

## 3×3 分割表を用いたテスト項目関連構造の分析 Test Item Relational Structure Analysis Using 3 by 3 Contingency Table

北山 竜太<sup>†</sup> 島 和之<sup>†</sup> 中田 明夫<sup>†</sup> 大場 充<sup>†</sup>  
Ryuta Kitayama Kazuyuki Shima Akio Nakata Mitsuru Ohba

### 1. 序論

#### 1.1 背景

学習者は学習する際に繰り返し練習問題を解く。学習者にとっては存在する全ての設問を繰り返し解答すれば身につく事が多いであろう。しかし、実際に解答するとすると学習者への時間的・精神的な負担が大きくなってしまふ。学習内容についてある程度の知識が既にある学習者に対してはその知識に応じた設問の選択を行い、少しでも学習者への時間的・精神的な負担を軽減するための効率の良い学習を行う事が必要である。

学習者が効率の良い学習を行うために順序理論<sup>[1]</sup>を適用する方法<sup>[2]</sup>がある。順序理論とは学習者が修得すべき2種類の知識が存在する場合、多数の学習者にテストを行い、その知識間に順序関係が存在するか否かをテスト結果から解明する方法である。順序理論では順序関係を推定するためのデータとして学習者の正解・不正解を用い、個人や集団に応じた順序関係が得られる。

しかし、順序理論では正解・不正解のみを用いて順序関係の推定を行うために部分点が与えられたデータを直接扱うことはできない。現実では指導者が学習者に部分点を与えるような場面は多くみられるため、部分点を直接扱い順序関係を推定する方法が望ましい。

#### 1.2 目的

本研究では、練習問題における設問間の順序関係を評価し、学習者に適した練習問題選択が行えることを目的とする。また、部分点の扱いにより順序関係の推定に与える影響も考察する。

順序関係とは、“ある知識の理解に他の知識の理解を必要とする関係である”<sup>[2]</sup>。ある設問を解答しようとする際に必要となる知識が得られる他の設問が存在した場合に両者は順序関係ありとなり、必要となる知識が得られない場合は順序関係なしとなる。

学習者に適した練習問題選択とは、推定した順序関係と学習者の設問に対する解答結果から判断する。練習問題には部分点を与えられた設問が存在する。

### 2. 理論

#### 2.1 提案手法

本提案手法では学習者の解答を正解・不正解の評価に加え、順序理論では扱えなかった中間の評価も扱い設問間の順序関係を推定する。得られた順序関係に対して推移的閉包を行ったものを最終的な順序関係とする。本研究における順序関係は準順序関係である。

正解・不正解の中間の評価を半正解と定義する。学習  
<sup>†</sup>広島市立大学情報科学研究科 Graduate School of Information Sciences, Hiroshima City University

者の解答を正解・半正解・不正解で評価し独立性の検定を行う。設問間が独立でなければ、設問間の順序関係が成立しているか判定する。設問  $X, Y$  に対して順序関係は “ $X \rightarrow Y$ ”, “ $X \leftarrow Y$ ”, “ $X \leftrightarrow Y$ ” の3パターンである。“ $X \rightarrow Y$ ” のとき  $Y$  は  $X$  に依存し, “ $X \leftarrow Y$ ” のとき  $X$  は  $Y$  に依存し, “ $X \leftrightarrow Y$ ” のとき  $X, Y$  は共に依存する。依存する設問を前提問題とし、先に出題する。また, “ $X \leftrightarrow Y$ ” の場合はどちらから出題しても構わない。順序関係の判定には, “ $X \rightarrow Y$ ” のパターンが成立していると仮定して閾値を設け判断する。

#### 2.2 閾値の算出

設問  $X, Y$  の解答結果がそれぞれ  $i, j (i, j=0, 1, 2)$  となる確率を  $p_{ij}$  とする。表1に全体像を示した。“ $X \rightarrow Y$ ” が成立していれば  $p_{01}, p_{02}, p_{12}$  は0のはずであるが、現実には理解していながら間違える事(ケアレスミス)や理解していないのに正解する事(まぐれ当たり)が生じる。 $X, Y$  について本来ならば結果  $i$  だが、ケアレスミスをした結果  $j$  になる確率をそれぞれ  $c_{xij}, c_{yij}$  とし、本来ならば結果  $i$  だが、まぐれ当たりで結果  $j$  になる確率それぞれ  $f_{xij}, f_{yij}$  とした。これらを考慮した  $X, Y$  の解答結果がそれぞれ  $i, j$  となる確率を  $p'_{ij}$  とする。 $p'_{01}, p'_{02}, p'_{12}$  を算出し, “ $X \rightarrow Y$ ” が成立するための閾値を求める。 $p'_{01}$  について式(1)に示した。 $p'_{02}, p'_{12}$  についても同様な考えで求められる。

$X, Y$  の解答結果がそれぞれ  $i, j$  となる人数が  $z_{ij}$  人以上となる確率  $P$  を式(2)に示した。有意水準を 0.05 とし閾値を求める。式(2)における  $p'_{ij}$  は定義域における最大値を用いる。 $n$  は学習者数である。

表1  $p_{ij}$  の全体像 (0 不正解 1 半正解 2 正解)

$Y \backslash X$	0	1	2
0	$p_{00}$	$p_{10}$	$p_{20}$
1	$p_{01}$	$p_{11}$	$p_{21}$
2	$p_{02}$	$p_{12}$	$p_{22}$

$$p'_{01} = (1 - f_{x01} - f_{x02})f_{y01}p_{00} + c_{x10}f_{y01}p_{10} + c_{x20}f_{y01}p_{20} + c_{x10}(1 - c_{y10} - f_{y12})p_{11} + c_{x20}(1 - c_{y10} - f_{y12})p_{21} + c_{x20}c_{y21}p_{22} \quad (1)$$

$$P\{Z_{ij} \geq z_{ij}\} = \sum_{z=z_{ij}}^n {}_n C_z (p'_{ij})^z (1 - p'_{ij})^{n-z} \quad (2)$$

3. 実験

設問数 74 問, 学習者数 59 名で実験を行った. 練習問題の内容は情報分野であり, 問題形式は数値問題, 2 択問題, 記述問題である. 数値・2 択問題は 2 段階(正解・不正解), 記述問題は 3 段階(正解・半正解・不正解)で評価した. 学習者は広島市立大学情報科学部の学生である.

