

## KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論を用いた 歌謡曲の音高列分析†

今野 紀雄†† 小張 泰弘††  
建部 英輔†† 中浜 清志†††

楽曲の音高列に対する時系列解析の一つの手法として、従来「定常性」をア priori に仮定した上で AR (自己回帰) モデル等に適用する方法があった。しかし、楽曲の音高列が「定常」であるかどうか一般にはわからないので、その「定常性」について検討を加えるのはごく自然なことであると思われる。本研究ではまず厳密な意味での「定常性」の定義を述べ、ここでの「定常性」を特に「局所弱定常性」と名付ける。そして、新しい確率論の理論である KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論を用いて「局所弱定常性」の検定を行い、日本の歌謡曲の音高列に対して「局所弱定常性」の仮定が妥当であるかどうかを検討する。その後「局所弱定常」であると見なされた曲に対し、AR モデルを拡張したこの KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論から計算された幾つかの基本特性量を用いることにより新しい結果を導く。特に「多重マルコフ性」(音楽分析の文脈では楽曲の「記憶の効果」とも呼べよう) と密接な関係にある特徴パラメータのデルタと、各時刻ごとに分散が異なりうるノイズ (KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン力) は従来の時系列解析では得られなかった新たな解釈をもたらす。

### 1. はじめに

本研究の目的は、音楽を一つの時系列の例として<sup>1)~4)</sup>、約 100 曲の日本の歌謡曲に対し、AR モデルを拡張した新しい確率理論である岡部氏の KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論<sup>5)~9)</sup> を解析手法として用いることである。

将来的にはこの研究を第一歩として音楽の主観的および客観的な側面の関係を研究していきたいと考えているが、本研究では音楽分析という立場よりも、新しい確率理論である KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論を、従来の AR モデル等の時系列解析の手法<sup>10)</sup> と比較検討するという立場に重点を置いた。

本研究の新しい点は大きく分けて二つある。

1) 従来の時系列解析においては、音楽の場合<sup>11)</sup> を含め多くの場合、パワースペクトルを求めるときのように時系列の定常性 (本論文の文脈では「局所弱定常性」) を仮定していたが、本研究では歌謡曲の時系列データに対して KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論を用いその定常性の検定を行った。(ただし、経済現象の時系列に対しては、すでに岡部らによる研究がある<sup>7)</sup>。)

2) さらに定常であると検定された時系列データに対して、KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論により計算された基本特性量と従来の AR モデル等の特性量との比較検討を行った。

以下本論文では、まず 2 章で KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論の概要について述べる。その後、3 章でその理論を適用して局所弱定常性の検定を行った結果を議論する。4 章では局所弱定常と判断された曲に対して、その多重マルコフ性と密接に関係する基本特性量のデルタについて、FPE を援用して議論する。また別の基本特性量であるノイズ (KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン力) についても議論する。最後に 5 章のむすびでまとめと今後の展望について述べる。

### 2. KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論の概要

本章では以下の議論に必要と思われる KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論の概略<sup>5)~9)</sup> について述べる。本論文では多次元の場合は扱わないので記号が煩雑にならぬよう 1 次元の場合のみ扱う。

#### 2.1 局所弱定常性の定義

まず「定常性」の定義をはっきりしなければならぬが、本論文では以下定義される「局所弱定常性」をもっていわゆる「定常性」の定義とする。ここで「局所」という意味は、時間に相当するパラメータが有限個であることによる。

ある確率空間上で定義された実数値確率過程  $X = (X(n): |n| \leq N)$  が「局所弱定常性」を持つとは、

† Analysis of Japanese Popular Music by the Theory of KM<sub>2</sub>O-Langevin Equations by NORIO KONNO, YASUHIRO KOBARI, EISUKE TATEBE (Faculty of Engineering, The Muroran Institute of Technology) and KIYOSHI NAKAHAMA (Nippon Telegraph and Telephone Corporation).

†† 室蘭工業大学工学部

††† 日本電信電話(株)

$$E[X(n)] = 0 \quad (1)$$

$$E[X(n)X(m)] = R(n-m) \quad (2)$$

$$(|n|, |m| \leq N)$$

を満たすことと定義する。このとき  $R(\cdot)$  は  $X$  の共分散関数と言われる。また  $n$  の取り得る範囲が整数全体のときは通常の「弱定常性」と呼ばれる定義と一致する。

## 2.2 KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論

この節では KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論の中で特に以下の議論に必要なものについて述べる。

実数値確率過程  $X = (X(n) : |n| \leq N)$  が局所弱定常性を持ちしかも共分散関数  $R(\cdot)$  よりつくられるテーパーリッツ行列のある種正則性の条件のもとで、 $X$  は次の KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式によって記述されることが知られている。

$$X(n) = - \sum_{k=0}^{n-1} \gamma(n, k) X(k) + \nu_+(n) \quad (3)$$

$$X(-n) = - \sum_{k=0}^{n-1} \gamma(n, k) X(-k) + \nu_-(n) \quad (4)$$

$$(1 \leq n \leq N)$$

$$X(0) = \nu_+(0) = \nu_-(0) \quad (5)$$

ただし、 $\nu_{(\pm)} = (\nu_{(\pm)}(n) : 0 \leq n \leq N)$  は次を満たす。

$$E[\nu_{(\pm)}(n)] = 0 \quad (6)$$

$$E[\nu_{(\pm)}(n)\nu_{(\pm)}(m)] = \delta_{n,m} V(m) \quad (7)$$

$$(0 \leq n, m \leq N)$$

このとき、 $\{\gamma(n, k) : 0 \leq k < n \leq N\}$  と  $\{V(m) : 0 \leq m \leq N\}$  との間には次の基本的な関係がある。

$$V(n) = (1 - \delta(n)^2) V(n-1) \quad (8)$$

$$V(0) = R(0) \quad (9)$$

$$\gamma(n, k) = \gamma(n-1, k-1) + \delta(n)\gamma(n-1, n-k-1) \quad (10)$$

$$(1 \leq k < n \leq N)$$

ただし、

$$\delta(n) = \gamma(n, 0) \quad (1 \leq n \leq N). \quad (11)$$

上記より、 $\{\delta(n), R(0) : 1 \leq n \leq N\}$  が  $X = (X(n) : |n| \leq N)$  の基本特性量であることがわかる。

