

# システム同定による倒立二輪ロボットの制御設計

## System Identification for Control System Design of Wheeled Inverted Pendulum

佐藤 宏明<sup>†</sup>  
H. Sato

佐藤 幸太<sup>‡</sup>  
K. Sato

恒川 佳隆<sup>†</sup>  
Y. Tsunekawa

長田 洋<sup>†</sup>  
H. Osada

本間 尚樹<sup>†</sup>  
N. Honnma

### 1. はじめに

近年、自動車産業をはじめとして様々な産業界の製品開発において、設計生産性・保守性の向上、試験の効率化等々の観点から、モデルベース設計 (Model-Based Design: MBD) に対する関心が高まっており適用事例も増えている。モデルベース設計による製品設計では、機能や性能をまずモデルで出来る限り正確に表現し、モデルに対しての制御や応答を実現していく。最後にモデルを実機とを置換えてシステムの完成となる。ここで制御系の設計においては最適制御やロバスト制御のような現代制御が応用されることも少なくない。これら現代制御は理論的な面で盛んに研究が行われているが、応用面の実問題において最も重大なボトルネックは“モデリング”にある。制御を目的とした制御対象のモデリングにはこれまでのところ決定的なものは存在しない。モデリングの例を挙げる。製品の部品設計に用いた CAD のデータから個々の部品の質量や重心バランスなどは計算でき、組み立て後の形も求めることができる。これに物理の第1原理 (運動方程式) に基づいて運動を解析すれば、それはその製品のモデルを表すはずだが、そう簡単ではない。部品の加工・組立て精度、摺動部の非線形性などが影響して、モデルとその対象の間にモデル化誤差が生じる。第1原理に拠らない方法として“システム同定”に基づくモデリングもある。こちらはシステムへの入出力からシステムのモデルを“推定”する。これはシステムの内部構成が不明であってもモデルを求めることができる。

筆者らは倒立振り子の二輪自立ロボット (倒立二輪ロボット) の安定化制御の設計についてモデルベース設計に基づいて行った [1, 2]。倒立二輪自立については、近年、個人用モビリティとして応用され、その安定化制御と応用については注目されている。筆者らが行った最初の設計では、構成部品設計の CAD データから第1原理により計算されるモデル (これを“物理モデル”と呼ぶことにする) を用いた。倒立制御は実現できたが、収束速度や定常状態の振れ幅に性能向上が望まれた。そこで物理モデルではこれ以上の修正・変更が難しいため、システム同定により導出された表現モデル (これを“システム同定モデル”と呼ぶことにする) からの制御系の設計を検討した。

本論文では倒立二輪ロボットについてシステム同定モデルを求め、その制御系の設計について述べる。

### 2. 倒立二輪ロボットの安定化制御の設計

倒立二輪ロボットを図1のようにモデリングし、その運動方程式は  $u$  を入力として、

$$\alpha \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \end{bmatrix} = \delta u \quad (1)$$

<sup>†</sup>岩手大学工学部

<sup>‡</sup>岩手大学大学院工学研究科

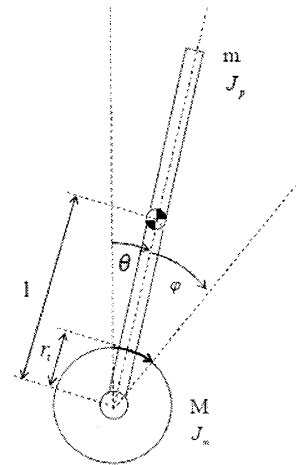


図1: 倒立二輪ロボットのモデリング

のように表すことができる。ここで、 $\theta$  はボディの傾き、 $\varphi$  はタイヤの回転角度であり、それぞれ図中の矢印の旋回方向 (時計回り) を正とした。また、 $\theta$  が 0 の近傍の値しかとらないと仮定し、 $\sin \theta \approx \theta$ 、 $\cos \theta \approx 1$  とみなして三角関数を線形近似している。式 (1) から次の行列式が導出される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -\alpha^{-1}\gamma & -\alpha^{-1}\beta \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ \alpha^{-1}\delta \end{bmatrix}}_B u$$

