

FEM シミュレーション結果のための ボリュームレンダリングアルゴリズム†

—クリーンルーム内気流解析結果への適用—

小山田 耕二^{††} 宮澤 達夫^{††}

有限要素法による数値シミュレーションが出力する非構造格子データを対象としたボリュームレンダリングアルゴリズムを開発した。本手法は、境界面付近のアーチファクトを避けるため、与えられたデータを構造格子に写像することなく、非構造格子データそのものを処理対象としている。非構造格子データには、様々な形状・次数の要素が混在しうるので、補間計算の高速化をはかるために、これらすべてを4面体セルに分割している。また、レイ・トレーシングを効率よく行うため、隣接セル・境界面ポインタリストを構成要素として含む4面体モデルを提案する。このモデルを使って、境界面のサーフェスレンダリング画像が統合されたボリュームレンダリング画像を生成することができる。我々は、有限要素法によるクリーンルーム内気流シミュレーション結果に対し、本手法を適用し、その有効性を確かめた。最後に、対象領域・計算時間・必要記憶容量・画質の観点で本手法の評価を行った。

1. はじめに

クリーンルーム内の気流分布の最適化において、数値シミュレーションは、今や必要不可欠になってきている^{1)~3)}。気流解析のための数値シミュレーションの手法としては、大きく分けて有限差分法 (FDM) と有限要素法 (FEM) がある。クリーンルーム内には、作業者をはじめとした複雑な形状が存在しているので、このような空間に対する数値シミュレーションとして、FEM が適している。しかし、この手法は、任意形状をシミュレーション対象領域にできる大きなメモリを持ちながら、必要記憶容量・計算機使用時間が大きかったことから、実際には、FDM ほどには、気流解析に用いられることはなかった。ところが、この数年の間に、記憶容量・使用時間が、FDM と同程度の計算スキームが、FEM において開発されている⁴⁾。このような背景のもと、我々は、クリーンルーム内の気流分布の最適化に FEM を使っている。

数値シミュレーションを行うと、従来の実験で得ることのできなかつた内容豊富な、膨大な数値データが提供される。提供される情報がいかに膨大であっても、そのままの形、すなわち単なる数字の羅列であれば、連続体としての気流の性状を表現することはできない。気流の性状を理解しやすい形に表現するに

は、数値シミュレーションで得られた膨大な数値データを、その情報を損なうことなく、画像化するための表示技術が必要とされる。そして、数値シミュレーションが常に、実験との相補性を必要とすることを考慮すると数値データの表示手法は、実験において実際に利用されている気流の可視化手法と対比できるものでなくてはならない。クリーンルーム内の気流の可視化には、全体の流れ場を一目で把握させることのできるトレーサ法が多く用いられている。このトレーサ法は、煙やメタアルデヒド等の粒子をトレーサとしてクリーンルーム内に供給し、気流によって運ばれるトレーサ粒子の密度分布を観察することにより気流性状を把握する方法である。数値シミュレーションでは、室内で供給されたトレーサが拡散していく現象は、トレーサ濃度についての輸送方程式を解くことにより再現することができる。数値シミュレーション結果と実験結果との対比が重要であるとの認識に立つと、3次元空間で出力されるトレーサ濃度から実験により可視化される密度分布 (以下、密度雲と表記する。) に相当する画像を生成するための表示技術が重要である。クリーンルーム内で定義されるトレーサ濃度のような、3次元空間で定義されたスカラ場 (以下、ボリュームと表記する。) から密度雲を画像化する表示技術は、一般に、ボリュームレンダリングと呼ばれ、近年特にその研究が進められてきている^{5)~8)}。

一方、ボリュームレンダリングに対する、従来から数値シミュレーション結果の可視化に多く用いられている手法として、サーフェスレンダリングがある。こ

† Volume Rendering Method for Finite Element Method Results
—Air-Flow Visualization in a Clean Room—by KOJI
KOYAMADA and TATSUO MIYAZAWA (IBM Research, Tokyo
Research Laboratory).

†† 日本 IBM (株) 東京基礎研究所

の表示手法は、ボリュームを適当な平面で切断し、その切断面上でのカラーマッピングによりスカラデータの分布を画像化する手法（切断面表示法）と適当なスカラ値を指定して、その等高面を画像化する方法（等高面表示法）の2種類に大別できる。切断面表示法は、表示する面があらかじめ決まっている場合、例えば作業用機の表面上でのトレーサ濃度分布が気流の最適化にとって重要である場合有効であるが、気流全体の挙動把握には向いていない。等高面表示法では、流れの全体的挙動を代表させるための適当なスカラ値を決めるのが困難である。このように面を基本としたサーフェスレンダリングに対し、ボリュームレンダリングは、切断面・等高面に限られることなく、ボリュームの連続的分布を密度雲の形で画像化する表示技術であり、全体的な流れ場を一目で把握させることを目標としているトレーサ法と対応する。

ボリュームレンダリングは、開発の当初の目的が複数枚のCT断層データからの人体組織の立体再構成であったため、規則正しく配列された正方格子（構造格子）上で定義されたスカラデータを入力としている。FEMによる数値シミュレーションは、不規則に配列された任意形状格子（非構造格子）上で実行されるので、出力結果としてのスカラデータは、この非構造格子上で定義されている。そのため、従来のボリュームレンダリングアルゴリズムは、非構造格子上で定義されたスカラデータの表示には、直接適用することができない。