そして実はこれらが  $X$  の共分散関数  $\{R(n) : 0 \leq n \leq N\}$  より次の関係式によって求められる。

$$\delta(n) = - \{R(n) + \sum_{k=0}^{n-1} \gamma(n-1, k) R(k+1)\} / V(n-1) \quad (12)$$

以上から  $X$  が与えられたときに共分散関数  $R(\cdot)$  を計算することにより、 $\delta, \gamma, V$  等の基本特性量を導き出すことができる。この事実は後に実際の時系列データより基本特性量を計算するときの基礎になる。

逆に  $X$  の構成定理により、(3), (5)式で決まる  $X_+ = (X(n) : 0 \leq n \leq N)$  の局所弱定常性と  $\nu_+ = (\nu_+(n) : 0 \leq n \leq N)$  の直交性 (すなわち、(7)式) が同値であることがわかる。このことを使い時系列データの局所弱定常性の検定を行う。

## 2.3 時系列データ解析

実数値の  $N+1$  個の時系列データを  $Z(n)$  ( $0 \leq n \leq N$ ) とおく。このとき、 $Z(n)$  に対する見本平均  $\mu^Z$  と見本共分散関数  $R^Z(n)$  ( $|n| \leq N$ ) を次で定義する。

$$\mu^Z = \sum_{k=0}^N Z(k) / (N+1) \quad (13)$$

$$R^Z(n) = \sum_{k=0}^{N-n} (Z(n+k) - \mu^Z)(Z(k) - \mu^Z) / (N+1) \quad (14)$$

$$R^Z(-n) = R^Z(n) \quad (0 \leq n \leq N) \quad (15)$$

そして  $Z(n)$  を規格化した  $\tilde{X}(n)$  ( $0 \leq n \leq N$ ) を

$$\tilde{X}(n) = Z(n) / \sqrt{R^Z(0)} \quad (16)$$

で定義する。この規格化された  $\tilde{X}$  の見本共分散関数  $R^{\tilde{X}}(\cdot)$  に対して前節で述べたアルゴリズムを適用し、見本 KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァンデータ  $\{\gamma(n, k), V(m) : 0 \leq k < n \leq N, 0 \leq m \leq N\}$  を構成する。このとき、(11)式より  $\delta$  も当然得られる。これらが求められると(3)式と同様に

$$I_+(0) = \tilde{X}(0) \quad (17)$$

$$I_+(n) = \tilde{X}(n) + \sum_{k=0}^{n-1} \gamma(n, k) \tilde{X}(k) \quad (18)$$

によって見本 KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン力  $I_+ = (I_+(n) : 0 \leq n \leq N)$  を構成することが可能になる。すなわち以上により、実際の  $N+1$  個のデータ  $Z(n)$  ( $0 \leq n \leq N$ ) から、見本 KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァンデータ  $\{\gamma, V, \delta\}$ 、さらに見本 KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン力  $I_+$  を求める手続きが示されたことになる。

## 2.4 局所弱定常性の検定

次に、(17), (18)式で求められた見本 KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン力  $I_+ = (I_+(n) : 0 \leq n \leq N)$  に対して  $\xi_+ = (\xi_+(n) : 0 \leq n \leq N)$  を

$$\xi_+(n) = I_+(n) / \sqrt{V(n)} \quad (0 \leq n \leq N) \quad (19)$$

で定める。すると、2.2 節の最後で述べたことにより  $X(n)$  ( $0 \leq n \leq N$ ) が局所弱定常性過程の実現値であることと、 $\xi_+$  が規格化された白色ノイズの実現値であることが同値であることがわかる。ただし、一般に実数値確率過程  $\xi = (\xi(n) : n \in \mathbb{Z})$  が白色ノイズとは、

$$E[\xi(n)] = 0 \quad (20)$$

$$E[\xi(n)\xi(m)] = \delta_{n,m} \quad (n, m \in \mathbb{Z}) \quad (21)$$

を満たすことである。

ゆえにこのことを使って、 $\xi_+$  の平均が 0, 分散が 1 で共分散が直交することを検定すれば, 逆に  $N+1$  個の最初に与えられた時系列データ  $Z(n)$  に関する局所弱定常性について検定を行ったことになる。具体的な計算方法については文献 5)~9) を見ていただきたい。なお, 2.3 節および本節で述べた時系列データ解析に関しては経験則として, 見本共分散関数  $R^z(n)$  ( $0 \leq n \leq N$ ) の有効数が

$$M = [3\sqrt{N+1}] - 1 \quad (22)$$

で与えられることに注意する。

### 2.5 AR (自己帰帰) モデルとの比較

AR モデルは良く知られているように, 確率過程  $X = (X(n): n \in \mathbf{Z})$  が AR( $T$ ) 過程であるとは以下のように記述されている場合である。

$$X(n) = \sum_{k=1}^T a(k)X(n-k) + \sigma\xi(k) \quad (n \in \mathbf{Z}) \quad (23)$$

ただし,  $T \in \mathbf{N}$ ,  $a(k) \in \mathbf{R}$ ,  $\sigma > 0$  であり,  $\xi = (\xi(n): n \in \mathbf{Z})$  は (20), (21) 式で定められる白色ノイズである。

このとき, AR( $T$ ) 過程と  $\delta$ ,  $V$  との関係について次のような重要な関係がある。

まず  $X = (X(n): n \in \mathbf{Z})$  が弱定常過程であり, そのテプリッツ行列の正則性の仮定のもとで, 2.2 節で述べたことと同様の結果が得られることに注意する。

