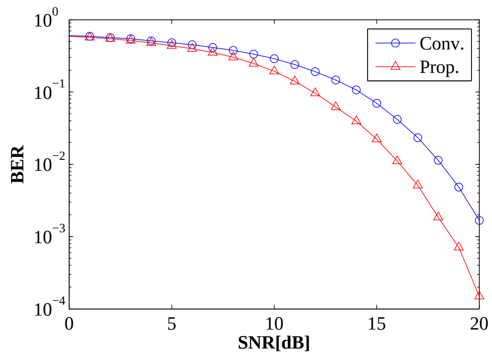

図 6: BER 特性

6.2　シミュレーション結果

表 4 に示す環境下で従来手法 [2] と提案手法の BER 特性の比較をした結果を図 6 に示す．

SNR0 ∼ 5[dB] までは従来手法・提案手法どちらもほぼ同じ結果となり，重なったグラフになっている．SNR5[dB] 以降は徐々に差が表れ始め，提案手法の方が BER は低くなり，最終的に SNR20[dB] では 10^{-1} 程度の差が出る結果となった．

全体を通して従来手法よりも提案手法の方が BER が良好なことがわかる．これは，DLS 法によって雑音成分が軽減された結果，BER 特性も付随して良くなったと考えられる．

7　まとめ

本論文では，Li らによって提案されたダイレクトブラインド ZF 等化器 [2] に対して，DLS 法を導入した等化器を OFDM 変調方式に基づいて適用したことについて述べた．また，従来手法と提案手法で演算量及び BER 特性を比較し，その有用性を計算機シミュレーションにより示した．

その結果，提案手法は従来手法に比べ，BER 特性では良好だが，その分演算量が増加する結果となった．従って，環境によって有効な手法を選択する必要がある．

今後の課題として，提案手法は BER 特性は良好な結果を出すが，提案手法のアルゴリズムには特異値分解を含むため，演算量が多い．したがって，現在の BER 特性を維持しつつ，演算量の軽減する手法について検討したい．

表 4: シミュレーション諸元

1 次変調方式	QPSK
オーバーサンプリングレート	$P = 4$
伝送路応答長	$L = 5$
送信シンボル数	4096
OFDM シンボル間隔	$T_F = 4.0[\mu s]$
サブキャリア数	$K = 8$
任意の遅延時間	$d = 4$
試行回数	100
SNR	0 ∼ 20[dB]

参考文献

[1] 高畑文雄 編著，“ ディジタル無線通信入門 ”，培風館，Jun.2002,

[2] Xiaohua Li and Howard Fan, “Direct Estimation of Blind Zero-Forcing Equalizers Based on Second-Order Statistics”, *IEEE Trans.* Signal Process., Vol.48, No.8, pp.2211-2218, AUGUST 2000

[3] 江守　正稔，田邉　造，小河　誠巳，古川　利博，”DLS 法に基づいたダイレクトブラインド ZF 等化器”，電子情報通信学会技術研究報告，MoMuC，モバイルマルチメディア通信　110(290)，19-23，2010-11-11

[4] 伊丹　誠，分かりやすい OFDM 技術，オーム社 (2005-11)

[5] Nari TANABE, Toshihiro FURUKAWA, Kohichi SAKANIWA, Shigeo TSUJII, “A Practical Subspace Blind Identification Algorithm with Reduced Computational Complexity”, *IEICE Trans.* FUNDAMENTALS, Vol.E87-A, No.12, pp.3360-3371, DECEMBER 2004

[6] 小林　英雄，森　香津夫，”移動通信環境下における OFDM 通信新ステム用伝送路推定方式の提案”，電子情報通信学会論文誌，Vol.J90-B, No.12, pp.1249-1262, DECEMBER 2007

Copyright © 2012 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.