ここで、 $0_{2 \times 2}$  は  $2 \times 2$  の零行列、 $0_{2 \times 1}$  は  $2 \times 1$  の零行列、 $I_{2 \times 2}$  は  $2 \times 2$  の単位行列である。これより、 $x = [\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}]^T$  とおき、 $A$  は  $4 \times 4$  の行列、 $B$  は  $4 \times 1$  の行列であり、次の状態方程式の表現が得られる。

$$\frac{d}{dt} x = Ax + Bu \quad (2)$$

次に、倒立制御のための最適制御設計を行う。ここでは、制御器は組み込みコンピュータ上に離散時間系システムとして実装されるため、離散時間系の状態方程式

$$x[k+1] = A_d x[k] + B_d u[k] \quad (3)$$

に対し最適制御設計を行う。離散時間システム行列  $A_d$ 、 $B_d$  は、式 (2) の連続時間システム行列  $A$ 、 $B$  から変換により求める。最適制御の解は評価関数

$$J = \sum_{n=1}^{\infty} \{x[k]^T Q x[k] + u[k]^T R u[k]\} \quad (4)$$

を最小にする  $u[k]$  を求める問題であり、この解は

$$u[k] = -K_d x[k], \quad K_d = (B_d^T P B_d + R)^{-1} (B_d^T P A_d) \quad (5)$$

与えられる。ただし  $P$  は離散リカッチ方程式

$$A_d^T P A_d - P - (A_d^T P B_d)(B_d^T P B_d + R)^{-1}(B_d^T P A_d) + Q = 0$$

を満たす正定行列である。

以上によって倒立二輪ロボットが安定化して倒立するための制御器  $-K_d$  が設計された。図2のように  $K_d$  をフィードバックゲインとし  $u[k] = -K_d x[k]$  を入力とすることでして制御できることになる。

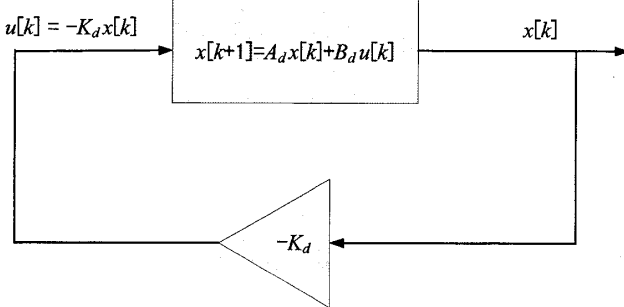


図2: 倒立二輪ロボットの安定化制御

### 3. システム同定によるモデリング

制御器  $-K_d$  を設計するために離散時間システム行列  $A_d, B_d$  (もしくは連続時間システム行列  $A, B$ ) が必要であった。これらは倒立二輪ロボットをモデリングするときに決定されている。しかしながら、先に述べたようにモデル化誤差によりモデリングが実システムを完全に表現できているとは限らない。また、構成部品の磨耗等の経年変化によりシステムを表現するパラメータに変化が生じる場合がある。したがって、物理モデルを使って最適制御を設計をした場合、期待する性能を得られない可能性がある。

一方で、システムの内部構成が不明であっても、入出力関係の情報から伝達関数を推定する“システム同定”によってもシステム行列を得ることができる。システム同定では対象となるシステム(ターゲットシステム)に固有のシステム行列が得られるため、その得られたシステム行列によって、部品の加工精度、組立ての個体差等を織り込んで物理モデルよりも最適な制御系を設計できる可能性がある。システム同定により導出されたシステム行列で“システム同定モデル”が表現される。