そのとき以下の定理が成立する<sup>9)</sup>。

【定理】 次の命題 (i)~(iii) は同値である。

- (i)  $X$  は AR( $T$ ) 過程,
- (ii)  $n \geq T+1$  なる  $n$  に対して  $\delta(n) = 0$ ,
- (iii)  $n \geq T$  なる  $n$  に対して  $V(n)$  は定数 (このとき  $X$  は, 次数  $T$  の「 $T$ 重マルコフ性」を持つ  $T$ 重マルコフ過程と呼ばれる)。

実際の時系列解析では,  $\delta$  や  $V$  の挙動だけでは  $T$  を推定することは難しい場合があるので, AR モデルで用いられている FPE (final prediction error) の推定値  $FPE(n)$

$$FPE(n) = (N+1+(n+1))(N+1-(n+1))V(n) \quad (0 \leq n \leq M) \quad (24)$$

を援用する<sup>10)</sup>。

このようにして, 局所弱定常性と検定されたものに対して, その多重マルコフ性まで調べることができる。このことにより特にデルタを楽曲が内在的に持つ「記憶の効果」を表現しうると解釈して良いであろうと考える。これに関しては 4 章で議論する。

また逆に, ある特徴を持った時系列をつくる場合, 方程式 (23) によって  $T$  以下の時間では未知のデータを使わざるをえないという嫌らしさがあるが, KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論ではそのようなことはない。その点においても AR モデルより優れているといえよう。特に音楽のようにデータの最初の部分もデータの重要性という意味で大きな比重を占める時系列の場合にはなおさらそのことが大きな影響を与える。

## 3. 歌謡曲の音高列の局所弱定常性

最初に具体的な時系列データの分析方法について述べ, 次にそれによる局所弱定常性の検定結果を記す。

### 3.1 分析方法

ポップス, 演歌, 童謡, 民謡など様々な曲, 主として歌謡曲の 102 曲を標本対象として五線譜からその主旋律を次のようにデータ化して解析した。

音高列の数値化の方法は, 各音を周波数変換して行った。基準になる「ラ A<sub>4</sub>」を 440 ヘルツとし, 12 平均律を用いる。各音の時間の最小単位を 8 分音符とした。このとき, 例えば 4 分音符の「ラ」が 1 音鳴っている場合と 8 分音符の「ラ」が二つ続いて鳴っている場合とを区別できていないことに注意する。また 3 連符は適宜曲の流れを考慮しておかしくならないように処理したが, 3 連符の多い曲に関しては標本から外した。拍子は 2 拍子 (4 分の 2 拍子, 2 分の 2 拍子) と 4 拍子 (4 分の 4 拍子) の曲に限り, その他の拍子の曲は除いた。休符の処理をどう扱うかは問題であるが, 本論文では直前の音が連続して鳴っていると解釈して処理をしたデータ (データ A) と休符を 0 ヘルツとしたデータ (データ B) の 2 種類を用いた。

このようなデータ化に対してシンセサイザを用い自動演奏をして試聴した結果 (演奏の設定の仕方にも依存するが), データを 8 分音符に量子化したことによる不自然さは余り感じられなかった。しかし, データ B に比べてデータ A の方は, 休符が多い場合少々不自然に聞こえる部分があった。

以上の方法でデータ化し, 2.4 節で述べたアルゴリズムにより局所弱定常性の検定, すなわち平均の検定, 分散の検定と直交性の検定を行った。このとき通る割合を平均 8 割, 分散 7 割, 直交性 8 割以上とした<sup>9)</sup>。

### 3.2 分析結果

上記の検定により 102 曲中, データ A の場合は 91

表 1 局所弱定常性の検定結果と多重マルコフ性の次数  $T$  の推定結果  
 Table 1 Test of local weak stationarity and estimation of order of multiple Markov property.

