

F-014

## スイッチトトポロジーを導入した粒子群最適化法の複数解探索能力

Multi-solution Search Ability of Particle Swarm Optimization Using Switched Topology

佐野亮介<sup>†</sup>      神野健哉<sup>‡</sup>      斎藤利通<sup>†</sup>  
 Ryosuke Sano      Kenya Jin'no      Toshimichi Saito

法政大学 理工学部 電気電子工学科<sup>†</sup>  
 Department of Electrical and Engineering, Faculty of Engineering, Hosei University  
 日本工業大学 工学部 電気電子工学科<sup>‡</sup>

Electrical and Electronics Engineering Department, Engineering Faculty, Nippon Institute of Technology

## 1 まえがき

本稿は粒子群最適化法の粒子が持つネットワーク構造に注目し、粒子の繋がりにスイッチを適用したスイッチトトポロジーを提案する。また、スイッチの動作確率による複数解探索能力の変化を数値実験により示す。

## 2 粒子群最適化 (PSO)

ある制約条件の下、目的関数  $f(\mathbf{x})$  が最小となる状態を探索すること (最適化) は様々な分野で重要である。位置情報を持った複数の粒子を移動させることで最適化を行う手法として、粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimization; PSO)[1][2] がある。PSO は傾きの情報を用いずに最適化を行うため、非線形問題など多様な問題へ適用可能である。PSO は以下の式で記述される。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^n &\leftarrow w\mathbf{v}^n + c_1 r_1^n (\mathbf{Pb}^n - \mathbf{x}^n) + c_2 r_2^n (\mathbf{Lb}^n - \mathbf{x}^n) \\ \mathbf{x}^n &\leftarrow \mathbf{x}^n + \mathbf{v}^n \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $n$  は粒子を指す添字であり、 $\mathbf{x}^n = (x_1^n \dots x_D^n) \in \mathcal{R}^D$  と  $\mathbf{v}^n = (v_1^n \dots v_D^n) \in \mathcal{R}^D$  は、それぞれ  $D$  次元の位置と速度を表している。 $\mathbf{Pb}^n \in \mathcal{R}^D$  はパーソナルベストと呼ばれ、 $n$  番目の粒子が過去に探索した中で最良の位置情報を示している。 $\mathbf{Lb}^n \in \mathcal{R}^D$  はローカルベストと呼ばれ、 $n$  番目の粒子と他の隣接している粒子の  $\mathbf{Pb}^n$  の中で最良の位置情報を示している。PSO は 3 つのパラメータを持つ。 $w$  は慣性係数と呼ばれ、主に粒子の収束の早さをつかさどる。 $c_1$  と  $c_2$  は加速度係数と呼ばれ、 $\mathbf{Pb}^n$  と  $\mathbf{Lb}^n$  の重みを示している。 $r_1^n$  および  $r_2^n$  は  $[0, 1]^D$  の一様乱数である。

## 3 PSO におけるトポロジー

PSO は既知の最良解、すなわち  $\mathbf{Lb}^n$  の周辺を探索することにより最適化を行うアルゴリズムである。 $\mathbf{Lb}^n$  は粒子群の持つネットワークトポロジーにより決まる。一般的な PSO では図 1(a) の全結合トポロジーが使用される。全結合トポロジーでは、全ての粒子がお互いに接続されているため、粒子は群れ全体における最良位置情報 (グローバルベスト) を知ることが出来る。ゆえに、唯一の位置グローバルベストが  $\mathbf{Lb}^n$  として使用される。

グローバルベストの情報が即座に全粒子に伝わる全結合トポロジーに対し、情報の伝達が遅いトポロジーとし

て図 1(b) の有向リングがある。有向リングは粒子がリング状の結合をしており、かつ情報の伝達が一方向に行われるトポロジーである。

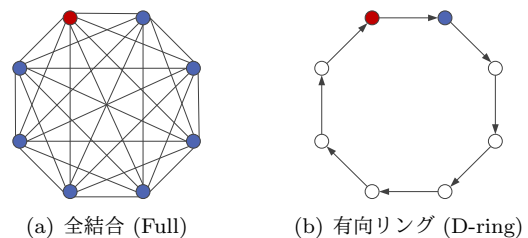


図 1 ネットワーク トポロジー

トポロジーの情報伝達速度を測る指標として平均頂点間距離が使える。平均頂点間距離は式 (2) で表される。

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_m \sum_{m \neq n} l_{mn} \quad (2)$$