本研究では、以上の背景に基づき、FEMによるクリーンルームの気流解析結果からトレーサ濃度についての密度雲を表示するためのボリュームレンダリングアルゴリズムを開発した。まず、第一に、FEMによるシミュレーション結果のデータ構造を述べ、この結果にボリュームレンダリングを適用する上での問題点、および解決策としてのアルゴリズムを述べる。最後に、実際のシミュレーション結果への適用と本手法の評価を行う。

2. FEM シミュレーション結果

FEMシミュレーション結果のデータ構造を与えられたまま使うと、効率のよいボリュームレンダリングを行うことができない。本章ではこのデータ構造の特徴について述べ、ボリュームレンダリングを効率よく行うために必要なデータ構造について検討する。

2.1 データ構造

工学の諸分野において、ナビアストークス方程式といった偏微分方程式を解くために、これらを代数方程式に変換する近似解法が用いられる。FEMにおいて用いられている重み付き残差法では、近似解を偏微分方程式に代入することにより定義される誤差関数に重み関数を掛け、解析領域にわたってこれを積分することにより代数方程式を得る。FEMでは、この領域を要素と呼ばれる小領域に分割して、上述の積分を実行し、要素ごとに方程式を作る。最終的に、要素ごとに作られた方程式を全体係数マトリクス上で重ね合わせるにより、全体としての代数方程式を組み立てる。このように要素ごとの重ね合わせが可能であるため、FEMソルバの入力データにおいて要素は、要素間のつながりを考えることなく、独立に表現されていればよい。要素内部において、スカラ値は、要素を構成する頂点（節点）で定義された値から適当な関数（補間関数）を用いて補間されるから、要素は、節点の情報を用いて表現される。すなわち、FEMにおいては、まず、節点座標リストが定義され、このリストへのポインタ（節点番号）のリストによって、要素が定義される。全体代数方程式を解くと、節点ごとのスカラデータが得られるので、ボリュームレンダリングの対象となるFEMシミュレーション結果データは、上述のリストにこの節点データリストが加わったものとなる。

2.2 補助データ構造

通常、要素を構成する節点・辺・面は、いくつかの要素によって共有される。与えられるデータ構造において、節点には、ユニークな番号が与えられているものの、辺・面にはこのような番号は与えられていないので、辺・面に対し何らかの処理（座標生成、分割等）を行う場合、重複処理を避けるために特別なくふうが必要となる。また、ある光線に沿って要素をトラバースする時、与えられたままのデータ構造は、要素の隣接情報を持っていないため、隣接要素の探索に要する時間は、膨大なものとなる。

効率のよい可視化処理を行うには、もとのデータ構造から適当な補助データ構造を構築することが重要である。Wingetは、FEMシミュレーション結果から任意の切断面表示を行うために有効な補助データ構造として、ソリッドモデラでよく使われる境界表現を考えている⁹⁾。すなわち、要素・節点だけでなく、辺・面にもユニークな番号を割り振り、要素を面番号リス

トとして、面を辺番号リストとして、そして辺を節点番号リストとして表現する補助データ構造を構築している。処理する要素が比較的少ない場合、例えば、構造解析結果を処理する場合には、問題にならないが、気流解析結果には、通常、数万から数十万もの要素が含まれている。この場合、上記の補助データ構造は冗長である。コンパクトなデータ構造を実現するため、要素は、もとのデータ構造同様、節点番号リストにより表現する。上述の重複処理に対処するため、辺・面については、これらを構成する節点番号をキーとするハッシュテーブル¹²⁾を使って、すでに辺・面を共有する他の要素の処理が終わったのかどうかをチェックすることにし、また隣接要素探索の高速化のためには、要素の各面が隣接要素番号を持つよう前処理を行うことにした。

3. FEM 結果のボリュームレンダリング

3.1 ボリュームレンダリング

ボリュームレンダリングとは、ボリュームデータから幾何形状を取り出すことなく、そのボリュームデータを構成するボクセル（正方格子）に色と不透明度を割り当て、それらをサンプリングしながら合成していき、2次元スクリーン上に投影する手法である。ボリュームレンダリングを用いると、ボリューム全体がデータの分布にしたがって発光する一種の密度雲として表示することができる。ボリュームレンダリングで用いられている色と不透明度の合成法は、半透明表示法に基づいている。1つのボクセル*i*を通過する光束を考えると、ボクセル*i*を通過した光束の明るさ B_{out} は、ボクセル*i*に侵入した光束の明るさ B_{in} とボクセル*i*自体の明るさ b_i および不透明度 α_i から次のように求まる。

$$B_{out} = b_i \alpha_i + B_{in}(1 - \alpha_i) \quad (1)$$

(1)式を視点からスクリーン上のあるピクセルを通りボリュームを通過する光線に沿って、 $(n+1)$ 個のサンプルボクセルに視点方向から適用していくと、最終的に求まるピクセルの明るさ B は、

$$B = \sum_{i=0}^n b_i \alpha_i \prod_{j=0}^{i-1} (1 - \alpha_j) \quad (2)$$

となる。(2)式は、あるサンプルボクセル*i*の明るさ $b_i \alpha_i$ が、視点とそのボクセル*i*との間に存在するサンプルボクセルによって吸収され、減衰しながら視点に $\prod (1 - \alpha_j)$ の割合で到達することを示している。雲、霧、煙などの霧状物体の表示モデルとして Blinn

