

変分ベイズ法を用いた色分布情報推定のためのパラメータ検証 Parameter verification for color estimation using variational bayes method

本多 功[†]
Kou Honda

六井 淳[†]
Jun Rokui

1. はじめに

近年のスキヤナなど読み取りデバイスの高性能化および低価格化によって、印刷物をデータ化することが容易になった。一度、印刷した写真などの画像を再データ化したさいには、元の画像データと画質が大きく異なってしまうことも多い。印刷されたカラー画像をスキヤナなどで読み取り再データ化することは、文字からなる文書画像に比べ、再現性に乏しい画像データになることが多い。

画像の印刷時の配色はその印刷環境によって影響を受ける。また、経年劣化などにより画像が元の状態から大きく変質してしまうことも多い。印刷デバイスの性能によりインクのにじみの違いが現れたり、印刷された時から時間が立つにつれ、紙の劣化などにより、印刷された画像が大きく変化することがある。このような、画像の劣化に対応するためさまざまな画像処理技術が考案されてきた [1]。

従来の方法の一つとして、劣化画像にフィルター処理によるものがある。これは、データの生成されるプロセスの詳細がほぼ分かっている時に有効である。しかし、画像を印刷・撮影するプロセスでの条件が不明であったり、印刷物の風化などが著しい場合など、単純に従来の画像復元フィルタを適用するだけでは、良好な結果は得られない。本論文では、画像の元の配色に関して推定をおこなう。これは、デバイス環境や風化による画像の色彩の劣化色の配色の変化によるものが大きいと考えるためである。配色情報を推定することで、元の画像からの変化なども検証することができるようになる。本論文では、このような画像の色情報を推定問題を確率モデルを基にして考える。具体的に画像データを統計的にモデル化する手法として、マルコフ連鎖モデル (Markov chain model) を用いた手法がある [2]。この手法は莫大なコンピュータリソースが必要であり、収束の判定にも注意が必要である。画像データなどの用いるときに大きな問題となる。

本研究では変分ベイズ法 (Variational Bayesian approach, VB) [3][4][5] について考える。変分ベイズ法はベイズ学習の一つの近似手法として提案された。その有効性が多くの実問題を通じて検証され、画像の復元問題においても用いられている [6][7]。変分ベイズ法は全ての問題に適用できるわけではない。事前情報を与える必要があり、また、前提条件が複雑であったりするため、全ての問題に対して正しく適用できるとは限らない。画像の配色を色分布を元に正しく推定するために、変分ベイズ法が適用できるかどうか、本論文で検証する。

本論文ではカラー 2 次元バーコードに関し色情報の推定を行う。カラー 2 次元バーコードは QR コードなどの 2 値の 2 次元バーコードを多色化したものである [8]。カラー 2 次元バーコードは物理的に多くの情報を保持させることができ

る。多色化したことにより復号化時に複雑な処理が必要になる [9][10]。カラー 2 次元バーコードでは 2 値コードと比べ、認識性能は印刷環境とスキヤナ環境により強い影響を受ける。本論文では、カラー 2 次元バーコードの色情報推定について、変分ベイズ法を適用することで、変分ベイズ法による配色推定の有効性について検証する。また、変分ベイズ法では各事前分布のハイパーパラメータの初期値について、天下り的に設定されることが多い。ハイパーパラメータの初期値は結果を左右することがあるのでこれは問題である。変分ベイズ法の有効性について、変分下界の値、ハイパーパラメータの初期値および結果の妥当性を関連させ検証する。

2. カラー 2 次元バーコードのベイズ的アプローチ

2.1. 色分布の混合モデル

ここでカラー 2 次元バーコードの統計的モデルを論ずる。図 1 は検証のため自作したカラー 2 次元バーコードのサンプルである。1-(a) は 16 色の正方形のセルをもったプロタイプコードである。フレームは位置推定と方向補正のために付加されたものである。1-(b) は携帯電話のカメラにより撮影されたものである。このカラー 2 次元バーコードのデータの色

