

非線形 MHD 型プラズマシミュレーションの並列化†

松下 智^{††} 鳴 澤 勝^{†††} 栗 田 源 一^{††††}
 常 松 俊 秀^{††††} 竹 田 辰 興^{††††} 小 池 誠 彦^{††}

日本原子力研究所において開発された、トカマクプラズマの不安定性解析のための非線形 MHD 型プラズマシミュレーションコード AEOLUS を解析し並列化した。本コードのベクトルマシンでの速度向上はスカラ時と比較して 6~7 倍程度である。これは、本コードが陽解法に加え一部に陰解法を用いており、これがベクトル化率を低下させているためである。今回分散メモリ型高並列マシンを念頭に性能向上について検討した。高並列マシンでは従来、陽解法と陰解法を含む処理の並列化はあまりなされていない。このようなマシンでは、陽解法部分と陰解法部分という異なった並列化方向をそのまま独立に並列化するのは、2つの処理の間の通信量が非常に大きくなり現実的でない。そこで、本研究では問題の陰解法の係数行列が静的であることを利用して、前もって LU 分解を行い、各タイムステップでは、陽解法のデータ配置のままパイプライン的に前進消去、後退代入だけを行う並列化法を提案する。本アルゴリズムには、1) 隣接通信でかつ、通信オーバーヘッドが小さい、2) 負荷分散が均等、3) データがほぼ完全に PE に分散される、などの特徴がある。さらに、CAD 向き MIMD 型並列マシン Cenju に実装し評価したところ、64 プロセッサで 1 プロセッサのときの 44 倍の速度向上が得られることを確認した。

1. はじめに

非線形 MHD 型プラズマシミュレーションコード AEOLUS-RT (以降、AEOLUS と呼ぶ。) は、トカマク型核融合炉におけるプラズマの不安定性を解析することを目的とし日本原子力研究所で開発された磁気流体力学 (MagnetoHydroDynamics) モデルに基づく数値シミュレーションコードである^{1),2)}。本コードは開発当初からベクトルマシン用に開発されチューニングされてきた。

しかしながら、不安定性の解析のためには将来、空間分割数が $r=1000$ メッシュ、フーリエモードが $l=100$ モード以上の大きい問題を解かなければならない。計算時間は r^2 に比例し、さらには時間きざみも小さくしなければならず、1回のシミュレーションで 1万~10万タイムステップ以上の計算をしなければならない。こういったデータでは、スーパーコンピュータ SX-2 で実行した場合でも 1タイムステップの評価に 7秒近い時間を要し、1万タイムステップのシミュ

レーションには、19時間を要することになる。原子力データベースの整備のためには、このようなシミュレーションをパラメータを変えながら数多く行う必要があり、シミュレーション速度の向上に対する要求は強い。

本コードについては、これまでも、メモリ結合型のベクトル・パラレルマシンを用いた速度向上法が指摘されていた³⁾。

これに対し、われわれは分散メモリ型の高並列 MIMD マシンを念頭におき、並列化を検討した⁴⁾⁻⁶⁾。

並列処理という点において、AEOLUS では陽解法と陰解法を併用しており、このような問題の並列化は従来あまりなされていなかった。

今回、MIMD 並列マシン上で、有効に並列性を引き出すアルゴリズムについて検討し評価したので報告する。

2. プラズマシミュレーションコード (AEOLUS)

トカマク型核融合炉での高温プラズマの閉じ込めは、図 1 に示すような、磁場とプラズマ電流の相互作用によってなされる。

AEOLUS では、大アスペクト比近似 (トロイダル半径 ≫ ポロイダル半径) により簡約化した磁気流体方程式を用いる。

簡約された方程式は、5つの物理量、渦度 U 、ポロイダル磁束関数 ψ 、プラズマ圧力 P 、流れ関数 ϕ 、電

† Parallelization of Nonlinear MHD Plasma Simulation by SATOSHI MATSUSHITA (NEC Corporation, C&C Systems Research Laboratories), MASARU NARUSAWA (NEC Scientific Information System Development Ltd.), GEN-ICHI KURITA, TOSHIHIDE TSUNEMATSU, TATSUOKI TAKEDA (Department of Fusion Plasma Research, Japan Atomic Energy Research Institute) and NOBUHIKO KOIKE (NEC Corporation, C&C Systems Research Laboratories).

†† 日本電気(株) C&C システム研究所

††† 日本電気技術情報システム開発(株)

†††† 日本原子力研究所炉心プラズマ研究部

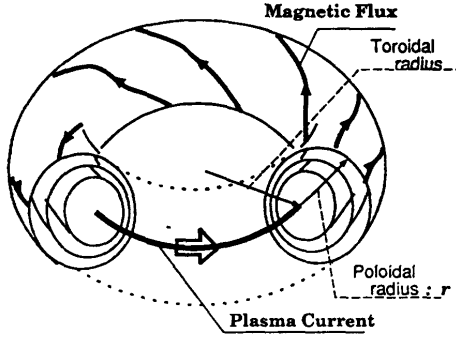


図1 トーラスプラズマと磁気面

Fig. 1 Torus plasma and magnetic surface.