は、微小粒子の集合体の層における光の透過・反射の統計シミュレーションモデルを提案している¹⁰⁾。さらに、Kajiya, Herzen は、3次元空間を格子に分割し、各格子点で微粒子の密度を与えて、それに対する光の透過・反射の計算法を提案している¹¹⁾。これらは、光源からの光りの減衰、微粒子による光りの反射、反射光の減衰をモデル化したものである。(2)式は、光源からの光りの減衰を無視し、微粒子による光りの反射のかわりに、微粒子による発光をモデル化したものにほかならない。

3.2 FEM シミュレーション結果への適用

これまで報告されてきたボリュームレンダリングアルゴリズムは、構造格子点上で定義されたボリュームを対象にしている。非構造格子点で定義されている FEM シミュレーション結果にボリュームレンダリングを適用するには、1) 非構造格子ボリュームを構造格子へ写像し、既存のボリュームレンダリングアルゴリズムを利用するか、2) 非構造格子ボリュームを対象とした新しい手法を開発する、といった2つのアプローチを考えることができる。第1のアプローチの場合、非構造格子の粗密のついた格子密度および複雑な境界形状を構造格子に反映させるのは困難である。粗密についての問題を解決するには、極端に細かな構造格子が必要となり、現実的でない。境界形状についての問題を解決するには、これを含む正方格子のボリューム外の格子点に適当なスカラ値を外挿する必要があるが、これは一意には定まらない。不適当な値を外挿すれば、境界面付近でアーチファクトを生じてしまう。

以上の理由に基づき、我々は、第2のアプローチを考えていく。FEM シミュレーション結果に対して、ボリュームレンダリングを効率よく行うための考慮点として、1) 光線に沿った格子（要素）の高速な探索、2) 要素内部の任意点におけるデータの高速な補間、を考えることができる。第1の考慮点については、2章において、要素の各面ごとに隣接要素番号を持つような補助データ構造構築の必要性を述べている。ここでは、第2の考慮点に注目し、高速な補間のために、4面体分割が有効であることを述べる。

3.2.1 データ補間

FEM において、要素中のデータは、節点でのデータから適当な関数を用いて補間される。この関数は、一般的に節点に定義されている全体座標系ではなく、要素ごとに決められた要素座標系で定義される。要素

として、アソパラメトリック要素が使用されていると仮定すると、要素内の座標も上述の関数を用いて補間されるので、この関係を用いて与えられた点を局所座標系に変換しなければならない。この変換は、ニュートン・ラプソン法に基づく反復計算により実現されるが、この計算の収束が初期値に大きく依存するため、不適当な初期値の場合は、発散してしまう。曲面で構成される高次要素において、与えられた点の座標から局所座標の適当な初期値を求めるのは困難であるので、高速性・数値安定性の実現を考えると、与えられた点をそのまま使って、すなわち座標変換を行うことなく、補間計算できることが望ましい。この観点では、4面体1次要素（4面体セル）が魅力的である。このセル内部では、陽的に全体座標で表される体積座標により補間関数が定義される³⁰⁾。

実際には、FEM シミュレーション結果には、様々な種類の要素が混在しているので、4面体セル以外の要素については、前処理として、これらを複数の4面体セルに分割する。2D-FEM シミュレーション結果の可視化処理において、2次元要素は複数の3角形に分割されることが多い^{27), 28)}。4面体セルへの分割は、この3角形分割を3次元へ拡張したものである。このように、処理対象の要素をすべて4面体セルにすることは、2章で述べたデータ構造において、要素を構成する節点数および要素に接続する要素の数が、それぞれ4および4になることを意味し、記憶装置の有効利用の点からも望ましい。次に、我々が行っている4面体分割の方法について述べよう。

3.2.2 4面体分割

構造格子からの4面体分割については、すでに小出・土井が報告している¹³⁾。彼らは、構造格子データから等高面を3角形データとして、効率よく抽出するために、それぞれの正方格子を5つの4面体セルに分割している。構造格子において、それぞれの正方格子は、規則正しく配列されているので、格子をそれぞれ独立に分割しても隣接格子との間に矛盾を起ささないような分割のルールが存在する。非構造格子の場合、このようなルールが存在しないので、つねに隣接要素と情報をやりとりしながら、分割を行っていく必要がある。2章で述べたように、この情報交換のためにハッシュテーブルを利用している。

6面体2次要素を例にとりて、分割方法を説明する。まず最初に、6つの面をそれぞれ、6つの3角形に分割する。8つの節点からなる面を6つの3角形に

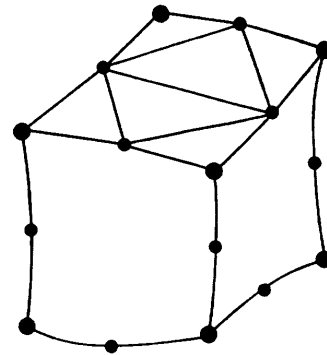


図1 3角形分割

Fig. 1 6-Triangle subdivision of a face.

