

データ通信システムにおける3つの伝送方式の評価†

安井一民^{††} 中川覃夫^{††} 小池慎一^{†††}

データ伝送では、通信回線が受ける雑音や歪みなどによって、ある一定の確率でデータの誤りが発生する。このため、高品質のデータを必要とする通信システムでは、誤りを自動的に検出し訂正する誤り制御が行われており、高信頼性の視点から諸種の方法が考案されている。これらの誤り制御方策は、伝送系に冗長性をもたせる方式と伝送するデータそのものに冗長性をもたせる2つの方式に大別される。ここでは、前者の方式に関して3つのモデルを設定し、単位データあたりの誤り発生確率を同一としたとき、経済的・信頼性的観点からの考察を行う。すなわち、(i)単位データを連送する方式、(ii)連送した2個の単位データが不一致の場合、さらにもう1個の単位データを送信する方式、(iii)単位データを3連送する方式に対して、単位データの送信が成功するまでの期待費用を求め、3つのモデルの比較と検討を行う。さらに、実際の観点から、ビット誤り率と単位データ長を与えたとき、3つのモデル間の経済的優位性を示す条件を解析的に求め、最後に数値例を示して種々の考察を行う。その結果、通常のデータ長における期待費用の経済的比較では、(ii)の方式が最も有利であること等が示される。

1. はじめに

近年、情報化社会の進展に伴い伝送情報量の増大が促進されており、データ通信に対する高信頼性の要求が非常に高まってきている。

一般にデータ伝送では、通信回線が受ける雑音や歪みなどによって、ある一定の確率でデータの誤りが発生する¹⁾。このため、高品質のデータを必要とする通信システムでは、誤りを自動的に検出し訂正する誤り制御^{2),3)}が行われており、高信頼性の視点から諸種の方法が考案されている^{4)~6)}。

誤り制御方式を分類すると、(1)冗長ビット付加方式、(2)伝送方法に冗長性を付加する方式、の2つに大別される³⁾。前者には、パリティ・チェック方式、サイクリック符号方式等があり、後者には、返送照合方式、連送方式がある。最近の高速データ伝送では、誤り訂正符号を使用したサイクリック符号によるチェック方式が用いられている⁷⁾。

ここでは、伝送方法に冗長性を付加する方式に関して3つの確率モデルを設定し、経済的・信頼性的観点からの考察を行う。すなわち、(i)単位データを連送する方式、(ii)連送した2個の単位データが不一致の場合、もう1個の単位データを送信する方式、(iii)単位データを3連送する方式、の3つのモデルを考え

る。それぞれのモデルに対して、単位データあたりの誤り発生確率 q を同一としたとき、単位データの送信が成功するまでの期待費用を求め、3つの方式の比較と検討を行う。さらに、実際の観点から、 q をビット誤り率 p と単位データ長 L の関数として与えたとき、3つのモデル間の経済的優位性を示す条件を解析的に求め、最後に数値例を示して種々の考察を行う。その結果、通常のデータ長における期待費用の経済的比較は、(ii)の方式が最も有利となること等が示される。

2. モデルの設定

ここでは、ある一定量の情報を単位データと呼ぶ。送信側から受信側へ単位データを送信するとき、確率 q でデータ誤りが発生し、2個以上の単位データを連送する場合、個々のデータ誤りは独立に発生するとする。受信側において2個の単位データを照合・検査したとき、それぞれの単位データがともに誤っていない場合は正しく一致し、それ以外の場合は、両者の照合・検査によって一致することなく、誤りが検出されるものと仮定する。

(1) 2連送のモデル (モデル1)

送信側から同一の単位データを連送し、受信側で2個の単位データを照合・検査する。

(i) 受信側で、もし照合の結果が不一致(送信失敗と呼ぶ)ならば、受信データを破棄し、その旨を送信側へ通知する。もし照合の結果が一致した(送信成功と呼ぶ)ならば、受信データを受け入れ処理し、その旨を送信側へ通知する。

(ii) 送信側で、送信失敗の通知を得たならば、当

† Reliability Evaluations of Three Transmission Policies for a Data Communication System by KAZUMI YASUI, TOSHIO NAKAGAWA (Department of Industrial Engineering, Aichi Institute of Technology) and SHIN-ICHI KOIKE (Department of Information Processing, Nagoya College of Humanities and Sciences).