流密度 J に関する非線形な連立偏微分方程式系となる。AEOLUS はこの方程式系の過渡解析により、プラズマの有限抵抗による大ディスラプションとよばれる不安定性を解析する³⁾。

2.1 離散化

本方程式を解くに当たり以下の離散化を行う。

1. 角度方向はフーリエ変換で、トロイダル方向（大円周方向：図1参照）を N 個のトロイダルモード n に離散化し、ポロイダル方向（小円周方向）を M 個のポロイダルモード m に離散化する。
2. ポロイダル半径方向 r （図1参照）は、中心差分で R 個の半径メッシュ r に離散化する。
3. 時間積分は2段の予測値修正値法で行う。

以下、本文では、配列のインデックス方向を示す小文字表記 (r, n, m) と離散化の分割数を示す大文字表記 (R, N, M) を使い分ける。

離散化した簡約磁気流体方程式を用いた時間積分の1タイムステップの処理アルゴリズムを以下に示す。

AEOLUS では(1)から(10)にあげる1タイムステップの処理を繰り返しプラズマの時間発展を追っていく。

第1ステップ

$$U^{i+1/2} = U^i + \left([U^i, \Phi^i] + [\Psi^i, J^i] + [P^i, f] + B_0 \frac{\partial J^i}{\partial \zeta} \right) \frac{\Delta t}{2} \quad (1)$$

$$\Phi^{i+1/2} = \Delta_h^{-1} U^{i+1/2} \quad (2)$$

$$\Psi^{i+1/2} = \left\{ 1 - \eta \left(\frac{\Delta t}{4} \right) \Delta_\sigma \right\}^{-1} \left\{ \Psi^i + [\Psi^i, \Phi^{i+1/2}] + B_0 \frac{\partial \Phi^i}{\partial \zeta} + \eta \frac{\Delta_\sigma \Psi^i}{2} \right.$$

$$\left. - E^\sigma \right) \frac{\Delta t}{2} \quad (3)$$

$$J^{i+1/2} = \Delta_\sigma \Psi^{i+1/2} \quad (4)$$

$$P^{i+1/2} = \left\{ 1 - \frac{\Delta t}{4} \chi \Delta_\sigma \right\}^{-1} \left\{ P^i + [P^i, \Phi^{i+1/2}] \frac{\Delta t}{2} \right. \quad (5)$$

第2ステップ

$$U^{i+1} = U^i + \left([U^{i+1/2}, \Phi^{i+1/2}] + [\Psi^{i+1/2}, J^{i+1/2}] + [P^{i+1/2}, f] + B_0 \frac{\partial J^{i+1/2}}{\partial \zeta} \right) \frac{\Delta t}{2} \quad (6)$$

$$\Phi^{i+1} = \Delta_h^{-1} U^{i+1} \quad (7)$$

$$\Psi^{i+1} = \left\{ 1 - \eta \left(\frac{\Delta t}{4} \right) \Delta_\sigma \right\}^{-1} \left\{ \Psi^{i+1/2} + ([\Psi^{i+1/2}, \Phi^{i+1}] + B_0 \frac{\partial \Phi^{i+1/2}}{\partial \zeta} + \eta \frac{\Delta_\sigma \Psi^{i+1/2}}{2} - E^\sigma) \frac{\Delta t}{2} \right. \quad (8)$$

$$J^{i+1} = \Delta_\sigma \Psi^{i+1} \quad (9)$$

$$P^{i+1} = \left\{ 1 - \frac{\Delta t}{4} \chi \Delta_\sigma \right\}^{-1} \left\{ P^i + [P^{i+1/2}, \Phi^{i+1}] \frac{\Delta t}{2} \right. \quad (10)$$

ここで $[X, Y]$ は、フーリエモード間の結合（カップリング）を示す非線形項である。この部分は、フーリエ変換により、(11)式のモード間の畳み込み積に変換される。この部分の演算量が AEOLUS の演算量の大半を占める。

$$[X, Y]_{m/n} \equiv \sum_{m=m'+m'} \sum_{n=n'+n'} \frac{m'}{r} \left(X_{m'/n'} \frac{\partial Y_{m''/n''}}{\partial r} - Y_{m'/n'} \frac{\partial X_{m''/n''}}{\partial r} \right) \quad (11)$$

$$U_{m/n} = \Delta_h \Phi_{m/n} \quad (12)$$

⇒

$$U_{m/n} = \sum_{m=k+l} \left\{ h_k^r \frac{\partial^2 \Phi_{l/n}}{\partial r^2} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial r h_k^r}{\partial r} - (l+m) h_k^r \right] \times \frac{\partial \Phi_{l/n}}{\partial r} - l \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r h_k^r)}{\partial r} + m h_k^r \right] \Phi_{l/n} \right\} \quad (13)$$