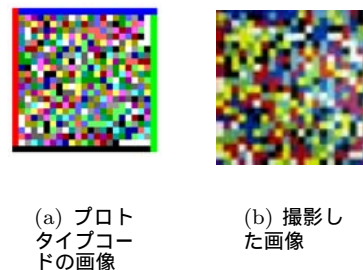


図 1: サンプルコードの元画像と撮影した画像

分布は 16 色が混合された形状となっている。

本研究のアプローチでは多変数ガウス分布により構成された分布を基にしたベイジアン混合モデリングを用いる。カラー 2 次元バーコードの画像の色分布を混合ガウス分布で表す。

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K \pi_k \mathcal{N}(\mathbf{x}, \mu_k, \Lambda_k^{-1}) \quad (1)$$

$\{\pi_1, \dots, \pi_K\}$ は混合比を表し、 $0 \leq \pi_k \leq 1, \sum_{k=1}^K \pi_k = 1$ を満たす。 μ_k , and Λ_k は平均と共分散行列を表す。

$$\mathcal{N}(\mathbf{x}|\mu, \Lambda) = (2\pi)^{-\frac{d}{2}} |\Lambda|^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mu)^t \Lambda(\mathbf{x}-\mu)\right) \quad (2)$$

でガウス分布を表せる。カラー 2 次元バーコードの画素データを $\mathbf{X} = \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K$ で表している。本論文ではカラー 2 次元バーコードの画像データは混合ガウス分布に起因していると仮定し、混合分布数は色の数と考える。

[†]島根大学 総合理工学研究科 数理情報システム学専攻
Department of Mathematics and Computer Science,
Interdisciplinary Graduate School of
Science and Engineering, Shimane University

本論文で問題となるのはこの混合ガウス分布のパラメータの決定法である。

2.2. 変分ベイズアプローチ

ベイズの定理は以下の関係で表される。

$$\text{事後分布} \propto \text{事前分布} \times \text{尤度}$$

このカラー 2 次元バーコードにデータの事後分布を事前分布と尤度を用いて最大化することを考える。全てのパラメータが事前分布で与えられると仮定する事前分布の最適な設定法はなく、通常は数学的な取り扱いの良さから、共役事前分布がもちいられる。

次に混合色分布のパラメータのモデル化法を述べる。混合比は 2 値隠れ変数 \mathbf{Z} で表すことができる。対応する事前分布は以下のように与えられる。

$$p(\mathbf{Z}|\{\pi_k\}) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K \pi_k^{z_{nk}}. \quad (3)$$

さらに、観測データベクトルの隠れ変数とパラメータを与えられた時の条件付き分布は

$$p(\mathbf{X}|\mathbf{Z}, \{\mu_k\}, \{\Lambda_k\}) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K \mathcal{N}(\mathbf{x}_n|\mu_k, \Lambda_k^{-1})^{z_{nk}}. \quad (4)$$

で表せる。混合比の事前分布にはディリクレ分布を用いる。

$$p(\{\pi_k\}) = \text{Dir}(\{\pi_k\}|\{\phi_k\}) \quad (5)$$

$$= \frac{\Gamma(\sum_{k=1}^K \phi_k)}{\prod_{k=1}^K \Gamma(\phi_k)} \prod_{k=1}^K \pi_k^{\phi_k - 1} \quad (6)$$

平均ベクトルと共分散行列の事前分布については以下のようにガウス-ウィシャート事前分布を導入する。

$$\begin{aligned} p(\{\mu_k\}, \{\Lambda_k\}) &= p(\{\mu_k\}|\{\Lambda_k\})p(\{\Lambda_k\}) \\ &= \prod_{k=1}^K \mathcal{N}(\mu_k|\mathbf{m}_0, (\xi\Lambda)^{-1})\mathcal{W}(\Lambda_k|\eta, \mathbf{W}_0) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、ウィシャート分布は以下のように与えられる。

$$\mathcal{W}(\Lambda|\eta, \mathbf{W}) = c|\Lambda|^{(\eta-D-1)/2} \exp(-\frac{1}{2}\text{Tr}(\mathbf{W}^{-1}\Lambda)) \quad (8)$$