†† 愛知工業大学経営工学科
††† 名古屋文理短期大学情報処理学科

該単位データを再度送信（2連送）する。この再送処理は送信成功となるまで繰り返すものとする。もし送信成功の通知を得たならば、次の単位データの送信に移行する。

(2) (2+1) 連送方式のモデル (モデル2)

送信側から同一の単位データを連送し、受信側で2個の単位データを照合・検査する。もし不一致ならば、さらにもう1個の単位データを送信し、受信側で前二者との照合・検査を行う。

(i) 受信側で、もし最初の連送データの照合の結果が不一致ならば、受信データをいったん保留し、送信側に対してさらにもう1個の当該単位データの送信要求を行う。もし照合の結果が一致した（送信成功と呼ぶ）ならば、受信データを受け入れ処理し、その旨を送信側へ通知する。

(ii) 送信側は、連送データの照合結果不一致のための送信要求を受けたならば、当該単位データをさらにもう1個送信する。

(iii) 受信側では、送信要求によって得た当該単位データを、いったん保留した連送データとそれぞれ独立に照合・検査し、もしどちらかと一致した（送信成功と呼ぶ）ならば、その当該単位データを受け入れ処理し、その旨を送信側へ通知する。もしどちらとも不一致（送信失敗と呼ぶ）ならば、受信データをすべて破棄して、その旨を送信側へ通知する。

(iv) 送信側では、もし送信失敗の通知を得たならば、当該単位データの送信を最初の連送処理からやり直す（再送処理と呼ぶ）ものとする。この再送処理は送信成功となるまで繰り返すものとする。もし送信成功の通知を得たならば、次の単位データの送信に移行する。

(3) 3連送のモデル (モデル3)

送信側から同一の単位データを3連送し、受信側では3個の単位データのうち2個の組み合わせによるすべての単位データの組を、それぞれ独立に照合・検査する。

(i) 受信側で、2個の組み合わせによる照合の結果がすべて不一致（送信失敗と呼ぶ）ならば、受信データを破棄して、その旨を送信側へ通知する。もしいずれか一致したもの（送信成功と呼ぶ）があれば、その単位データを受け入れ処理し、その旨を送信側へ通知する。

(ii) 送信側では、送信失敗の通知を得たならば、当該単位データを再度送信（3連送）する。この再送

処理は送信成功となるまで繰り返すものとする。もし送信成功の通知を得たならば、次の単位データの送信に移行する。

なお、3つのモデルとも、送受信間における送信開始・終了、送信成功・失敗等の通知メッセージの授受は、誤りなく正常に行われるものとする。

3. 期待費用

最初に、 n 個の単位データの送信に要する費用を c_n ($n=1, 2, \dots$) とおき、単位データの送信が成功するまでの各モデルの期待費用を求める。費用 c_n には、 n 個の単位データを編集する費用、伝送する費用、照合・検査する費用等すべて含まれるものとし、 $c_2 + c_1 > c_3 > c_2 > c_1$ と仮定する。そのとき、モデル1の期待費用 C_1 は、送信成功の場合には c_2 の費用のみを要し、送信失敗の場合には c_2 と新たに再度送信の費用 C_1 を要するから、

$$C_1(1-q)^2 c_2 + [1 - (1-q)^2](c_2 + C_1), \quad (1)$$

と表される。この方程式を解くことによって、

$$C_1 = \frac{c_2}{(1-q)^2}, \quad (2)$$

を得る。モデル2の場合、期待費用 C_2 は、

$$C_2 = (1-q)^2 c_2 + 2q(1-q)^2(c_2 + c_1) + [2q^2(1-q) + q^2](c_2 + c_1 + C_2), \quad (3)$$

を満たす。ここで、(3)式の右辺の第1項は最初の連送データで送信成功の場合、第2項は最初の連送データでは照合結果が不一致であったが、もう1個の単位データを送信して成功した場合、第3項は送信失敗の場合、のそれぞれの費用を表している。(3)式を C_2 に関して解き、整理することによって、

$$C_2 = \frac{c_2 + [1 - (1-q)^2]c_1}{(1-q)^2(1+2q)}, \quad (4)$$

を得る。同様にして、モデル3に対して、データを3連送したとき送信成功となる確率は、

$$\sum_{j=0}^1 \binom{3}{j} q^j (1-q)^{3-j} = (1-q)^2(1+2q), \quad (5)$$

で与えられるから、期待費用は、

$$C_3 = \frac{c_3}{(1-q)^2(1+2q)}, \quad (6)$$

となる。

次に、 $c_2 + c_1 > c_3 > c_2 > c_1$ の仮定のもとで、3つのモデルの期待費用を比較してみよう。(2)式と(3)式を用いて、

$$C_1 - C_2 = \frac{1}{(1-q)^2(1+2q)} [2q(c_2 - c_1) + q^2 c_1] > 0, \quad (7)$$

を得るから、 $C_1 > C_2$ である。また、(2)、(4)式と(6)式より、

$$C_3 - C_2 = \frac{1}{(1-q)^2(1+2q)} [(1-q)^2 c_1 - (c_2 + c_1 - c_3)], \quad (8)$$