分割するのに2通りの方法があり、どちらの方法で分割したのかをハッシュテーブル上に登録する。具体的には、4つある中間節点は、分割時に5つの辺が接続するものと4つの辺が接続するもののふた通りにそれぞれ2つずつ分類されるから、テーブルには前者の節点のうちいずれか一方の番号を登録する(図1)。さらに面そのものを識別するため、面を構成する8つの節点番号を登録する必要があるが、実際のFEM シミュレーション結果では、3つの番号を指定するだけで十分である。我々は、中間節点を除いた4つの節点番号のうちで、値の大きい方から3つ指定している。このようにして登録された面を持つもうひとつの要素を4面体分割する時は、この3つの節点番号をキーとしてハッシュテーブルを検索して、分割方法を決定する。このようにして、要素の各面が矛盾なく3角形に分割されると、次に各要素でその重心において補間計算により新たな節点を発生する。この処理は、隣接する要素と無関係に行えるのでハッシュテーブルを利用する必要はない。このようにして発生した節点と分割生成された3角形の各頂点を結ぶことにより、4面体を定義する。以上のようにして、隣接する要素と矛盾を起さすことなく、複数の4面体に分割することができる。例としてあげた6面体2次要素以外の要素についても同様の方法で4面体への分割を行う。4面体分割の際、それぞれの4面体に番号を割り振り、隣接する4面体番号を記録するので、分割終了と同時に、4面体を構成する節点番号リストと隣接4面体番号リストの作成も終了する。

3.2.3 4面体モデル

我々は、FEM シミュレーション結果に効率よくボリュームレンダリングを適用するため、上述のリストに基づく4面体モデルを提案する。この4面体モデル

は、1) 節点情報、2) 4面体リスト (節点番号リスト, 隣接4面体番号リスト), 3) 境界面リストから構成されており, お互い有機的に結合している. それぞれについて説明する.

1) 節点情報

節点情報は, 節点番号により管理されるデータであり, 座標値・法線ベクタ・スカラーデータからなる. 座標値, スカラーデータは, FEM シミュレーション結果に含まれているが, 法線ベクタは新たに作成する必要がある. この法線ベクタは, (1)式を使って明るさ b_i を計算する時, 必要となるデータである. この法線ベクタは, 各4面体で定義される補間関数の勾配として計算する. この補間関数は, 以下のように定義される.

$$F(X, Y, Z) = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3Z$$

ここで, $a_j(j=1,3)$ は, 4面体の各節点における座標値・スカラーデータから決定される係数である. したがって, 法線ベクタは,

$$N = \text{grad}(F(X, Y, Z))$$

となるので, 4面体セル内で一定となることがわかる. しかし, セルごとに一定の法線ベクタを割り振ると, 生成画像においてデータ分布のなめらかさが損なわれるので, これら法線ベクタを節点ごとのデータに変換する.

2) 4面体リスト

4面体リストは, 構成節点番号リストと各面において接続する4面体番号リストからなる. ここで, 4面体における各面を定義しておく.

- 面 1 = { n_2, n_3, n_4 },
- 面 2 = { n_3, n_4, n_1 },
- 面 3 = { n_4, n_1, n_2 },
- 面 4 = { n_1, n_2, n_3 }.

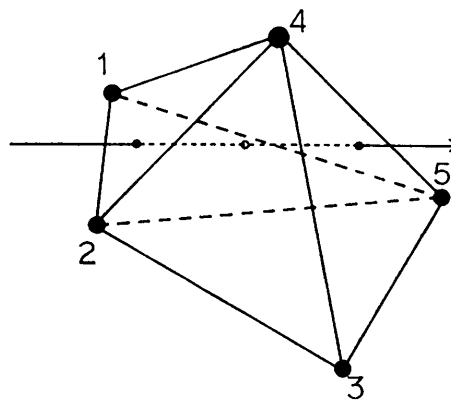
ここで, $n_j(j=1,4)$ は, 4面体を構成する節点番号である. 4面体を構成するある面において, 接続する4面体がない場合が存在する. このような面は, FEM シミュレーションの境界を構成するとし

て, 4面体番号ではなく, 境界面番号が登録される. ただし, 4面体番号との混同を避けるため, 符号を変えている.

3) 境界面リスト

境界面リストは, 上述の境界面番号のもとに登録され, 接続する4面体の番号と面番号とから構成される. このリストは, 境界面番号が与えられた時, これに接続する4面体を探索する時に利用する.

図2は, 2つの4面体セルから構成される4面体モデルを表している. 4面体1は, 節点1, 5, 4, 2からなり, 面1で4面体2に接続している. 面2, 3, 4は, 境界面1, 2, 3に等しい. 4面体2は, 節点2,



セル番号	要素構成節点番号				隣接セル番号			
	節点1	節点2	節点3	節点4	面1	面2	面3	面4
1	1	5	4	2	2	-1	-2	-3
2	2	4	5	3	-4	-5	-6	1

4面体リスト

境界面番号	セル番号	面番号
1	1	2
3	1	4
5	2	2

境界面番号	セル番号	面番号
2	1	3
4	2	1
6	2	3

境界面リスト

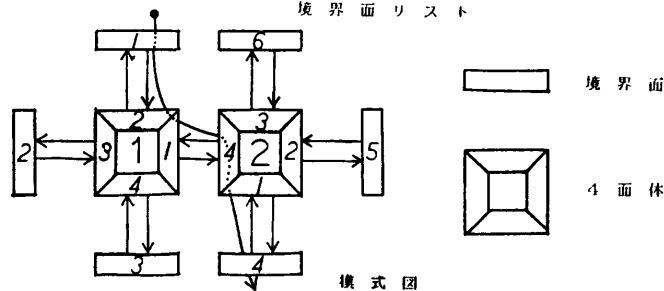


図2 4面体モデル

Fig. 2 Tetrahedral model with lists of adjacent cells and exterior faces.