ここで、 $N$  は群れの粒子数であり、 $l_{mn}$  は  $n$  番目から  $m$  番目の粒子へ最短経路で情報伝達する際に必要な枝の数を表している。例として、粒子数が 40 である際の平均頂点間距離を計算すると、全結合の場合は 1、有向リングの場合は 20 となり、有向リングの方が距離が長くなる。PSO の探索においては、平均頂点間距離の長い、すなわち情報伝達速度の遅いトポロジーを用いると探索性能が向上する傾向にある [3][4]。

## 4 スwitchトポロジー

さらに情報伝達速度の遅いトポロジーとして、我々はスイッチトトポロジー (SW-TOPO) を提案している [4]。SW-TOPO はトポロジーの枝にスイッチを導入したトポロジーである。スイッチは、ON の場合に枝が接続され情報も伝達される。一方、OFF の場合は枝は切断され、情報も伝達されない。スイッチは PSO 計算の反復のたびに切り替えを行う。つまり、反復のたびにトポロジーの形状が変化することとなる。

スイッチ切り替えのルールは多様に考えることが出来るが、本稿ではランダムスイッチングルール (RSW) を用いる。RSW はスイッチを動作確率  $P_{sw}$  で ON にするルールである。

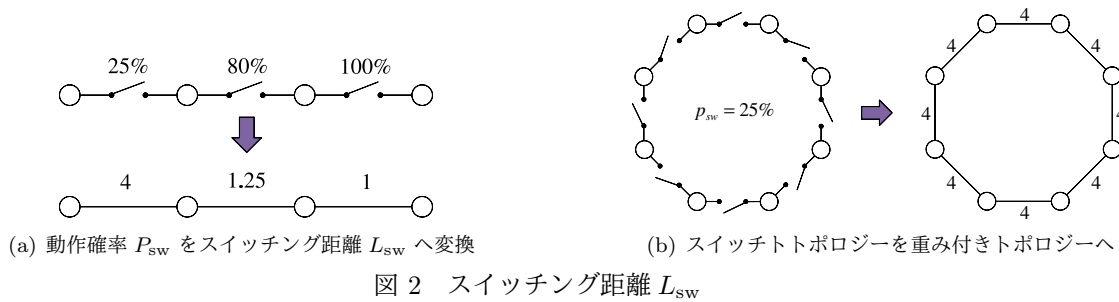
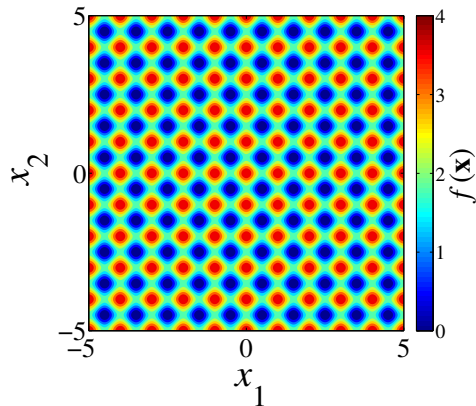
図 2 スイッチング距離  $L_{sw}$ 