また、正規化定数は以下で与えられる。

$$c = |W|^{-\eta/2} (2^{\eta D/2} \pi^{D(D-1)/4} \prod_{i=1}^D \Gamma(\frac{\eta+1-i}{2}))^{-1} \quad (9)$$

全ての確率変数の同時分布を以下に表す。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \{\pi_k\}, \{\mu_k\}, \{\Lambda_k\}) &= p(\mathbf{X}|\mathbf{Z}, \{\mu_k\}, \{\Lambda_k\}) \\ & p(\mathbf{Z}|\{\pi_k\})p(\{\pi_k\})p(\{\mu_k\}|\{\Lambda_k\})p(\{\Lambda_k\}). \end{aligned} \quad (10)$$

次に変分ベイズ法の核となる、事後分布の変分近似について述べる。周辺分布の対数は、新たな分布 q を用いて以下のように表す。

$$\ln p(\mathbf{X}) = \mathcal{L}(q) + KL(q||p) \quad (11)$$

ただし、

$$\mathcal{L}(q) = \int q(\mathbf{Z}) \ln \frac{p(\mathbf{X}, \mathbf{Z})}{q(\mathbf{Z})} d\mathbf{Z}. \quad (12)$$

$$KL(q||p) = - \int q(\mathbf{Z}) \ln \frac{p(\mathbf{Z}|\mathbf{X})}{q(\mathbf{Z})} \quad (13)$$

ここで、ある制限した $q(\mathbf{Z})$ を考え、 $KL(q||p)$ を最大化することで $\mathcal{L}(\Pi)$ を最大化し、最適な事後分布を求める。

潜在変数とパラメータを分解した変分近似は

$$q(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \pi, \mu, \Lambda) = q(\mathbf{Z})q(\pi, \mu, \Lambda). \quad (14)$$

で表す。 μ と Λ に関して因子を分解すると

$$q(\pi, \mu, \Lambda) = q(\pi) \prod_{k=1}^K q(\mu_k, \Lambda[k]) \quad (15)$$

と書ける。最適な因子分布は

$$\ln q(\mathbf{Z}) = \langle \ln p(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \pi, \mu, \Lambda) \rangle_{\pi, \mu, \Lambda} + \text{const}. \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \ln q(\pi, \mu, \Lambda) &= \ln p(\pi) + \sum_{k=1}^K \ln p(\mu_k, \Lambda_k) + \langle \ln p(\mathbf{Z}|\pi) \rangle \\ &+ \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \langle z_{nk} \rangle \ln \mathcal{N}(\mathbf{x}_n|\mu_k, \Lambda_k^{-1}) + \text{const}. \end{aligned} \quad (17)$$

になる。ここで $\langle \cdot \rangle$ は期待値を表す。これを評価すると

$$q(\mathbf{Z}) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K r_{nk}^{z_{nk}} \quad (18)$$

ただし、

$$r_{nk} = \frac{\rho_{nk}}{\sum_{j=1}^K \rho_{nj}} \quad (19)$$

、また式 15 は次のようになる。

$$q(\pi_k) = \text{Dir}(\pi_k|\phi_k) \quad (20)$$

$$q(\mu_k, \Lambda_k) = \mathcal{N}(\mu_k|\mathbf{m}_k, (\xi\Lambda)^{-1})\mathcal{W}(\Lambda_k|\eta_k, \mathbf{W}_k). \quad (21)$$