$$C_1 - C_3 = \frac{1}{(1-q)^2(1+2q)} [2qc_2 - (c_3 - c_2)], \quad (9)$$

である。よって、

$$(1-q)^2 \geq \frac{c_2 + c_1 - c_3}{c_1}, \quad (10)$$

ならば、 $C_3 \geq C_2$ であり、

$$2q \geq \frac{c_3 - c_2}{c_2}, \quad (11)$$

ならば、 $C_1 \geq C_3$ である。さらに、(10)式と(11)式から、 $2q \leq (c_3 - c_2)/c_2$ ならば、

$$(1-q)^2 \geq \left(1 - \frac{c_3 - c_2}{2c_2}\right)^2 > \frac{c_2 + c_1 - c_3}{c_1}, \quad (12)$$

が示される。

以上より、次の結論を得る。

- (a) $(1-q)^2 \leq (c_2 + c_1 - c_3)/c_1$ ならば、 $C_1 > C_2 \geq C_3$ となり、モデル3が経済的に得策である。
- (b) $(1-q)^2 > (c_2 + c_1 - c_3)/c_1$ および $2q > (c_3 - c_2)/c_2$ ならば、 $C_1 > C_3 > C_2$ となり、モデル2が経済的に得策である。
- (c) $2q \leq (c_3 - c_2)/c_2$ ならば、 $C_3 \geq C_1 > C_2$ となり、モデル2が経済的に得策である。

さて、これまで単位データの伝送に際して、確率 q でデータ誤りが発生するものとした。また、受信側において2個の単位データの照合結果は、それぞれの単位データがともに誤っていなければ正しく一致するものとして解析を行った。実際面において、データ誤りが発生する確率は、伝送する単位データ長と伝送速度に依存するものと考えられる。ここでは、単位データ長を L ビット、伝送データのビット誤り率を p としたとき、一定の伝送速度に対して、単位データが誤る確率を $q \equiv 1 - (1-p)^L$ とおく。そのとき、上述の結論(a)~(c)は次のように書き換えられる。

- (a)' $L \geq \log \{(c_2 + c_1 - c_3)/c_1\} / [2 \log(1-p)]$ ならば、 $C_1 > C_2 \geq C_3$ である。
- (b)' $\log \{(3c_2 - c_3)/(2c_2)\} / \log(1-p) < L < \log \{(c_2 + c_1 - c_3)/c_1\} / [2 \log(1-p)]$ ならば、 $C_1 > C_3 > C_2$ である。

(c)' $L \leq \log \{(3c_2 - c_3)/(2c_2)\} / \log(1-p)$ ならば、 $C_3 \geq C_1 > C_2$ である。

ここで伝送すべき単位データ長の大きさに応じて、どの方式が得策かが簡単に示される。

なお、モデル3は、伝送誤りのない単位データの個数に関して 2-out-of-3 システムに対応しており、これは一般の $(n+1)$ -out-of- $(2n+1)$ システムに拡張することができる。すなわち、送信側から $(2n+1)$ 個の単位データを送信したとき、 $(n+1)$ 個以上に伝送誤りがなければ正しく受信されるとすると、その確率は、

$$\sum_{j=0}^n \binom{2n+1}{j} q^j (1-q)^{2n+1-j}, \quad (13)$$

で与えられ、モデル3と同様にして、送信成功となるまでの期待費用 $C_3(n)$ は、

$$C_3(n) = \frac{c_{2n+1}}{\sum_{j=0}^n \binom{2n+1}{j} q^j (1-q)^{2n+1-j}} \quad (n=1, 2, \dots), \quad (14)$$

のように表される。ここで、(6)式の期待費用 C_3 は、(14)式における $n=1$ の場合に相当する。

4. 数 値 例

期待費用 C_1, C_2, C_3 について具体的な数値を求め、 n 個の単位データの送信に要する費用 c_n の各々には、編集費用、伝送費用、照合・検査の費用等が含まれているが、ここでは、これらの費用の各々について、送信回数 n に無関係な固定費用と n に依存もしくは比例する費用とに分けて設定する。すなわち、単位データあたりの編集、伝送、照合・検査の各費用について、それぞれの固定費用の和を h_0 、それぞれの n に比例する費用の和を h_1 と仮定し、 $c_n \equiv h_0 + nh_1$ とおく。そのとき、前章の結論(a)', (b)', (c)' は、次のように書き換えられる。

