

## 最小集合打問題に対するニューラルネットワーク解法

戸塚 互志, 岩井 啓輔, 黒川 恭一

防衛大学校情報工学科 コンピュータ工学研究室

## 1. はじめに

最小集合打問題とは、全体集合  $S$  があると仮定したとき、 $S$  に含まれるすべての部分集合を「打つ」ような、最小数で構成される要素の集合  $H$  を求める問題である。言い換えれば、 $S$  に含まれるすべての部分集合は、少なくとも1個は  $H$  の要素を含むことになる。

集合打問題はNP完全問題に分類される代表的な問題のひとつであり、現在までにさまざまな解法が提案されている[2][3]。

またこの問題は、画像処理、マルチスレッド環境における競合状態やデッドロックの検出、患者の症状に対する薬剤の組合せ、データベースのインデックス作成などにも応用可能である。

そこで本稿では、バイナリニューロンを用いた相互結合型ニューラルネットワークによる最小集合打問題の並列解法を提案する。

## 2. 最小集合打問題

ここでは、最小集合打問題を簡単な例を用いて説明する。

まず全体集合  $S$  を  $S = \{m1, m2, m3, m4, m5, m6, m7, m8\}$  とし、その部分集合を  $S1 = \{m2, m3, m5\}$ ,  $S2 = \{m1, m3, m6\}$ ,  $S3 = \{m2, m3, m5, m7\}$ ,  $S4 = \{m1, m4, m7, m8\}$ ,  $S5 = \{m1, m5, m6, m8\}$ ,  $S6 = \{m4, m7, m8\}$  とする。この問題の解となりうる要素の組合せは、8種類の要素  $m1 \sim m8$  のどれを選択するかによって  $2^8 - 1 = 255$  通り存在する。しかし、全ての部分集合を重複なく打つ要素の組合せは、 $\{m2, m4, m6\}$  及び  $\{m3, m8\}$  の2通りのみである。このうち、 $\{m3, m8\}$  が可能解の内では最小数である2種類の要素からなるため、要素の集合  $H = \{m3, m8\}$  がこの例題の解となる。

最小集合打問題の解法として最も単純なものは、上記のような解となりうる要素の組合せの総当たりである。しかし、この方法では、問題の規模が大きくなると、計算コストが指数関数的に増大する。このため、総当たりが実質的に不可能な規模の問題に対する一般的な解法としては、現在までに、接続行列を用いた解法[1]、ヒューリスティックアルゴリズム[2]、遺伝的アルゴリズム(GA)[4]などさまざまな解法が提案されている。これに対して、本稿はバイナリニューロンを用いた相互結合型

Neural Network Approach for the Minimal Hitting Set Problem  
Koshi Totsuka, Keisuke Iwai and Takakazu Kurokawa  
National Defense Academy

1-10-20 Hashirimizu, Yokosuka 239-8686, Japan

ニューラルネットワークによる並列解法を提案するものである。

## 3. ニューラルネットワークによる解法

## 3.1 構成法

まず、各部分集合の要素をそれぞれ1つのバイナリニューロンに対応させる。2.の例では、 $m1 \sim m8$ の8種類の要素があるため、その各々に対応する8個のバイナリニューロン  $N1 \sim N8$  を図1のように用意する。

次に、全体集合に含まれる要素のうち2種類を選んだとき、両者を含む部分集合が存在する場合、対応するニューロン同士にシナプス結合を設けるというルールに則り、ニューロン間の相互結合網を作り上げる。例えば、 $m1$ と $m8$ の場合、両者を含む部分集合として  $S4$ と $S5$ が存在するため、対応するニューロン  $N1$ と $N8$ との間にシナプス結合を配置する。一方、 $m1$ と $m2$ は、両者を含む部分集合が存在しないため、対応するニューロン  $N1$ と $N2$ の間には、シナプス結合を配置しない。このようにして、図1に示すようなシナプス結合網が構成される。

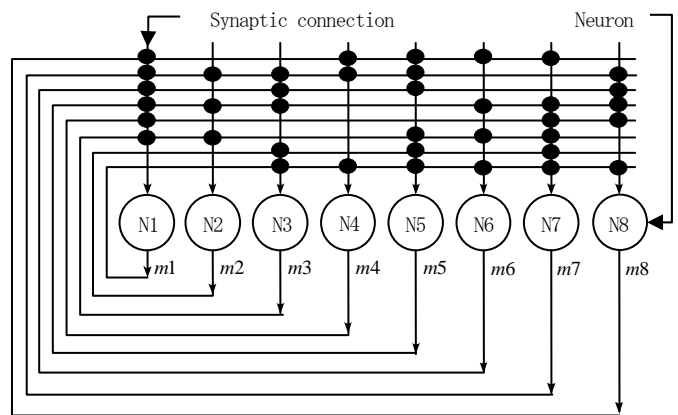


図1：最小集合打問題用ニューラルネットワーク構成

## 3.2 動作式

上記のような構成法のもと、ニューロン  $i$  の内部状態  $U_i$  は、以下に示す動作式(1)に従ってその値を変化させる。

$$\frac{dU_i}{dt} = -a \sum_{j=1}^n f(N_i, N_j) \cdot V_j + b \sum_{j=1}^n f(N_i, N_j) \cdot (1 - V_j) \quad (1)$$