	曲名	N+1	M	データ A					データ B				
				T	(M)	(V)	(O)	(S)	T	(M)	(V)	(O)	(S)
1	雨	48	19	18	100	100	100	S	18	100	100	100	S
2	ダンチョネ節	51	20	19	100	100	97	S	11	100	77	100	S
3	大江戸出世小唄	55	21	21	100	100	97	S	21	100	100	97	S
4	赤い靴	64	23	19	100	78	100	S	13	100	61	73	NS
5	花嫁人形	64	23	21	100	95	100	S	20	95	73	85	S
6	鉄道唱歌	64	23	21	100	100	100	S	18	100	100	100	S
7	うれしいひなまつり	64	23	16	95	93	100	S	22	100	100	100	S
8	露営の歌	80	25	23	94	100	100	S	23	94	100	100	S
9	紅屋の娘	96	28	26	99	97	100	S	20	97	46	99	NS
10	母さんの歌	96	28	19	100	100	96	S	17	99	48	100	NS
11	カチューシャ	96	28	28	100	94	96	S	22	100	91	100	S
12	お正月	96	28	27	100	100	90	S	19	97	46	93	NS
13	トロイカ	97	28	27	100	93	100	S	21	100	49	100	NS
14	若者たち	98	28	27	99	83	100	S	23	99	42	100	NS
15	海ゆかば	114	31	27	100	92	100	S	19	98	47	98	NS
16	雨の御堂筋	120	31	25	97	72	86	S	31	99	45	66	NS
17	山口さんちのつとむ君	120	31	29	92	100	100	S	25	93	99	100	S
18	あの丘越えて	126	32	25	89	100	89	S	30	92	99	100	S
19	出船	126	32	29	100	85	100	S	29	98	100	98	S
20	片瀬波	126	32	29	100	86	95	S	26	98	95	99	S
21	雨に咲く花	127	32	32	94	83	99	S	17	95	100	91	S
22	上海の街角で	127	32	23	99	93	94	S	32	97	100	89	S
23	哀愁日記	128	32	23	99	82	99	S	31	100	83	87	S
24	あいつ	128	32	32	92	96	94	S	32	91	52	83	NS
25	有難や節	128	32	28	100	97	93	S	28	100	100	98	S
26	同期の桜	128	32	31	100	88	94	S	25	99	100	100	S
27	軍艦	128	32	30	95	67	78	NS	32	100	100	99	S
28	一月一日	128	32	31	95	69	89	NS	32	98	100	99	S
29	もみじ	128	32	29	93	100	88	S	27	96	53	100	NS
30	森の小径	128	32	17	98	38	73	NS	6	97	41	100	NS
31	ラバウル小唄	128	32	23	98	79	100	S	1	98	68	100	NS
32	酒は涙か吐息か	128	32	24	99	92	93	S	18	99	71	91	S
33	里の秋	128	32	25	92	95	99	S	32	89	100	79	NS
34	船頭小唄	128	32	12	95	100	99	S	31	95	100	88	S
35	東京の灯よいつまでも	128	32	24	95	76	100	S	15	95	53	99	NS
36	月の砂漠	128	32	23	100	88	90	S	17	99	63	100	NS
37	裏町人生	128	32	27	93	91	100	S	27	93	91	100	S
38	山のかなたに	128	32	32	98	91	100	S	31	98	69	100	NS
39	ともしび	134	33	33	98	95	78	NS	33	100	100	98	S
40	昔の名前で出ています	142	34	26	93	100	83	S	19	96	90	99	S
41	愛国行進曲	160	36	29	98	90	94	S	34	99	100	100	S
42	一杯のコーヒーから	160	36	17	100	94	100	S	31	96	79	100	S
43	くちなしの花	160	36	35	98	95	97	S	32	96	55	87	NS
44	迷い道	160	36	33	100	80	98	S	35	100	100	98	S
45	思い出さん今日わ	160	36	26	97	79	99	S	35	90	80	90	S
46	先生	160	36	33	91	75	100	S	35	99	71	77	NS
47	好きになった人	160	36	33	99	92	87	S	36	99	90	73	NS
48	祇園小唄	190	40	36	89	91	99	S	33	91	77	95	S
49	七つの子	192	40	27	99	96	100	S	33	98	85	99	S
50	木綿のハンカチーフ	224	43	43	98	95	99	S	41	98	100	100	S
51	愛して愛して愛しちゃったのよ	253	46	43	98	76	98	S	26	97	100	77	NS
52	涙の渡り鳥	254	46	41	93	100	100	S	33	92	76	80	S
53	明日はお立ちか	256	47	31	97	86	78	NS	33	99	76	100	S
54	バラが咲いた	256	47	37	96	94	85	S	37	96	100	94	S
55	箱根八里	256	47	45	93	100	89	S	17	100	84	70	NS
56	高原の駅よさようなら	256	47	29	100	83	84	S	39	100	77	79	NS
57	月よりの使者	256	47	43	95	79	100	S	33	93	77	67	NS
58	山小屋の灯	256	47	29	93	72	89	S	24	94	60	100	NS
59	瀬戸の花嫁	258	47	35	99	100	98	S	37	94	55	80	NS

60	別れの磯千鳥	258	47	33	93	79	73	NS	35	92	100	99	S
61	君恋し	262	47	21	98	82	83	S	17	96	77	100	S
62	上を向いて歩こう	318	52	47	92	100	97	S	43	92	97	99	S
63	ひと夏の経験	320	52	43	96	77	86	S	29	98	93	83	S
64	サヨナラ東京	382	57	37	92	85	84	S	55	98	95	61	NS
65	かもめが飛んだ日	396	58	42	93	98	91	S	33	93	100	94	S
66	やさしさに包まれたなら	224	43	39	100	66	100	NS	33	96	92	96	S
67	タワーサイドメモリー	227	44	33	94	77	95	S	33	94	88	92	S
68	BABYLON	242	45	38	99	71	98	S	21	100	93	84	S
69	川景色	255	46	36	100	92	91	S	41	100	100	99	S
70	メトロポリスの片隅で	266	47	33	99	74	93	S	35	95	100	92	S
71	木枯しのダイアリー	279	49	44	98	62	73	NS	39	100	78	81	S
72	さよならハリケーン	280	49	39	100	94	100	S	42	100	97	87	S
73	3-Dのクリスマスカード	301	51	43	100	94	98	S	17	100	87	89	S
74	シンデレラ・エクスプレス	302	51	34	100	67	100	NS	44	98	100	93	S
75	青春のリグレット	308	51	25	91	93	97	S	33	100	96	78	NS
76	12月の雨	350	55	39	95	99	95	S	49	94	95	82	S
77	土曜日は大嫌い	350	55	15	96	71	82	S	17	98	89	96	S
78	消息	350	55	38	99	99	93	S	33	98	100	99	S
79	ベルベットイースター	364	56	19	96	87	85	S	49	95	98	100	S
80	今だから	381	57	45	99	81	93	S	37	94	90	90	S
81	海を見ていた午後	381	57	56	100	99	99	S	36	100	82	94	S
82	卒業写真	388	58	49	92	93	91	S	20	100	49	72	NS
83	時をかける少女	390	58	30	100	80	85	S	33	96	82	95	S
84	BLIZZARD	400	59	37	100	97	94	S	34	100	98	91	S
85	春なのに	162	37	8	100	100	94	S	35	98	96	86	S
86	ひとり	192	40	33	97	87	97	S	53	100	95	87	S
87	おもいで河	192	40	40	93	100	100	S	39	94	100	95	S
88	かもめはかもめ	194	40	34	99	85	94	S	32	97	96	99	S
89	明日天気になあれ	207	42	39	100	100	99	S	35	92	68	99	NS
90	化粧	226	44	30	99	80	98	S	46	97	58	82	NS
91	りばいばる	226	44	42	88	100	88	S	35	90	94	79	NS
92	ひとり上手	228	44	33	95	85	97	S	40	96	62	99	NS
93	カム・フラージュ	235	44	33	95	98	81	S	33	96	100	100	S
94	夜風の中から	254	46	17	94	94	100	S	29	100	100	97	S
95	あの娘	256	47	39	93	68	70	NS	38	100	52	97	NS
96	誘惑	259	47	45	93	79	85	S	33	96	88	84	S
97	すずめ	260	47	38	100	92	93	S	33	98	99	100	S
98	御機嫌如何	264	47	7	96	100	78	NS	48	100	100	89	S
99	かなしみ笑い	299	50	41	100	97	94	S	23	99	100	77	NS
100	やまねこ	303	51	33	97	84	93	S	35	99	96	84	S
101	見返り美人	369	56	41	100	74	96	S	37	98	82	93	S
102	悪女	388	58	33	97	98	100	S	35	100	56	94	NS