- (a)' $L \geq \log \{h_0/(h_0 + h_1)\} / [2 \log(1-p)]$ ならば、 $C_1 > C_2 \geq C_3$ である。
- (b)' $\log \{(2h_0 + 3h_1)/[2(h_0 + 2h_1)]\} / \log(1-p) < L < \log \{h_0/(h_0 + h_1)\} / [2 \log(1-p)]$ ならば、 $C_1 > C_3 > C_2$ である。
- (c)' $L \leq \log \{(2h_0 + 3h_1)/[2(h_0 + 2h_1)]\} / \log(1-p)$ ならば、 $C_3 \geq C_1 > C_2$ である。

まず、単位データ長を $L=2,048 \sim 16,384$ ビット(可変)とし、ビット誤り率を $p=10^{-4}, 10^{-5}$ とおく。各種費用のパラメータは、単位データあたりの送信回

表 1 3つの伝送方式における期待費用の比較
Table 1 Comparison among the expected costs for three transmission policies.

p	h_0/h_1	L											
		2,048			4,096			8,192			16,384		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
10^{-4}	10^{-3}	3.01	2.57	3.30	4.54	3.47	4.07	10.30	6.82	7.29	53.02	30.07	30.45
	10^{-2}	3.03	2.58	3.31	4.56	3.49	4.08	10.35	6.86	7.31	53.26	30.25	30.54
	10^{-1}	3.16	2.72	3.41	4.76	3.68	4.21	10.81	7.26	7.53	55.64	32.05	31.45
	0.5	3.77	3.30	3.85	5.67	4.53	4.75	12.87	9.01	8.50	66.24	40.01	35.51
	1.0	4.52	4.04	4.40	6.81	5.59	5.43	15.44	11.21	9.72	79.49	49.96	40.58
10^{-3}	10^{-3}	2.08	2.04	3.00	2.17	2.09	3.01	2.36	2.19	3.05	2.78	2.43	3.20
	10^{-2}	2.09	2.05	3.01	2.18	2.10	3.02	2.37	2.20	3.06	2.79	2.44	3.21
	10^{-1}	2.19	2.15	3.10	2.28	2.20	3.12	2.47	2.31	3.16	2.91	2.57	3.30
	0.5	2.61	2.56	3.50	2.71	2.63	3.52	2.95	2.78	3.56	3.47	3.11	3.73
	1.0	3.13	3.08	4.01	3.26	3.17	4.02	3.53	3.36	4.07	4.16	3.79	4.26

数に比例する費用を単位費用として $h_1=1$ とおき、固定費用について、 $h_0/h_1=10^{-3}\sim 1.0$ (可変) とする。

表 1 には、3つの伝送方式における期待費用 C_1 , C_2 , C_3 の数値例を示す。

この表によれば、各々の期待費用は、単位データ長 L とビット誤り率 p の増大に伴って大きくなり、同一の L , p のもとで、編集費用、照合・検査の費用が増大すると期待費用も大きくなる。

C_1 , C_2 , C_3 の比較では、明らかに $C_1 > C_2$ が示される。ビット誤り率 p が小さい場合、単位データ長 L の増大にもかかわらず、モデル 2 の場合が最も経済的である。 $p=10^{-4}$ の場合、単位データ長 L の増大とともにモデル 3 の期待費用がモデル 2 に比べてだんだん小さくなってゆく。すなわち、データ誤り率が比較的大きい場合、 L の増大とともに 3 連送方式の方が経済的に有利となる。また、単位データの編集費用、照合・検査の費用が大きくなると、データ長 L の増大に伴ってモデル 3 がより一層有利となってゆくこともわかる。

以上のような議論から、モデル 2 とモデル 3 について、経済的優位性の尺度となる単位データ長 L の大きさについて考えてみよう。ここで、

$$L_0 \equiv \frac{\log \{h_0/(h_0+h_1)\}}{2 \log (1-p)}, \quad (15)$$

とおくと、上述の結論 (a)', (b)' から、 $L \geq L_0$ ならば、 $C_2 \geq C_3$, すなわちモデル 3 が有利となり、 $L < L_0$ ならば $C_3 > C_2$, すなわちモデル 2 が有利となる。

表 2 データ長 L_0 の数値例

Table 2 Numerical values of data length L_0 .

p	h_0/h_1				
	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	0.5	1.0
10^{-4}	34,542	23,074	11,989	5,493	3,466
10^{-3}	345,436	230,755	119,894	54,930	34,657