4, 5, 3 からなり, 面 4 で 4 面体 1 に接続している。面 1, 2, 3 は, 境界面 4, 5, 6 に等しい。このモデルに投げかけられた光線は, まず境界面 1 と交差している。境界面リストを参照すると, この面は 4 面体 1 の面 2 であることがわかる。さらに光線は, 面 1 から脱出しようとしているが, 4 面体リストを参照すると, 4 面体 2 の面 4 に進入しようとしていることがわかる。そして, 面 2 から脱出しようとしているが, そこは, 境界面 4 であることがわかる。このように, 4 面体モデルを使えば, ポリウムレンダリングに必要な光線探索を効率よく行うことができる。

3.2.4 4 面体モデルによるポリウムレンダリングアルゴリズム

この章の最後として, 4 面体モデルに基づいたポリウムレンダリングアルゴリズムについて述べる。このアルゴリズムは, 大きく 2 つに分けることができる。1 つは, 視点からの光線が最初に交差するセルを見つける処理に関するものである。もう 1 つは, 光線が 4 面体セルを通過する際の (2) 式にしたがった明るさの計算に関するものである。

第 1 の処理は, 視線に交差する, 視点から最も近い境界面を探索することであり, 3 角形ポリゴンの陰面消去問題に帰着させることができる。この問題に対しては, すでに多くの手法が開発されている¹⁴⁾が, この手法の開発が我々の目的ではない。この問題に対して, 我々は, Z バッファ法を採用している。この手法により境界面番号が得られると, 境界面リストを使って, これにつながる 4 面体セルを容易に決定することができる。さらに, 4 面体リストを参照することにより, 光線が最終的に境界面に達するまで, これに交差する 4 面体セルを次々と探索することができる。

第 2 の処理は, 交差するおのおのの 4 面体セルにおいて (2) 式における明るさ b , 不透明度 α を計算することである。明るさ b は, 各サンプル点で補間計算される法線ベクタと適当な光学モデルにより計算され, 不透明度 α は, 適当な伝達関数を用いて決定される。我々は, 光学モデルとして Phong のモデル¹⁵⁾を, そして伝達関数としては, 密度雲を表示するためスカラデータ値と不透明度が比例するものを選んでい。また, (b_0, α_0) , (b_n, α_n) は, それぞれ進入側, 脱出側の境界面上における明るさ, 不透明度である。光線上のあるサンプル点において, 明るさ, 不透明度 (b_i, α_i) は, 次のようにして求める (図 3)。なお, サンプル点は, 光線上, 等間隔に配置されるものとする。

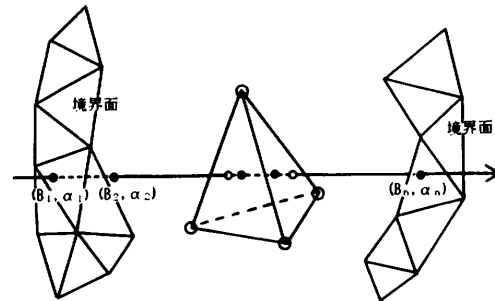


図 3 光線上でのサンプリング点
Fig. 3 Sampling points along a viewing ray.

1) サンプル点を含む 4 面体セルと光線との交差点 (進入点, 脱出点) のおのおのにおいて法線ベクタ・スカラデータの補間計算を行う。

2) 進入点からサンプル点, サンプル点から脱出点までの距離で上記のデータを内分することによりサンプル点上での法線ベクタ・スカラデータを計算する。この計算は, 「4 面体内において, スカラデータは任意の方向に対し線形分布する」という性質を利用している¹⁶⁾。

3) 光学モデル, 伝達関数を用いて, 明るさ, 不透明度 (b_i, α_i) を計算する。

スクリーン上のすべてのピクセルに対応する光線において, 上述の処理を行うことにより, 境界面上のサーフェスレンダリングイメージの統合されたポリウムレンダリングイメージを作成する。

4. クリーンルーム内気流解析結果への適用

気流解析の対象としたクリーンルームは, 垂直型実験クリーンルームの一種である。室内には, 作業用機とエアガイドが取り付けられている。天井からは, 0.3 m/s の一様流が吹き出し, 室内の脇に設けられた開口部から外部に排出されている。村上らは, このようなクリーンルーム内の気流が乱流状態であると考え, 数値シミュレーションを行っている¹⁷⁾。この乱流を解くために様々な方法が開発されているが, 実用上もっともよく使われている k-ε 型 2 方程式モデルを採用した。したがって, 解析のための基礎方程式は, 連続の式, 運動方程式, 乱流エネルギー・乱流散逸率・トレーサ濃度についての輸送方程式となる。シミュレーションモデルとしては, 上記の機, エアガイドのほかには作業者を単純化してモデル化している。使用した要素は, 61,800 の 4 面体 1 次要素である。境界条件に関しては, 村上らの報告¹⁷⁾を参考にし, トレー