曲 (約 89%)、データ B の場合は 67 曲 (約 66%) が局所弱定常と判定される結果を得た。

各曲のデータ A とデータ B に対する局所弱定常性の平均 ( $M$ )、分散 ( $V$ )、直交性 ( $O$ ) 割合は表 1 に示した。また表 1 の (S) 欄に局所弱定常と判定されたものは S、そうでないものは NS と略記した。

一方、それぞれデータ A とデータ B の平均 ( $M$ )、分散 ( $V$ )、直交性 ( $O$ ) の割合に対する 102 曲の度数分布を 10% 単位で求めた (データ A に対しては図 1~3、データ B に対しては図 4~6 参照)。

表 1 および図 1~6 によりデータ B の方がデータ A に比べて局所弱定常性の度合いが悪いことがわかるが、それはデータ B の方が休符を 0 ヘルツとしたので、時系列として不規則性を増したためと思われる。

音楽的な立場からみると、一般にどちらのデータも、単調な繰返しの多い曲は局所弱定常性の度合いが良く、逆に転調やリズムパターンの変化の激しい曲は局所弱定常性の度合いが悪くなることがわかった。

局所弱定常と判定されない曲でも、その前奏とさびの部分に分けることにより、それぞれが局所弱定常になる場合もある。しかしこの場合、平均、分散、直交性の三つが、必ずしも 1 曲すべてを通しての場合よりも良くなるというわけではない。

もちろんこれだけの標本数から音楽一般に対して結論を得るわけにはいかないが、特にデータ A の場合など局所弱定常の曲がかなり (約 9 割) 存在することがわかり、これらの曲に対して KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式理論を適用することが正当化できた。

以下議論される曲のデータは、局所弱定常性の度合の良いデータ A のみに限る。

#### 4. デルタおよびノイズ ( $KM_2O$ -ラ ンジュヴァンカ) の分析

デルタについては 2.5 節の定理で述べられているように、ある自然数  $T$  より大きい  $n$  に対して 0 になっていることがグラフより判定できれば、AR( $T$ ) 過程が、あるいはより一般的に  $T$  重マルコフ過程が実現されたといえることができる。ところが上記 102 曲の様々な曲のデルタのグラフをみるとほとんどの曲がデータ有効数  $M$  以下で 0 に収束してはなくて、0 より大きい部分 (例えばデルタの絶対値が 0.05 以上) が  $M$  近くまで残り続けている。

一方、どこから 0 になると判断してよいか数学的に厳密な議論はわかっていない。

そこで、どこからデルタが 0 になると考えてよいか AR モデルで使われている FPE を援用して推定することを考えた。つまり解析の対象となっている時系列データが AR( $T$ ) 過程の実現データであればその FPE の最小値を与える時点でもってその  $T$  を推定することができるわけだからである<sup>10</sup>。このような理由から FPE の最小値を与える時点をデルタのグラフに書き込んでみて、実際にその近くから 0 に近づいているか調べてみたがあまり良い結果は得られなかった。

そこで次に、FPE のグラフをもう少し詳しく調べ、大域的な最小値を含む局所的な最小値をピックアップすることにした。そうすると、局所的な最小値を取る値のデルタの値の絶対値が 0.01 以上であることがわかったがこれでは値が小さすぎて使えない。(なお、(8)式よりデルタの絶対値は、局所弱定常であれば 1 以下であることがわかる。)

またデータ数が多かたりすると FPE の局所的な最小値がかなり多くなるので、もう少し厳しい基準を選ぶことにした。そこで FPE のグラフで局所的な最小値の数を  $n=0$  のところを除いてそのかたちの大きさなどで 4 以下に限定すると、ほとんどのデルタの絶対値が 0.11 より大きいことがわかった

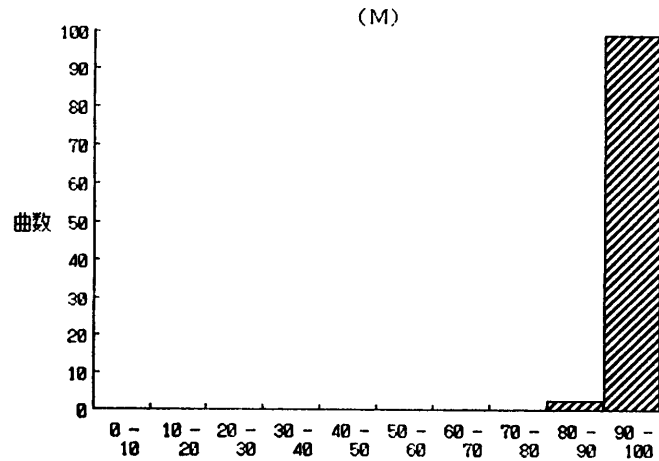


図 1 データ A の (M) の分布  
Fig. 1 Distribution of (M) of data A.