ここでシステム同定では入出力からシステムの振る舞いを推定するので、入出力にシステム推定に十分な情報が含まれているかが重要であり、そうでなければ適切な推定結果を得ることはできない。また、情報抽出の仕方(システム同定手法)についても幾通りもの方法が提案されてきており [3, 4, 5], それぞれに異なる推定結果が得られる。このことから、同定されたシステムのターゲットシステムへの対応度を評価する必要がある。

## 4. 倒立二輪ロボットのシステム同定モデル

### 4.1 倒立二輪ロボット e-nuvo Wheel

実験に用いた倒立二輪ロボットの ZMP 社製の e-nuvo Wheel を図3に示す。このロボットは左右のタイヤを1

軸の DC モータ1つで制御し、ジャイロセンサ、ロータリーエンコーダを備える。図4に e-nuvo Wheel の制御ブロックを示す。式(2)の状態方程式において、入力変数  $u$  はモータ入力、出力変数  $x$  は  $\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$  の4変数からなるベクトルとなる。このシステムは1入力4出力となる。また、システムは線形であると仮定する。制御系は離散時間システムで実装される。図4のシステムには2つの閉ループを含む。一方は DC モータの電流入力に対するサーボ制御を実現している。もう一方は倒立制御のループである。

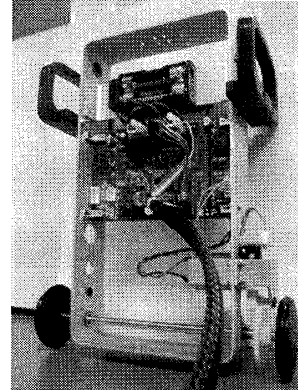


図3: e-nuvo Wheel の概観図

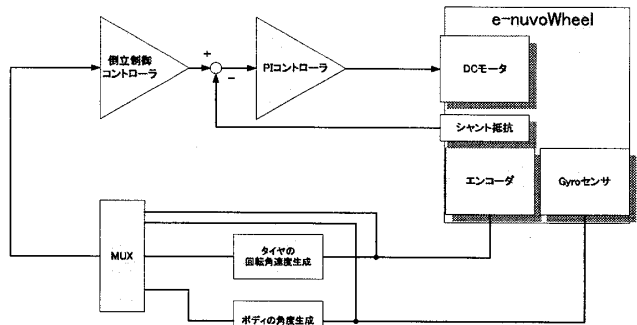


図4: e-nuvo Wheel の制御ブロック図

### 4.2 システム同定法の選定

倒立二輪ロボット e-nuvo Wheel のシステム同定モデルを求める。状態空間モデルの同定法として“部分空間法” [3, 4] があるが閉ループ系のシステム同定問題にはそのまま適用できないとされている [4, 5]。筆者らも e-nuvo Wheel のシステム同定に部分空間法を試みたが期待する結果は得られなかった。一方、閉ループ系が存在する場合であっても状態空間モデルの同定が可能な方法として“予測誤差法” [3, 4] があり、本論文でも予測誤差法を採用する。

### 4.3 システム同定の評価

#### 4.3.1 評価法

求められた同定モデルがどのくらい信頼できるものか妥当性を検証した。評価法として適合率、残差解析の2つの観点から妥当性を検証した。

適合率

適合率は時間応答シミュレーションを行い、モデルの出力を取得したデータ出力と比較することで時間領域における検証を行う。適合率は次式で定義される。

$$FIT(\%) = \left( 1 - \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(k) - y(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y}(k))^2}} \right) \times 100 \quad (6)$$

ここで、 $\bar{y}$  は次式で与えられる出力平均値である。

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k)$$

適合率は百分率 (%) で表され、この数値が 100% に近ければ近いほどデータの適合率が高いことを意味している。

残差解析

残差は次式で定義される。

$$\varepsilon(k, \theta) = H^{-1}(q, \theta)[y(k) - G(q, \theta)u(k)] \quad (7)$$