ここで、 ϕ 、 \mathbf{m}_k 、 η_k 、と \mathbf{W}_k は更新されたハイパーパラメータである。

2.3. 変分下界

ハイパーパラメータは度々天下的に決定される。本論文では、変分下界の値によってハイパーパラメータの適切さを検討する。変分下界は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_{\mathbf{Z}} \int \int \int q(\mathbf{Z}, \pi, \mu, \Lambda) \ln \frac{p(\mathbf{X}, \mathbf{Z})}{q(\mathbf{Z}, \pi, \mu, \Lambda)} d\pi d\mu d\Lambda \\ &= \langle \ln p(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \pi, \mu, \Lambda) \rangle - \langle \ln q(\mathbf{Z}, \pi, \mu, \Lambda) \rangle \\ &= \langle \ln p(\mathbf{X}|\mathbf{Z}, \mu, \Lambda) \rangle + \langle \ln p(\mathbf{Z}|\pi) \rangle \\ &\quad + \langle \ln p(\pi) \rangle + \langle \ln p(\mu, \Lambda) \rangle \\ &\quad - \langle \ln q(\mathbf{Z}) \rangle - \langle \ln q(\pi) \rangle - \langle \ln q(\mu, \Lambda) \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

収束を判断するために変分下界は利用される。

3. 数値実験

数値実験の主たる目的は、カラー 2 次元バーコードの混合正規分布の変分ベイズによるパラメータ推定性能の変化である。

3.1. 実験条件

最初に、実験方法と実験環境について述べる。撮影デバイスとして、劣化した画像に関する評価するために携帯電話のカメラを用いる。例えば図2-(a)は携帯電話で撮影した画像である。図2-(b)は撮影画像に対して位置推定と画像分割の

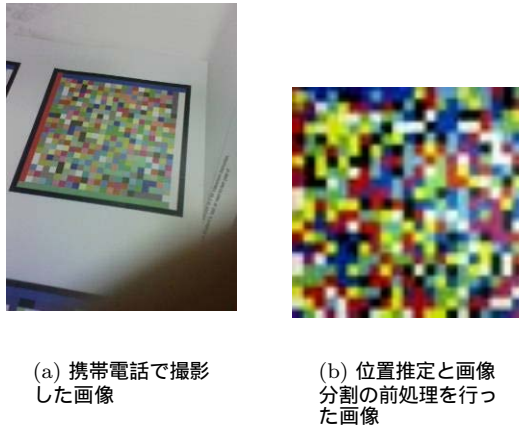


図2: 撮影画像と前処理を行った撮影画像の例

前処理を行った画像である。図2-(b)のような前処理を行った画像データについて混合分布のパラメータ推定を行う。表1に実験条件を示す。

表1: 実験条件

セル数	21 × 21
色数	16
撮影デバイス	携帯カメラ (NTT docomoFOMA D705i)
撮影画像サイズ	100 × 100 pixel

通常、ハイパーパラメータは経験的な値が初期値として与えられる。本論文では変分下界の最大値をとるような設定値を初期値とする。その仮定を検証するためにハイパーパラメータを初期値を変化させ検討する。 ϕ, ξ, η は初期値を変化させながら、繰り返し計算を行う。また、 m は初期値を零ベクトルに、 W は初期値を単位行列にそれぞれ固定する。

3.2. 実験結果

次に実験結果について示す。最初に、ハイパーパラメータの初期値の違いによる、変分下界の変化について述べる。 ϕ と η の初期値の違いによる変分下界の変化を示す。

表2は $\phi-\eta$ と $\phi-\xi$ の変分下界の最大値と最小値を表している。 ϕ の幅は625,62.5,6.25,0.625、 η の幅は2.0 - 40.0、 ξ の幅は1.0- 5.5である。最大値を取る条件での結果がよいか検証する必要がある。図3は ϕ と η の初期値を変えた時の変分下界の変化である。ハイパーパラメータは ϕ の値の影響が大きい。 ϕ は混合比に関するハイパーパラメータであり、各分布の負担数に大きく寄与する。 ϕ を適切に選ばないと縮退が発生する。カラー二次元バーコードの場合、分布数Kすなわち色の数が決まっているので、Kの数は推定する必要がない。従って、実験結果からハイパーパラメータ ϕ の最適な