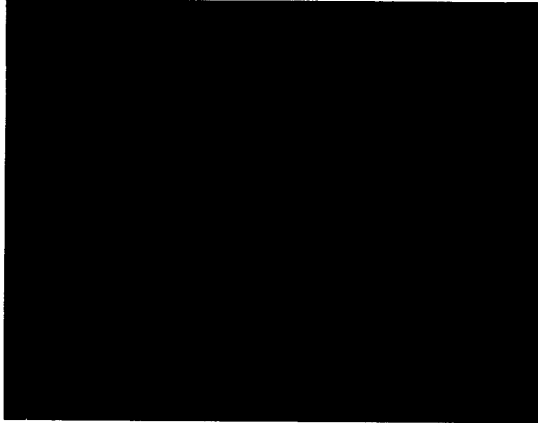


図 4 密度雲表示
Fig. 4 Density cloud display.
We assigned the colors from red to blue and opacities from high to low to contaminant densities in their descending order.

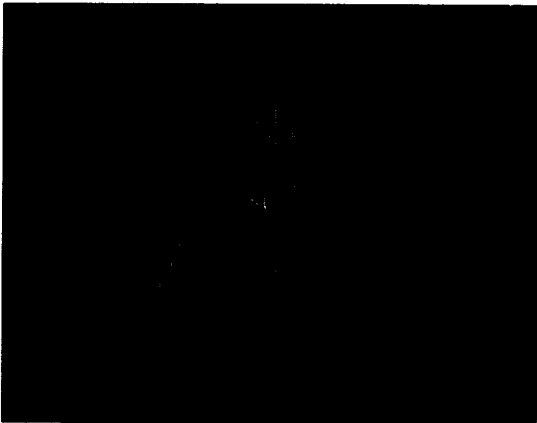


図 5 等高面表示
Fig. 5 Iso-density surface display.
We assigned the colors from red to blue to contaminant densities in their descending order



図 6 切断面表示
Fig. 6 Cutting plane display.
We assigned the colors from red to blue to contaminant densities in their descending order.

サ(汚染物質)の発生源として、作業者の胸を考え、数値シミュレーションを行った。

図 4 は、シミュレーション結果であるトレーサ濃度に対し、ボリュームレンダリングを行ったものである。あらかじめ抽出しておいた流線も同時に表示している。トレーサ濃度が高くなるにつれて、色については、青・緑・赤が、また、不透明度については、高い値が、それぞれ割り振られるようにしている。いったん発生したトレーサが天井からの気流により発生源側に押し戻され、そして作業者後方の排出口から出ていく様子が容易に理解できる。図 5・6 は、同じデータからそれぞれ等濃度面・切断面表示を行ったものである。これらと比べてみると、図 4 は、室内気流の挙動をより大局的に表現していることがわかる。

5. 評価

本章において、対象領域・計算時間・記憶容量・画質の観点で本手法の評価を行う。

5.1 対象領域

一般的に、非構造格子の形成する領域形状は、複雑である。しかし、原則として、本手法は、領域形状が凸であるものを表示対象にしている。領域形状が凹な部分を含む場合、領域に進出し、そして脱出した光線が再び領域に進入する場合が起こりうる。このような場合、本手法では、最初の交差分だけが計算の対象となるため、凹部分が視点から直接見えるところに位置する場合、不自然な画像が作成される。FEM シミュレーション結果において、この凹部分は、気流内に配置される障害物(作業者・机等)を表していることが多いので、視点は、この凹部分が領域の境界面を通して間接的に見えるところに置かれる。この時、凹部分は、不透明なポリゴンと等価であり、生成される画像に不自然さは残らない。この問題を根本的に解決するには、1) 境界面探索の対象を光線に交差するすべての 3 角形として、2) 交差する境界面の番号を視点からの距離の順にスタックしておき、3) 対応する交差部分の計算が終了した時点で、このスタックから新たな番号を取り出して、対応する新たな交差部分の計算を実行するという処理をスタックが空になるまで続ければよい。

5.2 計算時間

3.2.4 項で述べたアルゴリズムのうちで、第 2 の処理に要する計算時間について考察する。この処理は、大きく分けると、1) 線分上での線形補間と、2) 3

角形内部での線形補間になる。まず、1)で行う計算は、両端点でデータ（視点からの距離）を持つ線分と補間の対象となるデータ（可視化対象のスカラデータ、法線ベクタ）が与えられて、それぞれの端点における重みを計算し、その重みで両端点のデータを補間計算すること（P1）である。2)で行う計算は、光線と3角形の交差から3角形のそれぞれの頂点における重みを計算し、その重みで3頂点のデータを補間計算すること（P2）である。実際の処理に即してみると、まず4面体セルを構成する2つの3角形において、P2が2回行われる。光線に沿って隣接する4面体セルにおける補間計算の結果が利用できるため、各4面体セルごとにP2は、1回行われると考えてよい。次に、この2つの3角形で計算された補間計算の結果を利用してP1が行われる。P1の回数は、4面体セル内で配置されるサンプリング点の数に一致する。今、1個のセル内でK個のサンプリング点を配置すると仮定すると、1ピクセル・1セルあたりの計算時間は、

$$(C2 + K \times C1)$$

となる。ここで、C1, C2は、それぞれ、P1, P2のために必要とされる計算時間を表す。明らかに $C1 \ll C2$ となるので、サンプリング点の増加がそのまま全体の計算時間に影響を及ぼさないことがわかる。この計算時間を短縮するには、P1, P2をそれぞれ高速化することである。P1, P2いずれも線形補間計算を主体とした単純な処理であり、ハードウェア化による処理の高速化が可能である。現実には、山口は、3角形と線分との交差計算に専用ハードウェアを適用し、高速化を達成している¹⁸⁾。