また、(2)、(7)式における Δ_h^{-1} は、(12)式の Δ_h の逆関数を示し、 Δ_h の行列式表現は、(13)式からわかるようにブロックサイズ M のブロック3重対角行列となる。ここで Δ_h^{-1} は、 n について独立であり、 N 個の独立した行列演算になる。(3)式、(8)式における Δ_σ^{-1} 、(5)式、(10)式における $\left\{ 1 - \frac{\Delta t}{4} \chi \Delta_\sigma \right\}^{-1}$ に関しても、同様に n に関して独立な式になる³⁾。以降これらの演算を陰解法部分と呼ぶ。AEOLUS では、こ

のように時間積分のうち線形部分に陰解法を適用することで、収束性を改善し、時間きざみを大きくとっている。陰解法部分では、 N, M の並列性が存在する。

また、 h_i^r, h_i^o, h_i^g は、時間変化しない。したがって、係数行列を時間発展の解析に先立ちあらかじめLU分解しておき、各タイムステップでの計算量を極めて小さく押さえることが可能である⁷⁾。

最後に AEOLUS の演算パターンと演算量について表1にまとめておく。

3. ベクトルマシンでの性能評価

スーパーコンピュータ SX-2 で、オリジナルコードの1タイムステップの実行時間をルーチン別に評価したものを表2に示す。ただし、実行時間の単位はミリ秒で、 T_v^* はベクトル化して実行した時の実行時間、 T_s^* はスカラプロセッサのみを利用しベクトル化しないで実行した時の実行時間、 $vrate$ はベクトル化率、MFLOPS はベクトル化したときの MFLOPS 値、 $av. vl$ はベクトル化したときの平均ベクタ長を示す。

関数 cupnon は表1のカップリング $[X, Y]$ を計算しており表1のA, Bの処理を含み計算量のほとんどを占める。cupnon はベクトル化によって大きな性能向上が得られるのに対し、表1のCの陰解法部分の処理を行うルーチン solbt, sol はベクトル化が困難で、ベクトル化した場合全処理時間の70%以上を占め、ベクトル計算機での性能向上の隘路になっている。特に、前進消去/後退代入をしているルーチンである sol では、ベクトル化によって逆に処理時間が延びてしまっている。

4. 速度向上の方法

陰解法部分の速度向上手段 陰解法の速度向上手段について以下に考察する。

1. トロイダルモード n ごとの演算の独立性による並列処理
2. 個々の1次方程式求解の並列化

係数行列が動的に変化しないため、係数行列をあらかじめLU分解しておけば、係数行列のサイズが RM 、ブロックサイズが M であるため、演算量は $O(RM^2)$

表1 AEOLUS の演算パターン
Table 1 Calculation patterns in AEOLUS.

	処理名	演算量	係数行列	並列性
A	メッシュ方向微分, 時間積分 (陽解法)	大 RM^2N^2 に比例	3重対角行列	メッシュ方向 モード方向
B	モード間の畳み込み積	非常に大 RM^2N^2 に比例	非線形, 2項の積和	メッシュ方向 モード方向
C	ラプラシアン逆演算 (空間積分, 陰解法)	小 RM^2N に比例	ブロック3重対角行列	モード方向

表2 SX-2 での性能 ($R=1000, N=20, M=5$)
Table 2 Measured performance on SX-2.

Routine	T_v^* (%)	T_s^* (%)	vrate	MFLOPS	av. vl
stepon	393 (5.8)	7715 (18.3)	97.8	320	249.7
cupnon	647 (9.5)	26989 (64.0)	99.3	570	249.7
cuptor	17 (0.2)	196 (0.5)	91.9	130	249.7
solblk	362 (5.3)	139 (0.3)	99.8	0	250.2
solbt	2832 (41.6)	2539 (6.0)	76.9	4.9	55.2
sol	2164 (31.8)	1671 (4.0)	17.1	9.1	2.5
torlap	391 (5.7)	2932 (7.0)	93.3	12	249.