表2: ハイパーパラメータの初期値の違いによる最大値と最小値

change ハイパーパラメータ	Max	Min
$\phi-\eta$	$\mathcal{L} = -25385.6$ $\phi = 6.25, \eta = 2.5$	$\mathcal{L} = -225385.6$ $\phi = 0.625, \eta = 40$
$\phi-\xi$	$\mathcal{L} = -25385.6$ $\phi = 6.25, \xi = 1$	$\mathcal{L} = -225385.6$ $\phi = 625, \xi = 5.5$

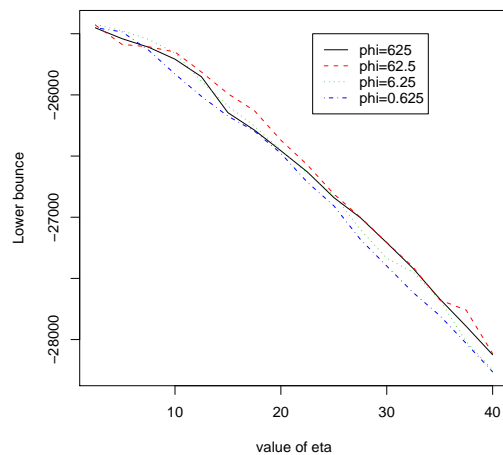


図3: ϕ と η の初期値を変えた時の変分下界の変化 -縦軸は変分下界、横軸は η の初期値を表す

初期値は容易に求まる。図3は ϕ の値によってあまり変分下界が変わらないことを表している。しかし、混合比は ϕ の値に大きく左右されている。次に、 ϕ と ξ について考える。図4に ϕ と ξ の初期値を変えた時の変分下界の変化を示す。結果として、 ξ と η の違いは収束した値の変化に大きく影響しなかった。図5と図6は各分布の混合比の変化を表している。

これらの結果から、 ϕ の値の妥当な値が分かる。変分下界の最大値の変化は $\phi = 695, 0.695$ ともに差は少なかったが、 ϕ の値は695が妥当であると言える。なぜなら、今回の実験データでは混合比の値がどの分布も一定である必要があるためである。 ϕ の値を小さくすると縮退が送りやすくなることが知られている。この結果から変分下界の最大値が必ずしも、良い学習結果を表していない。

第一に、ハイパーパラメータの影響は、ハイパーパラメータ毎に違うことがわかった。結果として、 ϕ の初期値の設定は重要であることが分かった。ハイパーパラメータの初期値と、変分下界の変化と学習結果の妥当性には関連がある。ただし、必ずしも変分下界の変化と学習結果の妥当性があるとはいえない。