4. 評価方法

順序理論で推定した順序関係と提案手法で推定した順序関係それぞれを leave one out Cross Validation で評価した. 当評価手法で得られる評価の指標は矛盾の数の平均であるが, 本実験では分母となる数が各比較対象同士で同値なため平均処理を行わなかった.

5. 実験結果

半正解を全て正解として扱った順序理論を順序理論 1, 全て不正解として扱った順序理論を順序理論 2 とした. それぞれで推定した順序関係において “ $X \rightarrow Y$ ” のみ成立した (“ $Y \rightarrow X$ ” は成立しない) 数, 矛盾の数, 矛盾率(矛盾の数 / “ $X \rightarrow Y$ ” のみ成立した数)について結果をそれぞれ図 1, 2, 3 に示した.

実験より半正解を直接扱う提案手法が最も矛盾率の少ない順序関係を推定することができた. 提案手法と順序理論 1, 2 とは有意水準 0.01 において有意な差であった. この結果に対する考察を以下で述べる.

第一に提案手法が問題形式の組み合わせに応じて閾値を変更していることに影響したと考えられる. 第二に順序理論では閾値のみに着目しているが, 提案手法では解答結果の分布に対しても着目している点である. 独立性の検定を行えば独立と判定される設問間の順序関係でも順序理論では閾値のみで設問間の順序関係を判断しているために順序関係 “ $X \rightarrow Y$ ” が成立してしまう. このため “ $X \rightarrow Y$ ” のみ成立する数は提案手法に比べて多くなっている. さらにこの中には矛盾の数が含まれていることが確認できたため矛盾率が提案手法よりも悪くなったと考えられる.

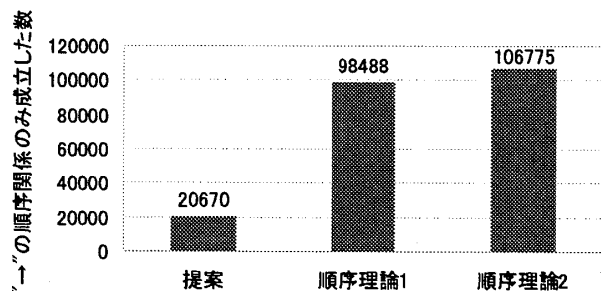


図1 “ $\rightarrow$ ”の順序関係のみ成立した数の比較

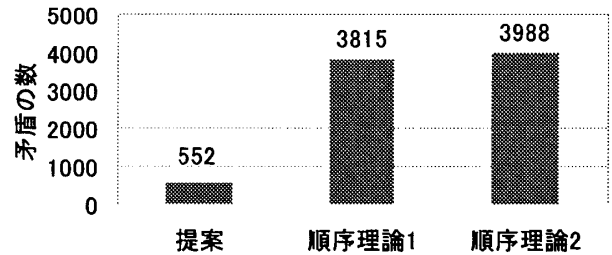


図2 矛盾の数の比較

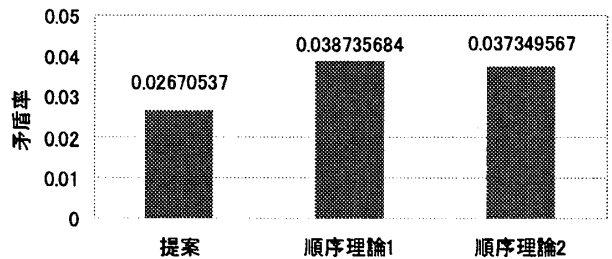


図3 矛盾率の比較

6. まとめ

本研究では正解・不正解だけでなく, それらの中間的評価である部分点を直接扱い, 練習問題の順序関係を推定する方法を提案した. 提案手法ではテストで得られた学習者の解答結果を用い, 独立性の検定で独立でなければ順序関係を推定する. 順序関係の推定には理解しているのに不正解する確率と理解していないのに正解する確率を考慮した.

順序関係の推定における提案手法の有効性を検証するために, 部分点を直接扱うことのできない順序理論と提案手法を比較する実験を行った. 実験の結果, 提案手法で推定した順序関係に含まれる矛盾の割合は順序理論で推定したものよりも小さく, 有意な差が得られた. 半正解という部分点を考慮しないよりも考慮した順序関係の推定の方が個人や集団に応じた順序関係を推定できるといった結果となった.

本提案手法を用いることで得られた順序関係の全体像と学習者の成績から学習者の学習の進捗状況の把握や学習者を評価する材料にも応用できると考えられる.

今後の課題としてはノンパラメトリックの検定を行うことが考えられる. データ数が少ない場合, パラメトリックの検定では検定力が落ちる. データ数が少ない場合でも適用できるようにするためにノンパラメトリックを用いることが望ましい.

参考文献

[1] Airasian, P. W. and Bart, W. M., “A New and Useful Measurement Model”, Educational Technology, Vol.13, No.5 (1973)  
 [2] 武村 泰宏, “ソフトウェア技術者の教育支援体制とプログラミング学習プロセスに関する研究”, 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士論文, 甲第 252 号 (2002)