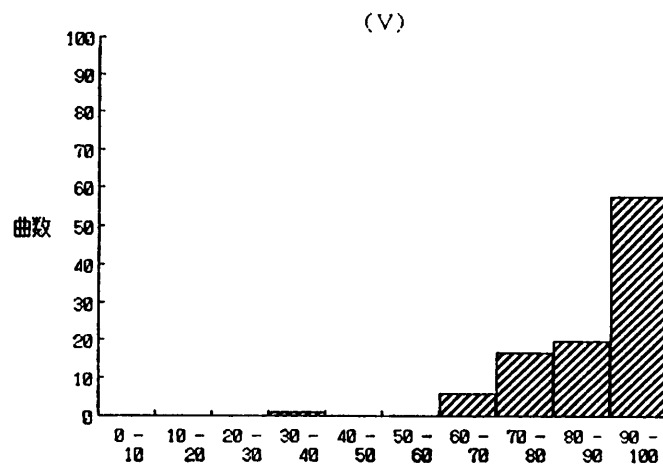


図 2 データ A の (V) の分布  
Fig. 2 Distribution of (V) of data A.

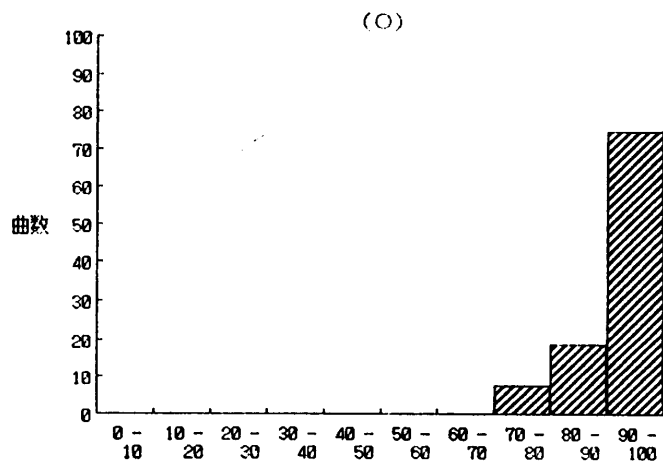


図 3 データ A の (O) の分布  
Fig. 3 Distribution of (O) of data A.

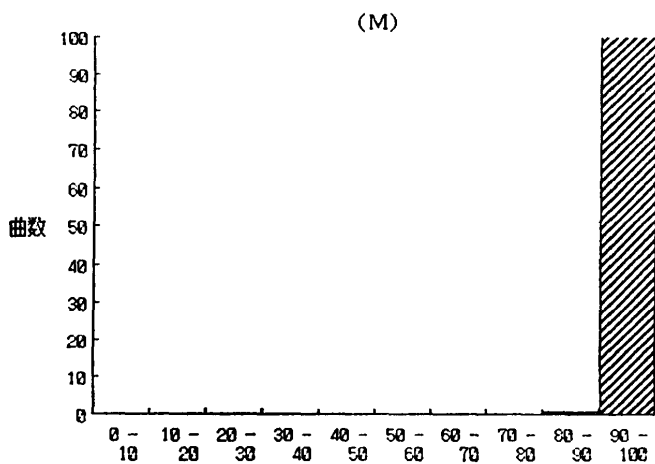


図4 データBの(M)の分布  
Fig. 4 Distribution of (M) of data B.

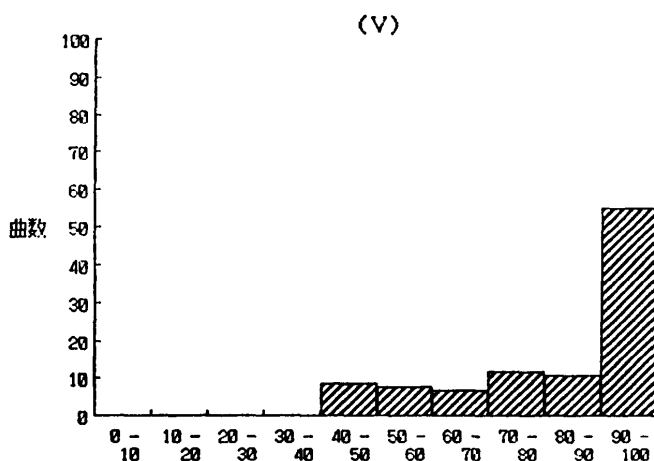


図5 データBの(V)の分布  
Fig. 5 Distribution of (V) of data B.

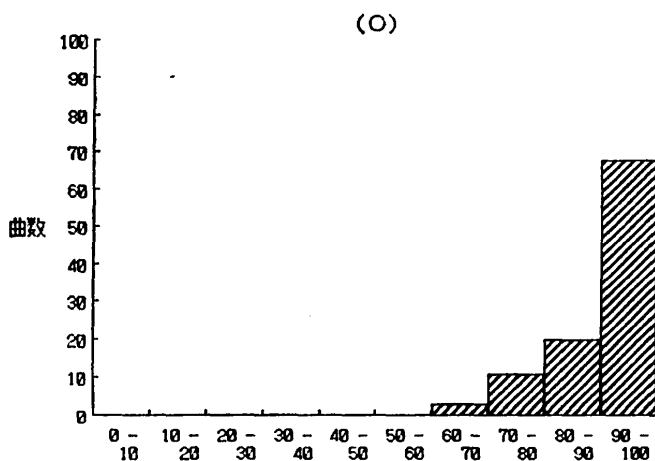


図6 データBの(O)の分布  
Fig. 6 Distribution of (O) of data B.

(図7~10参照). この結果より多重マルコフ性の次数  $T(1 \leq T \leq M)$  として

$$T = \max \{1 \leq n \leq M: |\delta(n)| > 0.11\} \quad (25)$$

を選ぶことが適当と考える. (各曲に対するデータAおよびBのTの値は表1に示した.)

ただし, データの有効数  $M$  が(22)式で与えられているので,  $T$  が  $M$  より小さい場合は上記の(25)式でよいのだが(図7, 8参照),  $T$  が  $M$  に近い場合には, この  $T$  を多重マルコフ性の次数として採用するのが適当かどうかは一概には決定できない(図9, 10参照).