4. まとめ

本論文では変分ベイズ法を用いた印刷された画像の配色の推定についてを検証するため、カラー2次元バーコードを用いて、印刷された画像の配色の推定についてを用いて学習を

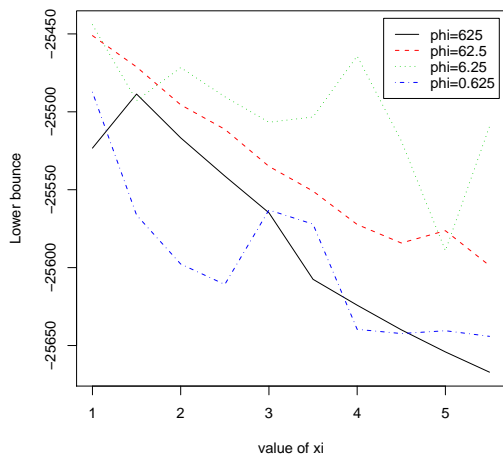


図4: ϕ と ξ の初期値を変えた時の変分下界の変化 -縦軸は変分下界、横軸は ξ の初期値を表す

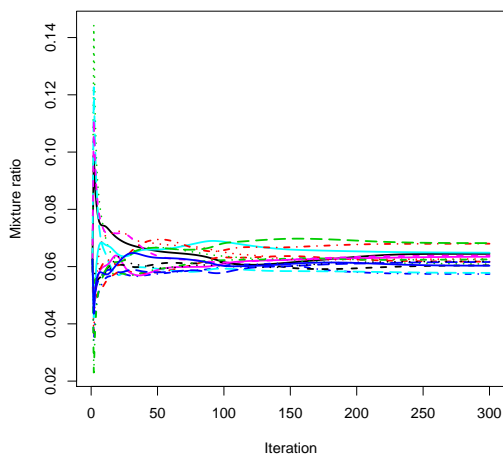


図5: 初期値が $\phi = 625, \xi = 1, \eta = 3$ の時の各分布の混合比の変化-縦軸は各分布の混合比、横軸は計算回数

行った。変分ベイズ法は、パラメータが複雑なため、色情報推定について正しく適用できるか、ハイパーパラメータの初期値を変えながら数値実験を行うことで、評価をおこなった。ハイパーパラメータの初期値を最適に設置することで、最適な推定が行えた。ハイパーパラメータの影響は、ハイパーパラメータ毎に違うことがわかった。また、各分布の平均と分散を推定することにより、各色の配色を分布として推定することができる。

混合比があらかじめわかっているケースなど、初めから問題の最適解の形式が推測できるときにはハイパーパラメータの初期値は問題ではない。しかし、それが不明な時には、ハイパーパラメータの初期値の設定を注意深くしなければならない。今後、問題毎にハイパーパラメータの初期値の設定する最適な方法について検討したい。

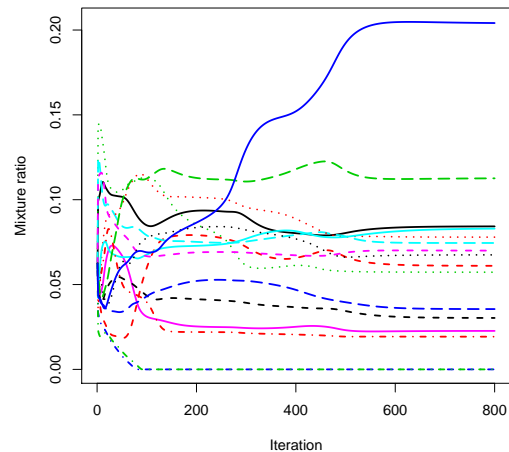


図6: 初期値が $\phi = 0.625, \xi = 1, \eta = 3$ の時の各分布の混合比の変化-縦軸は各分布の混合比、横軸は計算回数

また、正しい配色の推定が行われているかについては、さらなる検証が必要である。カラー2次元バーコードだけではなく、イラストなどの各色の割合が異なるものなどについても検証を行う必要がある。

参考文献

- [1] 神戸 喬輔, 杉山 将, 小川 英光 "劣化した印刷画像の画質改善" 電子情報通信学会総大会講演論文集 2003
- [2] Germa, S.D., Geman "Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images" IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6:721-741, 1984
- [3] 上田修功." 最良モデル探索のための変分ベイズ学習 " 人工知能学会論文誌, 2001
- [4] Minka, T. "Inferring a Gaussian distribution" Media Lab note, MIT, 1998
- [5] Attias, H. "Inferring Parameters and Structure of Latent Variable Models by Variational Bayes." Proceedings of the Fifteenth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, 1999
- [6] Chantas, G. "Variational Bayesian Image Restoration Based on a Product of t -Distributions Image Prior" IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 17, NO. 10, 2008
- [7] C. Giannis, G. Nikolaos, L. Aristidis, S. Michael. "Variational Bayesian Image Restoration Based on a Product of t -Distributions Image Prior" IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 17, NO. 10, OCTOBER, 2008
- [8] Keng, T., Tan, Chai, D., Kato, H. and Siong Khai Ong. "A color 2D-barcode for mobile applications: Design tips" Digital Object Identifier 10.1109/MPRV.2010
- [9] 寺田 遼平, 藤本 敬介, 中山 奏一 "カラー2次元コードを高解像度化するための認識アルゴリズムの実現と評価" 電子情報通信学会技術研究報告. SS, ソフトウェアサイエンス
- [10] Parikh, D., Jancke, G. "Localization and Segmentation of a 2D High Capacity Color Barcode" Proceedings of the Fifteenth Applications of Computer Vision, 2008