1 step total vector 6806.146 mS, 78 MFlops
scalar 42182.188 mS, 12 MFlops

程度で済む。各タイムステップで前進消去/後退代入のみを行う方が、反復法を用いて並列化するよりも処理時間が短いと考えられる。また、LU分解したブロック3重対角行列はブロックサイズが $M(\approx 5)$ 程度であるのでブロック内並列性もあまり期待できない。SX-2で評価したコードではこの M の並列性を利用しようとしていた。

そこで、後者の行列演算の並列化は行わず、前者の n 方向の並列性を利用するのが良いと考えられる。しかし、こちらも、 N が (≈ 20) 程度なので、そのままではベクトル化によって性能を引き出すのは困難と考えられる。

有効な手法

1. いくつかのパラメータの処理を同時に行うことにより陰解法部分の並列度を高めてベクトルマシンで処理をする。
2. 少なくとも複数のスカラユニットをもつような、ベクトル・パラレルマシンを利用する。この方法は、従来、文献3)で提案されていた。
3. MIMD型並列マシンを利用する

今回は3番目のアプローチを提案する。理由を以下に掲げる。

1. 陽解法部分は潜在的に非常に大きな並列度を有しており、MIMD型高並列マシンの有望なア

- アプリケーションになりうる。
2. n がデータによって変動するが、高並列マシンであれば n の並列度を十分に活用できるだけのプロセッサ台数 (>10) をつねに確保することができる。
 3. モンテカルロ法による粒子シミュレーションもプラズマシミュレーションの重要な課題であり、同一のマシンで高速に実行できることが望ましい。モンテカルロ法は、粒子ごとの高い並列性がある一方、最内ループに多くの間接メモリアクセスが含まれており、ベクトル計算機に向かない。

5. 並列マシンでの従来の手法

本問題のように陽解法と陰解法をともに含む問題を並列化したという報告は従来あまりされていない。

陽解法のみを含む問題の並列化 陽解法のみを含む問題の並列化の例は多い。SIMD 型ではあるがコネクショマシンではこのような例が多く報じられている。流体シミュレーションの例では、2次元もしくは3次元の問題において、Navier-Stokes 方程式を用いて 500 MFlops の性能が出たと報告されている⁸⁾。しかし、これらの例では、陽解法によるデータの参照は隣接参照だけであり、本問題の求解には適用できない。

ADI 法によるポアソン方程式の並列化 一方、陰解法のみによる問題の並列化として ADI 法によるポアソン方程式の求解があげられる。

ADI 法では、 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho = 0$ のようなポアソン方程式を解く場合 x 方向、 y 方向ともに差分化し、交互に陰解法で時間積分していく。

ADI 法の専用マシンとして、ADENART⁹⁾ が提案されている。これは、2次元に配置したプロセッサ間を階層クロスバ網である ADENA ネットワークを用いて接続したもので、ADI 法に必要なデータの再配分を各プロセッサが同時に並行して行えるような工夫がされている。本問題でも、ADENART のようなアーキテクチャで、モード n とメッシュ r の並列度の間でデータ転送を行いながら、並列処理を行うことは可能である。しかし、以下の問題点が存在する。

1. 演算の大部分は高い並列性のある陽解法であるが、これに十分見合ったプロセッサ台数を用いようとするとネットワークのコストが大きくなりすぎる可能性がある。

2. 本シミュレーションはモード方向の並列度が低いため、この処理を行うプロセッサのメモリの総和がシミュレーションデータサイズの上限を制限してしまう。

6. 並列化方式

並列化手法の考察 陰解法はトロイダルモード n の並列性を利用するとしても、いくつかの並列化手法が存在する。

以下にベクトル・パラレルマシンの並列化法の転用として容易に考えられる方法を2つあげる。

1. 陽解法、陰解法ともにモードの並列性を利用する。
2. 陽解法はメッシュの並列性を利用し、データを再配分して陰解法ではモードの並列性を利用する。

1. は陽解法のモードの畳み込み演算の通信量が大きい、モードの並列度が小さい、モードの畳み込み演算時のモードごとの処理量の違いによる負荷の不均衡があるなどの問題があり、2. は先に述べたような問題、特にデータ再配分の通信量が極めて大きくなる問題があり現実的ではない。

具体的には 2. では、 $R=1000$ 、 $L=100$ の場合、変数のデータサイズは倍精度として、 $8(\text{byte}) \times 1000$ メッシュ $\times 100$ モード = 800 KB、これが、5変数かつ2段法の時間積分だから、1タイムステップでは各プロセッサは、計 8 MB のデータ転送を自分以外のすべてのプロセッサから収集しなければならない。さらに通信はデータ再配分であり、各プロセッサで同時に行われるため、1タイムステップ1秒程度で解くためには非常に強力な通信網が必要になる。

6.1 提案アルゴリズム

われわれは、メッシュ r 方向の隣接要素間で通信を行う図2の並列化手法を提案する。

本手法の特徴は、パイプライン的に陰解法部分を並列化することで、データの再配分を不要にしているところにある。

陽解法部分の並列化 r 方向にデータを分割して各プロセッサに割り付ける。陽解法の部分では r 方向のデータ参照としては r 方向の微分にあたる隣接要素の参照があるだけなので、更新されたデータのうち r の隣接成分を隣接したプロセッサで交換しておけばよい。これは図2では Explicit Part で斜線でハッチングされたデータの交換に当たる。