ここで関数  $f(N_i, N_j)$  は、シナプス結合を表す関数であり、ニ

ニューロン  $N_i$  とニューロン  $N_j$  の間にシナプス結合が存在する時  $f(N_i, N_j) = 1$  に、そうでないとき  $= 0$  となるものとする。

この動作式は、第1項によってシナプス結合されている他のニューロンのうち発火している個数に応じてマイナス方向に働く。反対に、発火していない個数に応じてプラス方向に働くために第2項を用意している。また各項の係数  $(a, b)$  は、ともに自然数である。

### 3.3 並列アルゴリズム

上記のニューラルネットワークの動作を規定する並列アルゴリズムを以下に示す。

[Step1] 時刻  $t$  に 0 を代入

[Step2] ニューロン内部状態  $U_i(t)$  と出力  $V_i(t)$  を初期化

[Step3] 動作式により  $\Delta U_i(t)$  を計算

[Step4]  $U_i(t+1) = U_i(t) + \Delta U_i(t)$  により内部状態を更新

[Step5] ニューロンの出力  $V_i(t+1)$  を決定

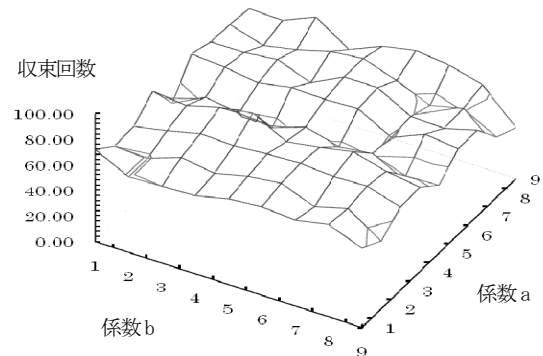
[Step6]  $t$  を 1 増加

[Step7] 終了条件を満たせば終了。  $t$  が予め設定されている数値以上ならば打ち切る。それ以外は[Step3]へ戻る。

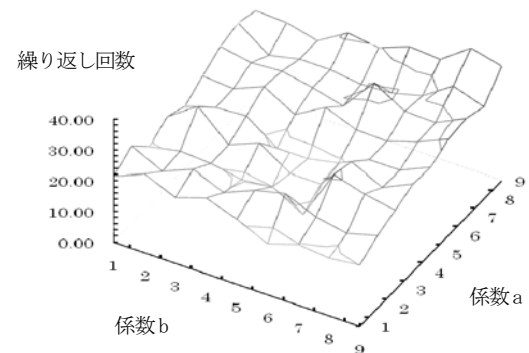
このアルゴリズムで[Step2~5]間は、各ニューロンごと自分の入力に接続されているニューロンの出力をシナプス結合を介して受け取るにより並列計算可能である。また[Step7]の終了条件は、以下の2つを想定した。まず第1の条件は、解を見つけ出した場合を想定し、現在発火しているニューロンに対応する集合の要素が、問題で与えられている部分集合全てを過不足なく打っている場合である。一方第2の条件は、一定期間変化がなくなった場合、ローカルミナマに陥ったものと判定して試行を打ち切るものである。

### 3. シミュレーション結果

2. で示した例題に対し、提案したニューラルネットワークが確実に動作することをソフトウェアシミュレーションにより明らかにした。まず、 $a$  及び  $b$  という2つの係数値を1から9まで変化させて、各係数の組それぞれに対して、異なる初期状態から開始して100回のシミュレーションを行った。その結果得られた収束回数及び解に到達するまでに要した繰り返しの平均値として、2. で示した例題をシミュレーションした結果を図2に示す。全部で8100回試行した結果、5366回解に収束し、残りの2734回は打ち切られた。解に収束した試行に関して、それまでに要したイタレーション回数(上記アルゴリズムの[step3~7]を繰り返した回数)の平均は24.9回で、全試行でも40回以内に解に収束した。なお、本シミュレーションで得られた解は2. で示した  $\{m2, m4, m6\}$  及び  $\{m3, m8\}$  の2種類に限られ、出現頻度は  $\{m2, m4, m6\}$  が4335回、  $\{m3, m8\}$  が1031回であった。



(a) 収束回数の分布



(b) 繰り返し回数の分布

図2: 係数値による収束状況と繰り返し回数の変化

### 4. 今後の課題

本稿では、最小集合打問題に対してバイナリニューロンを用いた相互結合型ニューラルネットワークによる並列解法を提案した。さらに、ソフトウェアシミュレーションにより、簡単な例題に対して確実に動作することが確認された。今後、より規模の大きな問題についても詳細に検討していく予定である。

#### 参考文献

- [1] 小林邦勝: "集合打問題と接続行列に関する一考察", 信学技報 ISEC2007-120, pp. 55-58, 2007.
- [2] R. Abreu, et. al.: "A Statistics-directed Minimal Hitting Set Algorithm", *International Workshop on Principles of Diagnosis*, 2009.
- [3] M. Allauddin: "Partition Problem & Hitting Set Problem", <http://www.scribd.com/doc/49151509/Partition-problem-hitting-set-problem/>
- [4] L. Lin, et. al.: "Computing minimal hitting sets with genetic algorithm", *International Workshop on Principles of Diagnosis*, 2002.