残差  $\varepsilon(k, \theta)$  と入力  $u(k)$  の関係について図5に示す。残差と入力の相互相関が無ければ(独立となっていれば)残差は白色化されており、システム  $G(q)$  を正しく同定できていることになる。このように残差と入力と相互相関を調べることでモデルを評価することができる [3, 4]。残差解析についての詳細は参考文献 [3] を参照のこと。

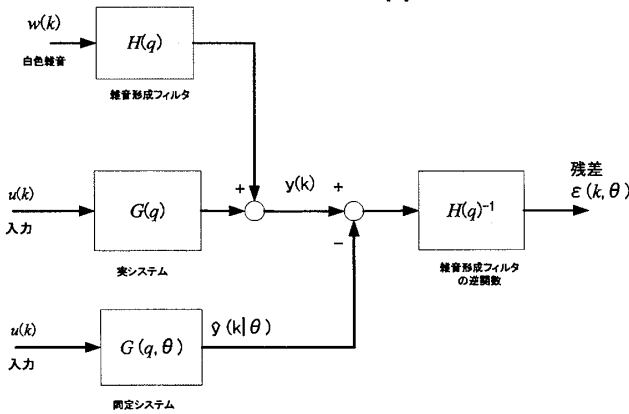


図5: 残差  $\varepsilon(k, \theta)$  と入力  $u(k)$  の関係

4.3.2 適合率による評価

予測誤差法による同定モデルの適合率による時間領域での評価を図6に示す。予測誤差法ではタイヤの移動の変数  $\varphi$  と  $\psi$  に関して適合率 83.07% と 56.41% でほぼデータを再現できていることがわかる。ボディの傾きの変数  $\theta$ ,  $\theta$  に関しては適合率 19.67% と 35.83% の結果が得られた。

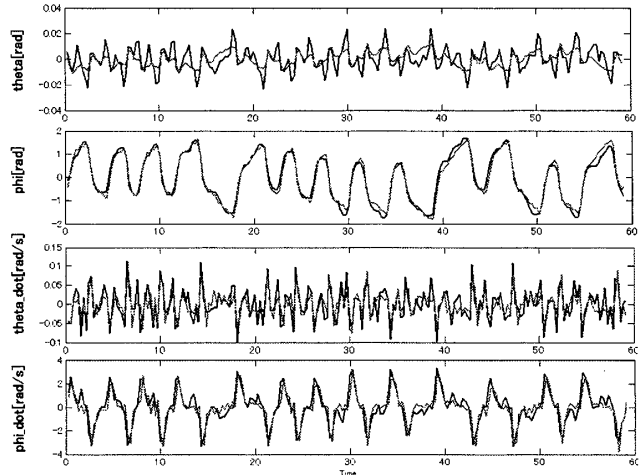


図6: 予測誤差法を用いた同定モデルの適合率

4.3.3 残差解析による評価

残差解析により予測誤差法による同定モデルの評価を行った。ここで、実システム  $G(q)$  と同定システム  $G(q, \theta)$  が一致すれば残差は白色雑音だけになる。すなわち、入力と残差の相互相関を取り、相関が無ければ正しくシステムを同定できていることになる。図7に入力と  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  に対しての相互相関を示す。ここで影がかっている部分はその値を 0 と見なしてもよい信頼区間である。また、本論文では閉ループ系での同定であるので帰還信号は未来に対して作用する。そのため負のラグ (lag) での相互相関は評価対象にはならず、正のラグの部分だけが評価対象となる。予測誤差法における相互相関は正のラグにおいて  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  すべてが信頼区間内にあり相関が無いことがわかる。これにより正しくシステムを同定できていると評価できる。