陰解法部分の並列化 一方、提案方式では、図2のようにトロイダルモード n の並列度をパイプライン的に引き出す。

本方式では、従来同様、陰解法部分は係数行列をあらかじめLU分解しておく方法をとる。ただし、従来の、(1)行列のバンド幅が広がらずメモリ容量が削減できる、(2)演算量が小さい、という点に加え、特に(3)各タイムステップでは前進消去と後退代入をすだけすむため、ピポティングなどの大域的な処理から解放される点に着目する。そして隣接通信によるパイプライン的な処理を採用したことが特徴である。

以下、本アルゴリズムを解説する。

トロイダルモード n に関する前進消去 $L_n y_n = b_n$ では、このとき、 y_n の第 i 番目の部分ベクトル $y_{n,i}$ (ただし、 $y_{n,i}$ の添字 r の範囲を $r_{n,i}^L < r < r_{n,i}^U$ とする。) を担当するプロセッサ PE_i では、図3のように計算が行われる。

step 1 PE_{i-1} が求めた、 $y_{n,i-1}$ から、 $r_{n,i}^L - 1$ 成分の値を受信する。

step 2 前進消去により、 $y_{n,i}$ を求める。

step 3 PE_{i+1} に $y_{n,i}$ の $r_{n,i}^U$ 成分を送る。

したがって、PE 台数 P 、全トロイダルモード N では図4に示すように、前進消去は上記の単位時間のほぼ $P+N$ 倍の時間で全モード分がパイプライン的に処理される。単位処理時間は逐次処理を1とすると $\frac{1}{PN}$ であるから、全体の処理時間は $\frac{1}{N} + \frac{1}{P}$ になる。

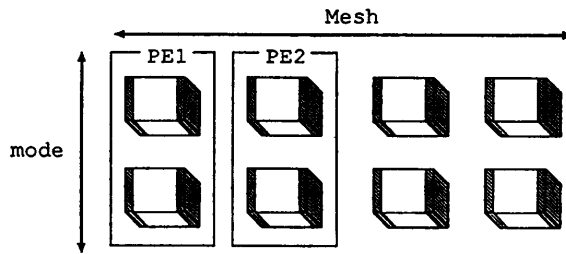
$\frac{1}{P}$ がパイプライン分割のオーバーヘッドであるが、

実際にはこれ以外に、 P に比例した通信、同期のオーバーヘッドが加わることになる。しかし予測⁴⁾では、256 PE 程度なら通信・同期のオーバーヘッドは十分小さく、ほぼモード数 N の並列度が引き出せると考えられる。

本並列化法の特徴 本並列化法の特徴を以下にまとめる。

1. 通信が境界データを交換であり1タイムステップあたり 26 KB/PE の通信ですむ。さらに、隣接 PE 間の通信のみであり、かつ並列処理を行っているすべてのプロセッサが同時に通信するため、通信コ

Explicit Part



Implicit Part (Pipeline Processing)

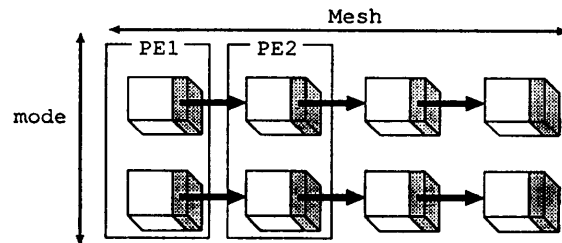


図2 並列アルゴリズム
Fig. 2 Parallel algorithm.

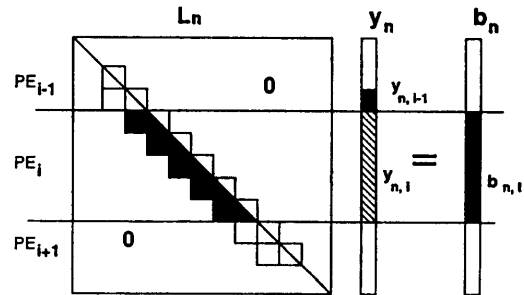


図3 PE_i での前進消去の一部
Fig. 3 Part of forward elimination at PE_i .

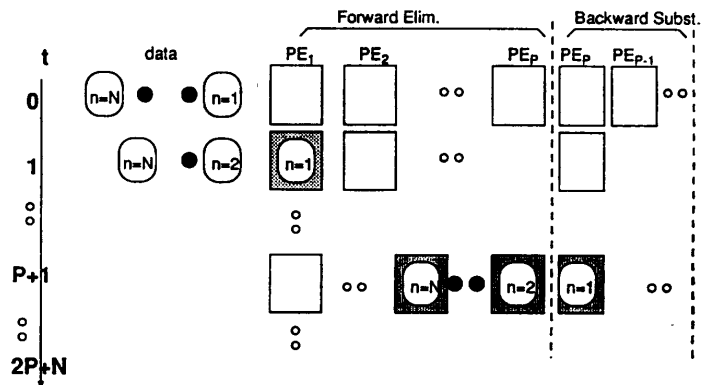


図4 陰解法部分のパイプライン処理
Fig. 4 Pipeline processing of implicit part.