またこの基準に良く当てはまらないいくつかの曲を調べると, 局所弱定常であると判定されていてもその度が悪かったり, データ数が100以下と少なかったりすることが原因のようである. ゆえに局所弱定常性の基準をより強くすべて9割と, データ数も100以上とすると(25)式で与えた基準はほぼすべての曲に対して当てはまることわかった.

ところで以下のことはまだ強く主張するこ

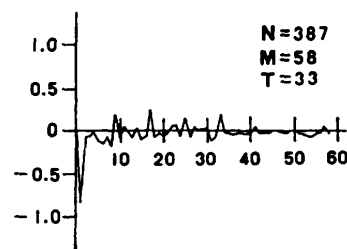


図7 「悪女」のデルタの計算結果  
Fig. 7 Calculation of  $\delta$  of "Akuzyo."

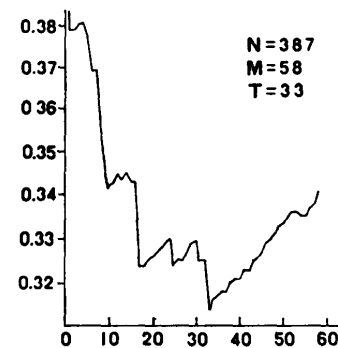


図8 「悪女」のFPEの計算結果  
Fig. 8 Calculation of FPE of "Akuzyo."

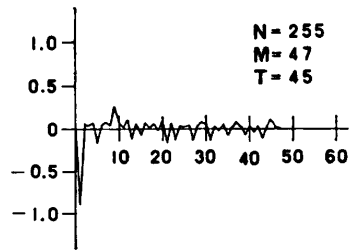


図 9 「箱根八里」のデルタの計算結果  
Fig. 9 Calculation of  $\delta$  of "Hakonehachiri."

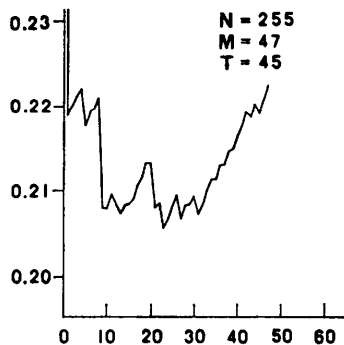


図 10 「箱根八里」の FPE の計算結果  
Fig. 10 Calculation of FPE of "Hakonehachiri."

とはできないが、デルタの挙動と作曲家の個性について簡単に触れたい。

解析した曲の中に「中島みゆき」の作詞、作曲した曲が 18 曲（表 1 の 85 番「春なのに」から 102 番「悪女」まで）あり、そのうち 16 曲が局所弱定常と判定された。そしてこれらのデルタの挙動を調べると面白いことにほとんどの曲で  $|\delta(33)| \geq 0.09$  かつ  $|\delta(n)| \leq 0.15$  ( $n \geq 34$ ) が成立していた。ラフに言えば、例えば図 7 の中島みゆきの曲「悪女」のように、 $n=33$  の付近でデルタの絶対値が大きくなり、それ以降比較的小さい値で 0 のまわりを振動しているように見えるのである。実際、表 1 より 16 曲中「 $T=33$ 」が 5 曲もあることがわかる。

しかしこのような傾向はそれ以外の曲全体では共通に持つ性質として認められるものではないので（表 1 参照）、音高列のデータ化の最小単位が 8 分音符であることを考慮すると、この事実は中島みゆきの曲が 4 小節を単位として変動しやすいことに対応していると解釈できるかもしれない。

ただし、上記のことは一般の 2 部形式の曲にも見られやすいことなので、それだけで直ちに作曲家の個性がデルタに反映しているとはもちろん言い切れないが、もう少し詳しく解析することにより、作曲家の個

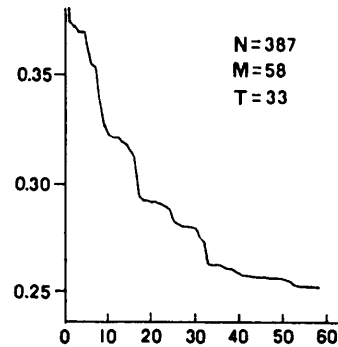


図 11 「悪女」の V の計算結果  
Fig. 11 Calculation of  $V$  of "Akuzyo."

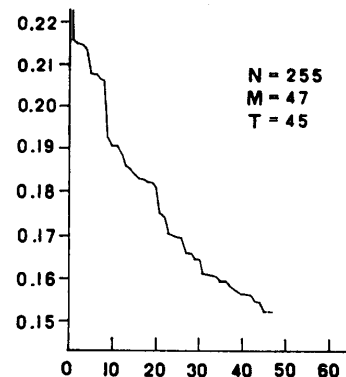


図 12 「箱根八里」の V の計算結果  
Fig. 12 Calculation of  $V$  of "Hakonehachiri."

性をうまく捉えられるかもしれない。今後の課題であろう。

一方ノイズ ( $KM_2O$ -ランジュヴァン力) は、人間が音楽を聞いているときに、いままで聞いた音から次の音を予測する音と、実際の音とのずれを表現していると考えられる。

AR モデルと比較すると、AR モデルのノイズの分散は各時刻で一定であったが、 $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式のノイズの分散  $V$  は各時刻で異なりうる。そのことはノイズの時間依存性を前者より後者は詳しく取り出せることを示している。

2.5 節の定理より時系列が  $AR(T)$  過程に良く当てはまる場合は  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式のノイズの分散  $V$  は  $T$  以後一定となるので、ノイズの挙動を調べることで多重マルコフ性の次数を推定することがデルタ同様できるが、デルタほど推定しやすくないようである（図 11, 12 参照）。