5.3 記憶容量

本手法は、与えられた要素を複数の4面体に分割するので、要素構成節点番号リスト・隣接要素番号リストを格納するために必要となる記憶容量は、分割しない場合に比して増大する。与えられた要素がすべて6面体2次要素であると仮定すると、これらは、各々36の4面体セルに分割されるので、上記リストを格納するのに必要とされる記憶容量は、約11倍（ $= (36 * (4+4)) / (20+6)$ ）となる。4面体を使うことによる補間計算の高速化が、この容量増加を補って余りあるものになっているかどうかについての定量的検討は行っていない。ところでFEMシミュレーションについては、入力データ作成（メッシュジェネレーション）の効率化が実用上、重要な課題点の1つであり、現在多くの研究が行われている。任意の3次元空間をすきま

なく、矛盾なく埋める性質を持つため、4面体セルは、メッシュジェネレーションの研究においても中心的な役割をはたしている^{21)~24)}。Parikhらは、4面体セルによる非構造格子だけを使って、航空機周りの気流解析を行っている¹⁹⁾。4面体セルによる非構造格子は、技術者が現実に取り扱わなければならない複雑な3次元領域の気流を解析するために重要である。したがって、4面体セルを使ったメッシュジェネレーションは、今後FEMシミュレーションにおいて広く浸透していくものと考えられる。与えられた要素がすべて4面体セルであると仮定すると、上述の容量増加に関する問題は発生しない。

5.4 画質

ここでは、画質に影響を与えるものとして、サンプリング点の数・法線ベクタをとりあげる。ボリュームレンダリングで生成された画像の画質を向上させるものとして、Levoyは、サンプリング数の増加（スーパーサンプリング）をあげている⁸⁾。5.2節で考察したように、サンプリング点の増加に関し、本手法は有利である。法線ベクタは、分布のなめらかさに大きな影響を与える。Gallagherは、FEMシミュレーション結果から等高面を表示する際、各節点ごとにこれに接続する節点との間の差分をとり、これらに最小二乗法を適用することにより精度の高い法線ベクタを求めている²⁰⁾。本手法において、法線ベクタは、4面体分割後、4面体セルの補間関数を用いて計算している。これは、法線ベクタ計算の効率化をもたらしたが、このため、得られる法線ベクタは、精度の低いものになっている。今回の適用例では、分布のなめらかさには問題はなかったが、今後の課題として考えていく予定である。具体的には、Gallagherの方法か、またはFEMシミュレーション結果で与えられる要素自身の補間関数を使って、精度の高い法線ベクタを計算していく予定である。

6. おわりに

非構造格子データに対し、ボリュームレンダリングを行うために、

- 1) 4面体モデルを提案し、
- 2) このモデルに基づいたアルゴリズムを開発した。実際のFEMによるクリーンルーム内の気流解析に本手法を適用し、ボリュームレンダリングが全体の流れ場を一目で把握する上で有効な可視化手法であることを確認した。

ポリウムレンダリングでは、一般にポリゴンデータをはじめとしたサーフェスデータとの統合を論じることが多い^{26), 267), 299)}。FEM では、気流に対する障害物形状を正確に考慮したモデル化が行われるので、今回の研究においては、障害物形状の表現を目的としたポリゴンデータとの統合は考えていない。しかし、このポリゴンデータとの統合は、本手法の汎用化のために重要であるので、今後の研究課題としたい。