5. システム同定モデルによる制御器の設計と評価

5.1 倒立制御器の設計と実験システム

予測誤差法によるシステム同定により得られたモデルを用いて最適化制御理論より倒立制御器を設計する。ここで、式(4)の重み行列  $Q, R$  を  $Q = \text{diag}\{1, 15, 1, 10\}$ ,  $R = 500$  とした。重み  $R$  が  $Q$  に対して相対的に大きくしてあるのは、アクチュエーターの DC モーターがあまり大きな電流を受け入れないことを考慮し、入力  $u[k]$  を小さく抑えるためである。比較のため同じ重み行列  $Q, R$  で物理モデルを用いた倒立制御器も設計する。これら、システム同定モデル、物理モデルそれぞれの倒立制御器により e-nuvo Wheel の制御実験を行う。

実験は、独 dSPACE 社製計測制御ボード DS1104 により e-nuvo Wheel の信号を計測し、Matlab 上でシステム同定を行なった。また Matlab 上でモデルベース設計によって制御を設計し実装した。

5.2 e-nuvo Wheel による制御器の評価

e-nuvo Wheel を用いて、設計された制御器の比較を行った。 $\theta, \varphi, \theta, \psi$  の各状態変数の様子を図8, 図9に示す。この図は安定して倒立している状態での 60 秒間での

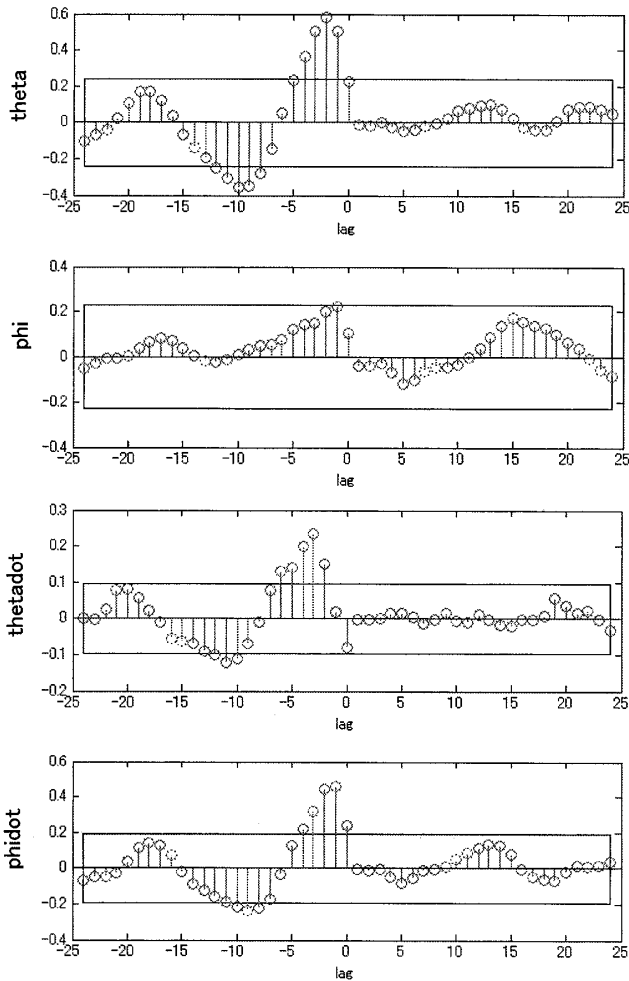


図 7: 予測誤差法の入力と  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\varphi}$  に関する相互相関

データである。システム同定モデル，物理モデルいずれの制御器とも e-nuvo Wheel が倒立を実現できた。タイヤの角度  $\varphi$  に注目すると，システム同定モデルによる制御器では  $-1 \sim 0.6[\text{rad}]$  で前後に移動しながら倒立していることがわかる。一方，物理モデルの制御器では  $-1.2 \sim 1.7[\text{rad}]$  の間で前後に移動しながら倒立していることが分かる。また，移動の周期に関してはシステム同定モデルの制御器では約 6 周期/20 秒ほど，物理モデルの制御器では約 1.3 周期/20 秒ほどである。この結果より，システム同定による制御器では物理モデルによる制御器に比べ，タイヤの移動距離（振幅）でおおよそ 1/2，周期（速度）で 22%（4.5 倍）に性能の向上が確認できた。