図 3 ベンチマーク関数の等高線

#### 4.1 スイッチング距離 $L_{sw}$

RSW を適用した SW-TOPO における距離の計算法としてスイッチング距離  $L_{sw}$  を定義する。例として、スイッチの動作確率を  $P_{sw} = 25\%$  と仮定すると、このスイッチは 4 回に 1 回の確率で動作することになる。これは、情報の伝達に通常の 4 倍の時間がかかることを意味する。この考えを基に、図 2(a) の様に動作確率の逆数を距離として定義したものがスイッチング距離である。本稿では簡単のために、図 2(b) の様に SW-TOPO の持つ全てのスイッチを一律の動作確率とする。ゆえに、スイッチング距離  $L_{sw}$  は以下の式で表される。

$$L_{sw} = L \cdot \frac{1}{P_{sw}} \quad (3)$$

動作確率が  $P_{sw} = 100\%$  の場合、スイッチング距離は 1 となり、これは通常のトポロジーおよび平均頂点間距離と同様になる。

#### 5 数値実験

SW-TOPO とスイッチング距離が探索に与える影響を調べるため、全結合および有向リングトポロジーにおいて動作確率  $P_{sw}$  を変化させ数値実験を行った。問題には、式 (4) で表される単純な 2 次元のベンチマーク関数を用いた。

$$f(\mathbf{x}) = \cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2) + 2 \quad (4)$$

図 3 は探索範囲  $[-5, 5]^2$  におけるベンチマーク関数の等高線を描いている。この関数は格子状に並んだ 100 個の最適解を持つ。本実験では 2000 回の試行で、発見

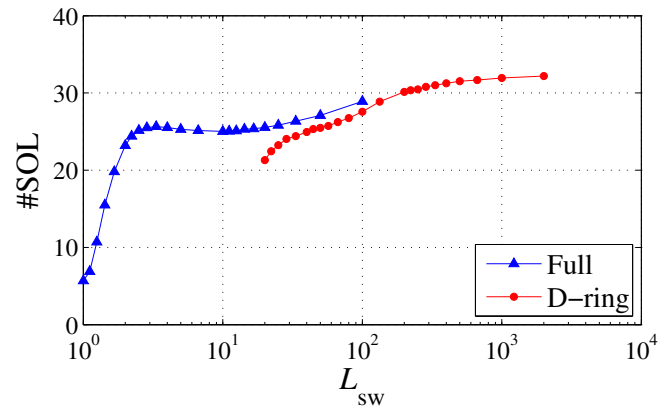


図 4 スイッチング距離の増加に対する平均発見解数

できた解の個数の平均 ( $\#SOL$ ) を測定する。解発見の基準は  $f(\mathbf{x}) < 0.01$  とした。実験に用いた粒子数は 40 個、反復数は 2000 回、位置と速度の初期値は  $[-5, 5]^2$  の一様乱数で与えた。PSO のパラメータは  $w = 0.729$ 、 $c_1 = c_2 = 1.49445$  とした。動作確率  $P_{sw}$  を 100 ~ 1% に変化させた実験結果を図 4 に示す。結果を見ると、全結合 (Full) および有向リング (D-ring)、どちらのトポロジーを基準にした SW-TOPO においても、スイッチング距離の増加に伴い  $\#SOL$  が向上していることが分かる。

#### 6 むすび

本稿では PSO におけるトポロジーの違いを議論し、平均頂点間距離を用いたトポロジーの数値化を行った。加えて、より長い距離を持つスイッチトポロジーを導入し、平均頂点間距離と等価な距離の計算法であるスイッチング距離を紹介した。また、単純なベンチマーク関数でスイッチトポロジーを用いた数値実験を行い、長いスイッチング距離が複数解の探索において有効であることを示した。

#### 参考文献

- [1] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization", Proc. IEEE ICNN, pp. 1942-1948, 1995.
- [2] J. Kennedy, "The particle swarm: Social adaptation of knowledge", Proc. ICEC, pp. 303-308, 1997.
- [3] T. Tsujimoto, T. Shindo, and K. Jin'no "The Neighborhood of Canonical Deterministic PSO", Proc. IEEE CEC 2011, pp. 1811-1817, 2011.
- [4] R. Sano, T. Shindo, K. Jin'no and T. Saito, "PSO-based Multiple Optima Search Systems with Switched Topology", Proc. IEEE CEC 2012, pp. 3301-3307, 2012.