謝辞 クリーンルーム内の気流解析に協力していただいた、米原康弘氏、寺島美栄子氏、加藤泰彦氏の各氏に感謝いたします。また、本研究を行うにあたり、多くのご指導・ご助言をいただいた杉本和敏氏に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Bunkofske, R. J.: Perforated versus Solid Top Work Station, *Institute of Environmental Science Proceedings*, pp. 458-463 (1988).
- 2) 八島, 金山: クリーンルーム気流のシミュレーション, *空気清浄*, Vol. 24, No. 3, pp. 28-61 (1986).
- 3) 都築, 田中, 浅見, 飯野, 高橋: クリーンルーム内気流および塵埃挙動解析, *日立評論*, Vol. 71, No. 5, pp. 89-94 (1989).
- 4) Rice, J.G. and Schnipke, R.J.: An Equal-order Velocity-pressure Formulation That Does Not Exhibit Spurious Pressure Modes, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 58, pp. 135-149 (1985).
- 5) Drebin, R. A., Carpenter, L. and Hanrahan, P.: Volume Rendering, *Comput. Gr.*, Vol. 22, No. 4, pp. 65-74 (1988).
- 6) Upson, C. and Keeler, M.: V-BUFFER Visible Volume Rendering, *Comput. Gr.*, Vol. 22, No. 4, pp. 59-64 (1988).
- 7) Sabella, P.: A Rendering Algorithm for Visualizing 3D Scalar Field, *Comput. Gr.*, Vol. 22, No. 4, pp. 51-58 (1988).
- 8) Levoy, M.: Direct Visualization of Surfaces from Computed Tomography Data, *SPIE Medical Imaging II*, Vol. 914, pp. 828-841 (1988).
- 9) Winget, J. M.: Advanced Graphics Hardware for Finite Element Results Display, *Advanced Topics in Finite Element Analysis, PVP Vol. 143*, ASME (1988).
- 10) Blinn, J.: Light Reflection Functions for Simulation of Clouds and Dusty Surfaces, *Comput. Gr.*, Vol. 16, No. 3, pp. 21-29 (1982).
- 11) Kajiya, J. and Herzen, B.V.: Ray Tracing Volume Densities, *Comput. Gr.*, Vol. 18, No. 3, pp. 165-174 (1984).
- 12) Ullman, J.: *Fundamental Concepts of Programming Systems*, pp. 108-114, Addison-Wesley Pub. Co. (1976).
- 13) Koide, A. and Doi, A.: A Novel Triangulation Method of Equi-Valued Surfaces Based on Tetrahedral Grids, *IBM Tokyo Research Laboratory Research Report, TR87-1017* (1987).
- 14) Sutherland, I. E., Sproull, R. F. and Schumacker, R. A.: A Characterization of Ten Hidden-Surface Algorithms, *Comput. Surv.*, Vol. 6, No. 1, pp. 1-55 (1974).
- 15) Bui-Tuong, Phong: Illumination for Computer-Generated Pictures, *Comm. ACM*, Vol. 18, No. 6, pp. 311-317 (1975).
- 16) Koyamada, K.: Volume Visualization for the Unstructured Grid Data, *SPIE Symposium on Electronic Imaging Conference Proceedings*, Vol. 1259, pp. 14-25 (1990).
- 17) 村上, 加藤, 須山: 吹出・吸込のある室内気流の数値解析診断 その3 速度及び乱流量の壁境界条件の検討, *日本建築学会関東支部研究報告集*, pp. 149-152 (1985).
- 18) 山口: 図形・形状処理とトライアングルプロセッサ, 第28回情報処理学会全国大会論文集, pp. 1519-1520 (1984).
- 19) Parikh, P., Lohner, R., Gumbert, D. and Pirzadeh, S.: Numerical Solution on a PATH-FINDER and Other Configurations Using Unstructured Grids and Finite Element Solver, *AIAA Paper*, 89-0362 (1989).
- 20) Gallagher, R. and Nagtegaal, J.: An Efficient 3-D Visualization Technique for Finite Element Models and Other Coarse Volumes, *Comput. Gr.*, Vol. 23, No. 3, pp. 185-194 (1989).
- 21) Phai, N.V.: Automatic Mesh Generation with Tetrahedron Elements, *Int. J. Num. Math. Eng.*, Vol. 18, pp. 273-289 (1982).
- 22) Yerry, M. and Shephard, M.: Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Modified-Octree Technique, *Int. J. Num. Math. Eng.*, Vol. 20, pp. 1965-1990 (1984).
- 23) Shenton, D. and Cendes, Z.: Three Dimensional Finite Element Mesh Generation Using Delaunay Tessellation, *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. MAG-21, pp. 2535-2538 (1985).
- 24) Sluiter, M. and Hansen, D.: A General Purpose Automatic Mesh Generator for Shell and Solid Elements, *Computers in Engineering*, Vol. 3, pp. 29-34, ASME (1982).
- 25) Ebert, S.D. and Parent, R.E.: Rendering and Animation of Gaseous Phenomena by Combining Fast Volume and Scanline A-buffer Techniques, *Comput. Gr.*, Vol. 24, No. 4, pp. 357-366 (1990).
- 26) Levoy, M.: A Hybrid Ray Tracer for Ren-

- dering Polygon and Volume Data, *IEEE Comput. Gr. Appl.*, Vol. 10, No. 2, pp. 33-40 (1990).
- 27) Stelzer, J. F. : A Simple but Effective Method to Produce Color FEM Result Presentations, *Eng. Comput.*, Vol. 1, pp. 227-231 (1984).
- 28) Michael, F. Y. : An Interactive Contour Plotting Program, *Eng. Comput.*, Vol. 1, pp. 273-279 (1984).
- 29) 宮沢, 杉本 : ボクセルデータと面データを画像化するボリュームレンダリングアルゴリズム, 情報処理学会グラフィクスと CAD 研究報告, 89-CG-41-2 (1989).
- 30) Holand, I. and Bell, K. : *Finite Element Methods in Stress Analysis*, Tapir (1969).

(平成 2 年 10 月 1 日受付)

(平成 2 年 12 月 18 日採録)



小山田耕二

1960 年生. 1983 年京都大学工学部電気工学科卒業. 1985 年同大学院修士課程修了. 同年日本アイビーエム(株)入社. 現在, 同社東京基礎研究所にて, サイエнтиフィックビジュアルイゼーションシステムの研究開発に従事. 数値シミュレーションおよびグラフィクスに興味をもつ.



宮澤 達夫 (正会員)

1959 年生. 1982 年東京大学工学部航空工学科卒業. 1984 年同大学院修士課程修了. 同年日本アイ・ビー・エム(株)入社. 現在, 同社東京基礎研究所にて, サイエнтиフィック・ビジュアルイゼーション, メディカル・イメージングの研究に従事. 日本 ME 学会会員.