- ストは極めて小さくて済む。
- データを各 PE にはほぼ重複なく分割配置でき、非常に大規模なシミュレーションにも対応できる。 $R=1000$, $L=100$ の問題では、主に陰解法の係数行列を格納するために 70 MB 近いメモリ領域が必要になるため、この特徴は重要である。
 - 負荷は静的に定まり、各プロセッサに配置する r の個数を均等にすることで、最適な負荷分散が達成される。

本並列化の性能について通信時間、演算時間を評価したところ $R=1000$, $N=20$, $M=5$ では sun 4/260 の 4 倍の RISC プロセッサを 256 プロセッサ用いれば、速度向上率 150, 1 タイムステップの処理時間が 1.2 秒で、SX-2 の 6 倍近い性能が得られると予想された⁴⁾。このうち、陰解法の処理時間は 0.53 秒である。

7. Cenju 上での評価

7.1 並列マシン Cenju

われわれは並列回路シミュレーション向けに、64 台構成の MIMD 型マルチプロセッサシステム Cenju を開発した^{10),11)}。

Cenju の構成図を図 5 に示す。Cenju は PE に、20MHz の MC68020, フローティングコプロセッサに

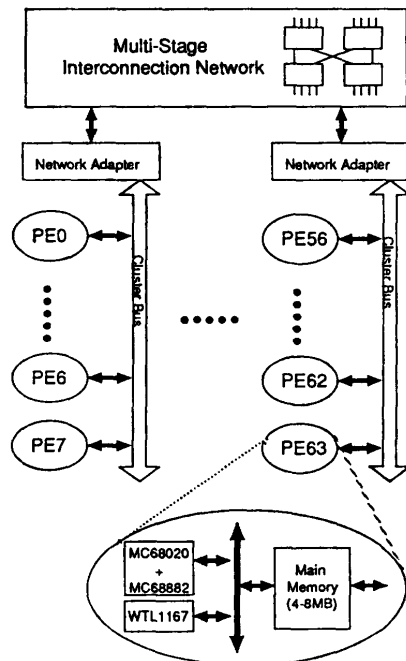


図 5 Cenju ブロック図

Fig. 5 Block diagram of Cenju.

MC 68882, WTL 1167 を持つ。各プロセッサには、他のプロセッサからアクセス可能な 2 ポートのローカルメモリ 4 MB がある。

Cenju では蓄積型の多段網とバスを用いた階層ネットワークでプロセッサ間を接続する。クラス内ではバスによって分散共有メモリが実現される。一方、クラス間では分散共有メモリへの write アクセスをハードウェア (図 5 の Network Adapter) により実現する。

Cenju ではメモリの write に関して、クラス内で $0.75 \mu\text{s}$, クラス間で $0.75 \sim 3 \mu\text{s}$ のスループットが測定されている。

プロセッサの単体性能は、Peak で 1.6 MFlops, LINPACK で 0.26 MFlops, AEOLUS ($R=80$, $L=40$) では Sun 4/260 と比較して 0.33 倍の性能を測定した。

Cenju と本アルゴリズムの適合性

- 陽解法、陰解法ともに各 PE が同時に隣接通信を行う。一方、Cenju には隣接プロセッサへの専用バスがなくコンテンションが生じるおそれがある。
- プロセッサ数の増加につれ処理粒度が小さくなり、とりわけ陰解法の処理量が小さくなるため、ハードウェアによる同期機構を持たない Cenju では同期オーバーヘッドが生じる可能性がある。

以上の理由から本アルゴリズムとの適合はあまりよくない。それでも、以下に示すように十分高い並列度が測定され、本アルゴリズムの有効性が実証された。

7.2 通信同期オーバーヘッドの測定

まず、データ構造をそのままにして簡単な並列版を作成し、通信、同期のオーバーヘッドについて評価した。

メモリサイズの関係でデータのサイズは、 $R=80$, $N=8$, $M=5$ となる。(プロセッサ 10 台で速度向上は 5 である。) 本コードでは、同期は同期プリミティブ barrier, 通信は通信プリミティブ CJSendDBL, CJRecvDBL の呼び出しで行っている。AEOLUS では制御の流れはデータの値によらないため、以下の測定では、これらの呼び出し部分をコメントアウトすることにより測定した。当然ながら「通信なし」、「同期なし」では誤ったシミュレーション結果が得られる。