## 6. おわりに

本論文では，最適制御設計に必要な制御対象のモデリングの問題に着目して，システム同定からモデルを推定し，その同定モデルからの制御設計を検討した。対象としたシステムは倒立二輪ロボットの倒立制御で，それに適したシステム同定法について検討し，予測誤差法を選択した。これによって，倒立二輪ロボットのシステムが同定され，ここから倒立制御の最適設計が決定された。実験から，物理モデリングに対して，システム同定モデル

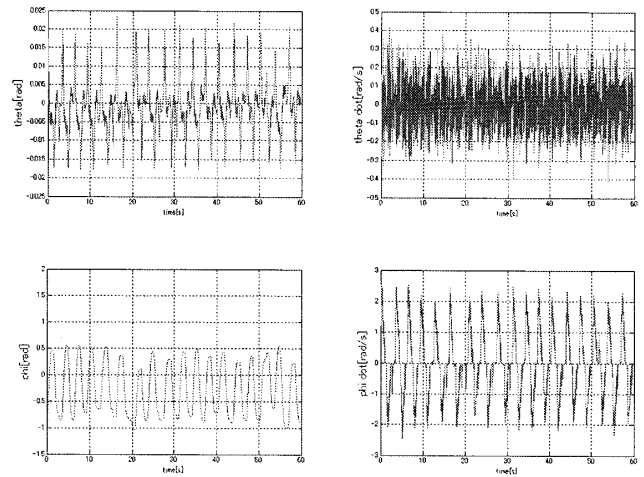


図 8: e-nuvo Wheel の制御性能 (システム同定モデル)

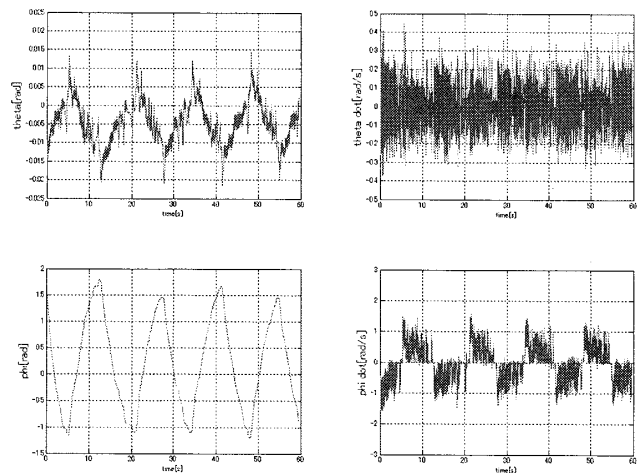


図 9: e-nuvo Wheel の制御性能 (物理モデル)

リングから設計された制御系に性能の向上が実現できた。今後の課題として，倒立二輪ロボット以外のシステムへの適用，特に組込み技術としてシステム同定を適用する場合の実装方法の検討が挙げられる。

## 参考文献

- [1] 佐藤幸太，佐藤宏明，恒川佳隆：“倒立二輪ロボット制御のモデルベース設計”，電気関係学会東北支部連合大会，2D22，2009.8
- [2] 佐藤幸太，佐藤宏明，恒川佳隆：“倒立二輪ロボットの最適化制御に対するモデルベース設計”，自動制御学会東北支部 45 周年学術講演会，1101，2009.9
- [3] 足立修一：“MATLAB による制御のためのシステム同定”，東京電機大学出版局，2002
- [4] 足立修一：“MATLAB による制御のための上級システム同定”，東京電機大学出版局，2004
- [5] 大明準治，足立修一：“シリアル 2 リンク 2 慣性系の非干渉同定-閉ループ要素を考慮した精度評価-”，SICE 第 9 回制御部門大会，2009