表 2 には、前と同一のパラメータのもとで、(15) 式のデータ長 L_0 の数値例を示す。

この表から、例えば $p=10^{-4}$ とすると、 $h_0/h_1=0.1$ のとき、およそ $L \geq 12,000$ で $C_2 > C_3$ となり、 $h_0/h_1=0.5$ のとき、およそ $L \geq 5,500$ で $C_2 > C_3$ となることが示される。いわば、経済的・信頼性的視点から、通常のデータ長ではモデル 2 が有利であり、比較的大きなデータ長ではモデル 3 が有利であるといえるであろう。

5. おわりに

データ伝送における誤り制御に関して、伝送系に冗長性をもたせた 3つのモデルを考え、期待費用を求め比較と検討を行った。

はじめに、2 連送方式、(2+1) 連送方式、3 連送方式のモデルに対して期待費用を求め、3つのモデル間の経済的優位性を示す条件を議論した。次に、単位データ長とビット誤り率からデータ誤りとなる確率を与え、3つのモデルに適用して考察した。また、最後

に3連送のモデルを $(n+1)$ -out-of- $(2n+1)$ モデルに拡張した。

数値例による考察から、通常のデータ長における期待費用の経済的比較は、モデル3 > モデル1 > モデル2 となり、 $(2+1)$ 連送方式が最も有利であることが示された。ビット誤り率が比較的大きい、すなわち、単位データ長がかなり大きい場合、3連送方式が有利である。

ここでは、モデルの設定に関して時間的な要素を考慮しなかった。例えば、1個の単位データの平均伝送時間を a として、形式的に $c_n \equiv na$ とおくと、モデル i ($i=1, 2, 3$) の送信成功となるまでの平均経過時間 L_i は、(2)、(4)、(6)式から、それぞれ、

$$L_1 = \frac{2}{(1-q)^2} a, \quad (16)$$

$$L_2 = \frac{3-(1-q)^2}{(1-q)^2(1+2q)} a, \quad (17)$$

$$L_3 = \frac{3}{(1-q)^2(1+2q)} a, \quad (18)$$

で与えられる。明らかに $L_1 > L_2$, $L_3 > L_2$ となる。さらに、もし $q \geq 1/4$ ならば、 $L_1 \geq L_3 > L_2$ となり、 $q < 1/4$ ならば、 $L_3 > L_1 > L_2$ となる。このように、費用と時間的な考慮もとりにて各種のモデルを設定し、どのような方式がよいかを論じるのも興味ある問題であろう。

参考文献

- 1) 情報処理学会(編): 新版情報処理ハンドブック, p. 1166, オーム社 (1982).
- 2) 宮崎誠一: データ伝送技術入門—誤り制御—, トランジスタ技術, pp. 339-348 (1983).
- 3) 電子情報通信学会(編): 電子情報通信ハンドブック, p. 3052, オーム社 (1988).
- 4) 中村 誠, 児玉智子: 同報データ通信に適したハイブリッド ARQ 方式, 信学論 (A), Vol. J 73-A, No. 2, pp. 277-283 (1990).
- 5) Fantacci, R.: Performance Evaluation of Efficient Continuous ARQ Protocols, *IEEE Trans. Communications*, Vol. 38, No. 6, pp. 773-781 (1990).
- 6) Kallel, S. and Haccoun, D.: Generalized Type II Hybrid ARQ Scheme Using Punctured Convolutional Coding, *IEEE Trans. Communications*, Vol. 38, No. 11, pp. 1938-1946 (1990).
- 7) 副島俊雄(編): 新・データ伝送システム, p. 310, 産業図書 (1984).

(平成3年5月17日受付)
(平成3年10月3日採録)



安井 一民 (正会員)

昭和11年生。昭和49年名城大学理工学部数学科卒業。工学博士。昭和30年中部電力(株)入社。情報処理システムの分析・設計・開発に従事。平成元年愛知工業大学経営工学科助教授、現在に至る。計算機システムの信頼性の研究に従事。電子情報通信学会、日本 OR 学会各会員。



中川 肇夫 (正会員)

昭和17年生。昭和42年名古屋工業大学工学研究科計測工学専攻修士課程修了。工学博士。昭和42年名城大学理工学部助手、昭和53年同大学助教授。昭和63年愛知工業大学経営工学科教授、現在に至る。信頼性理論および計算機システムの信頼性の研究に従事。電子情報通信学会、日本 OR 学会、日本経営工学会各会員。



小池 慎一 (正会員)

昭和16年生。昭和44年名古屋工業大学工学研究科計測工学専攻修士課程修了。昭和44年東京理科大学理工学部助手、平成元年名古屋文理短期大学助教授、現在に至る。計算機システムの信頼性の研究に従事。電子情報通信学会、日本 OR 学会、日本ソフトウェア科学会各会員。