条 件	処理時間 (秒)
正常な並列コード	6.10
通信なし	6.04
通信 同期なし	6.00

これにより、通信、同期のオーバーヘッドが十分小さいことが確認された。

7.3 実用版の評価

データの分散配置を行い、大きなサイズのデータのシミュレーションに対応できる実用版を作成した。

7.3.1 データ分割の効果

$R=1000$, $L=100$ のデータでは、21 台以上のプロセッサでシミュレーションが可能になることを確認した。このとき、逐次版のデータサイズが 70 MB であるのに対し、Cenju の各プロセッサのメモリ量の合計は 84 MB であるから、データが各プロセッサに、ほぼ完全に分割されていることが確認された。

7.3.2 小規模既存データの性能評価

$R=200$, $L=31$ のデータの速度向上率を測定した。本サイズのデータは、これまで FACOM M 380 でシミュレーションされており、その際、約 2.4 秒/step の性能が報告されている⁶⁾。

実測性能を図 6 に示す。図 6 で cupnon がカップリングの処理、solblk が陰解法の処理ルーチンに当たる。また実行時間を下に示す。

1 タイムステップの実行時間			
PE 台数	total	cupnon	solblk
64	2.3 秒	0.7 秒	1.2 秒

本データサイズでは、以下の理由で陰解法部分の並列度が低下してしまうため、陰解法部分が性能の隘路になってしまう。

陰解法の並列性低下の理由 本データでは $N=9$ であるが、 M を各トロイダルモード n ごとに最適な値 M_i とすることで処理量を減らしている。したがって、最大の M_i に引っ張られて並列度が低下する。

すなわち、陰解法の計算量は M^2 に比例し、 $\frac{\sum M_i^2}{(\max M_i)^2} = 5$ となる。実測値では、陰解法の並列度は 3 に留まっているが、これは、逐次処理部分の影によるものと考えられる。

7.3.3 実験用大規模データの性能評価

次に、SX-2 での評価でも使用した大きなデータサイズ ($R=1000$, $N=20$, $M=5$) での

性能を測定した。

結果を図 7 に示す。さらに、1 台と 64 台の時の実行時間を以下に示しておく。

PE 台数	total	cupnon	solblk
1	3200 秒	2200 秒	120 秒
64	73 秒	37 秒	8.2 秒

ただし、1 台ではメモリ量が不足し実行できないため、1 台のときの性能は、アムダールの法則に基づいた実験式 $t = a + \frac{b}{P}$ に従うものとし、 a , b の値をグラフから求めた。次表に実験式を示す。

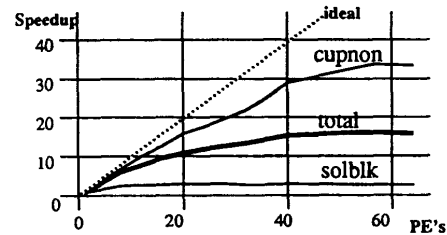


図 6 小規模データでの実測性能
Fig. 6 Measured performance for small sized data.

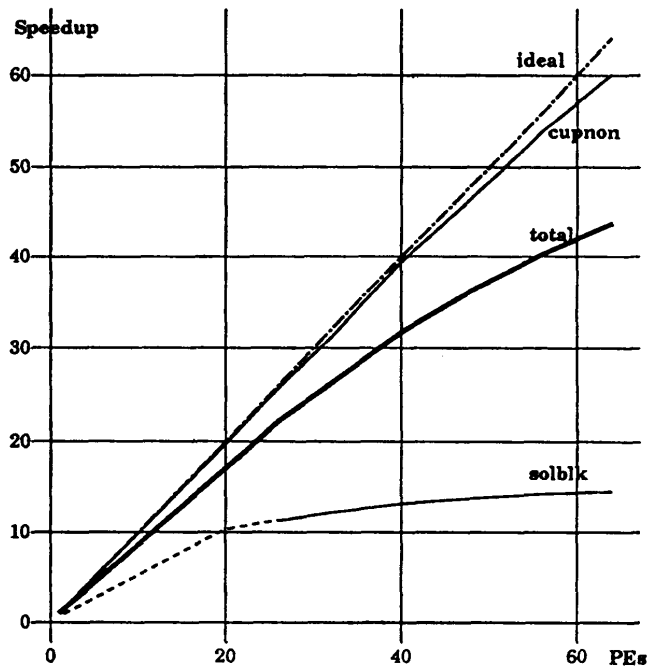


図 7 大規模データでの実測性能
Fig. 7 Measured performance for large sized data.