さらに  $T$  重マルコフであると推定した場合、 $T$  以前のノイズの挙動の変化は  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式理論の枠内で初めて把握されうるものであり、こ



の点も AR モデルよりは優れている。このことを使うと、逆に音楽を作曲するときに最初のフレーズに対して有益な情報を得ることができる。

## 5. むすび

我々の最初の素朴な問いは、 $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式理論を用いた局所弱定常性の検定理論を知ったときに、「音楽」は「局所弱定常」であるかどうかであった。もし一般にそうでなければ、定常性の仮定をアプリアリにした音楽の研究はある意味で危うくなるのである。

しかし 3.2 節で検討したようにデータ A に関して言えば、約 9 割もの曲に対して局所弱定常と判定された。またたとえそうでなくても、前奏、さびのように一つの流れを考慮して曲を分割することにより、各部分での局所弱定常性の度合を良くすることが可能な場合もある。

これは我々が調べた歌謡曲が簡単な構造を持つことにも依るであろうが、逆に、よく親しまれてきた曲に関しては、上記のような考察が当てはまるのではないかと推測される。しかしこれはあくまでもデータ A に関する一般論であって、データ B のような場合にはまた違う結果が得られるので、その曲のデータ化の方法も考慮した上で、個々の曲に関する解析を行うべきであろう。

次に 4 章で議論したように、局所弱定常と判定された曲に対しても、FPE からの単純な AR モデルの当てはめは注意を要することがわかった。

しかし局所弱定常性の度合が良く、データ数が多い曲の場合には時系列としての性質が良いので、FPE を援用したデルタの考察により、多重マルコフ性の次数  $T$  を推定する方法を提案することができた。

最後に今後の研究の展望を述べておく。

(i) 本研究では五線譜から得られた音高列だけを研究対象としたが、このデータを自動演奏させたその演奏データやその曲と同じ曲の CD からの演奏データを解析し、音高列データとそれらの間の関係を研究したい。

(ii) 一つの曲の主旋律と伴奏を 2 次元時系列として  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式理論を用いた因果解析を行い、人間が音楽を聞いたときの音の絡みと因果性の度合との関係を調べたい。

(iii) 楽曲の特徴パラメータとしてデルタを用い、それをニューラルネットワークを使うことにより人間

の音楽の認知に迫りたい<sup>4)</sup>。

(iv) 音楽とそれを聞いたときの脳波との関係など、音楽とその生理学的な反応との関係を研究したい。

謝辞 本研究を進める上で有益な助言をくださった北海道大学理学部、岡部靖憲教授、井上昭彦助手、室蘭工大情報工学科鈴木幸司助教授、ならびにデータの解析、整理を手伝ってくださった荒井寿勝、石堂正人両氏をはじめとする数名の本学学生に深く感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 今野紀雄, 荒井寿勝, 石堂正人, 小張泰弘, 建部英輔:  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式による音高列としての音楽分析, 平 1 信学春季全大, A-149 (1989).
- 2) 今野紀雄: フラクタルミュージック, *Computer Today*, No. 33, pp. 53-58 (1989. 9).
- 3) 今野紀雄, 堀井洋一, 中浜清志: 作曲アルゴリズム "Profile" とその周辺, *Computer Today*, No. 34, pp. 37-41 (1989. 11).
- 4) 今野紀雄, 中浜清志, 荒井寿勝:  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式理論とファジイニューラルネットワークを用いた音楽の認知, 平 1 第 32 回自動制御連合講演会, 3020 (1989).
- 5) 岡部靖憲: ランダム現象の定常性, 因果性と異常性, 昭 63 秋季日本数学会統計数学分科会特別講演アブストラクト, pp. 29-57 (1988).
- 6) 岡部靖憲: 時系列と  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式の理論, *Basic 数学*, Vol. 22, No. 2, pp. 38-43 (1989. 2).
- 7) Okabe, Y.: On the Theory of  $KM_2O$ -Langevin Equations with Application to Data Analysis (I), *Proc. of the Fifth BiBos Conference*, Bielfeld (1988).
- 8) Okabe, Y.: On a Stochastic Differential Equation for the Multi-dimensional Weakly Stationary Process with Discrete Time, *Hokkaido Univ. Preprint Series in Math.*, Series 13 (Sept. 1987).
- 9) 岡部靖憲: 非線形予測理論と因果解析, システム/制御/情報, Vol. 33, No. 9, pp. 478-487 (1989).
- 10) 赤池弘次, 中川東一郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社 (1972).
- 11) 寺本 英, 広田良吾, 武者利光, 山口昌哉: 無限・カオス・ゆらぎ, pp. 47-67, 培風館 (1985).

(平成 2 年 6 月 6 日受付)  
(平成 2 年 9 月 11 日採録)

**今野 紀雄 (正会員)**

昭和 57 年東京大学理学部数学科卒業。昭和 59 年東京工業大学理工学研究科修士課程修了。昭和 62 年同博士後期課程単位取得退学。同年室蘭工業大学工学部講師。現在、音楽および脳波の時系列解析、無限粒子系の相転移現象、自己創出系モデルの研究に従事。日本数学会、日本物理学会、日本生物物理学会、電子情報通信学会、計測自動制御学会、人工知能学会各会員。

**小張 泰弘**

室蘭工業大学工学部産業機械工学科在学中。今野研究グループにおいて、音楽解析のためのデータ収集および整理に従事。日本機械学会、電子情報通信学会各学生会員。

**建部 英輔**

室蘭工業大学工学部応用物性学科在学中。今野研究グループにおいて、音楽解析および再生モデル研究と、プログラム開発に従事。電子情報通信学会学生会員。

**中浜 清志**

平成 2 年室蘭工業大学工学部電子工学科卒業。同年日本電信電話(株)入社。在学中今野研究グループにおいて、音楽解析プログラムおよびコンピュータによる作曲のアルゴリズムを開発。キーボード、ピアノの演奏が特技。電子情報通信学会会員。