ルーチン	t (実験式)	t (理論性能曲線) ⁴⁾
全体	$23.2 + \frac{3200}{P}$	$5.8 + \frac{2190}{P}$
cupnon	$1.8 + \frac{2210}{P}$	$0.0 + \frac{1440}{P}$
solblk	$6.48 + \frac{108}{P}$	$5.8 + \frac{116}{P}$

ただし, solblk は最大並列度が N なのでアムダールの法則には厳密にしたがわない. solblk については, (A) アムダールの法則 (上表), (B) 理論性能曲線⁴⁾ (上表), (C) Sun 4 上での実行からの推定, の3つを用いて計算したところ, 110 (sec) から 130 (sec) のあいだに入ったので, 中間値 120 (sec) を用いた.

solblk は 64 台で 14.6 倍の並列度が得られている. このため 64 台では速度向上が飽和せず, 上記実験式によると, プロセッサ 256 台時にシミュレーション全体で並列度 90 が得られることになる.

1 台のときの処理時間の見積り誤差が並列度には大きく響いてくるため厳密な評価はできないが, 性能予測⁴⁾ で予測された, 256 台で 150 倍の速度向上に比べると低い値になっている. この原因は, 予測では考慮しなかった逐次部分の影響と同期のオーバーヘッド, 予測以上の通信オーバーヘッドなどが考えられる.

8. おわりに

今回, 非線形 MHD 型プラズマシミュレーションコード AEOLUS を, メッシュ方向にデータ分割を行い, 陽解法/陰解法部分をともに並列化した.

MC68020 を用いた並列マシン Cenju を用いて評価したところ, 64 台で 44 倍の速度向上が確認された.

今後, これを進展させ並列プラズマシミュレーション METIS (Multi-Element Tokamak-oriented Integrated Simulator) の実現を目指していく.

最後に課題をあげる.

1. 評価するモード数 M, N を減らし速度向上をはかった場合, 陰解法の並列性が十分得られない場合がある. これに対し, ブロック内並列性の利用が考えられる.
2. $R=1000, N=20, M=5$ といった非常に大きなデータでも, 並列度が大きくなると逐次部分が無視できなくなる. このため通信, 同期および逐次部分をチューニングする必要がある.
3. 今回, プラズマの時間発展計算部分を並列化し

たが, 前処理として線形方程式による初期値の設定などの演算がある. データサイズが大きくなるとこの処理時間も無視できなくなる. $R=1000, L=100$ では, この処理には Sun 4/260 で 24 時間程度を要する. 並列化により時間発展の計算が 10 秒/step となれば, 時間発展自体は $10 \times 10000 = 30$ 時間程度で終ることになり前処理部の高速化も必要になる.

謝辞 本研究の機会を与えていただき, また有益な示唆をいただいた日本原子力研究所 谷博士, 日本電気(株)研究開発グループ石黒支配人, 同 C&C システム研究所 山本所長, 同水戸支店 荻原主任, ハードウェア製作に尽力された同 C&C システム研究所 三野輪一氏に深謝いたします.

参考文献

- 1) 竹田: 核融合プラズマの線形 MHD 安定性解析, 数理科学, No. 261, pp. 73-82 (Mar. 1985).
- 2) 竹田: 核融合プラズマの磁気流体シミュレーション, 数理科学, No. 282, pp. 43-51 (Dec. 1986).
- 3) 浅井ほか: ベクトル・パラレル計算処理の原子力コードへの適応性, 日本原子力研究所レポート, JAERI-M 87-136 (Sep. 1987).
- 4) 松下ほか: 非線形 MHD 型プラズマシミュレータの並列処理, JSP '91, pp. 357-364 (May 1991).
- 5) Tani, K., Tsunematsu, T., Takeda, T., Kurita, G., Matsushita, S. et al.: Multi-Element Tokamak-Oriented Integrated Simulator "METIS," *The First International Conference on Supercomputing in Nuclear Applications*, pp. 285-290 (Mar. 1990).
- 6) Takeda, T., Tani, K., Matsushita, S. et al.: Plasma Simulator METIS and Tokamak Plasma Analysis, *US-Japan Workshop on Advances in Computer Simulation Techniques Applied to Plasma and Fusion* (Sept. 1990).
- 7) 津田: 数値処理プログラミング, 岩波講座ソフトウェア科学 9 (1988).
- 8) Simon, H. D.: *Proceedings of the Conference on Scientific Applications of the Connection Machine*, NASA Ames Research Center, Sept. 12-14, World Scientific (1988).
- 9) 谷川ほか: 並列計算機 ADENA, 情報処理学会アーキテクチャ研究会報告, Vol. 88, 71-5, pp. 33-40 (1988).
- 10) 中田ほか: 並列回路シミュレーションマシン Cenju, 情報処理学会 30 周年記念論文, 情報処理, Vol. 31, No. 5, pp. 593-601 (1990).
- 11) 松下, 中田, 梶原, 田辺, 浅野, 小池: 並列 CAD マシン Cenju のソフトウェア体系, 信学技報, CPSY 89-75 (1989).

(平成 3 年 7 月 31 日受付)

(平成 3 年 12 月 9 日採録)



松下 智 (正会員)

昭和 36 年生. 昭和 60 年東京大学工学部電子工学科卒業. 昭和 62 年同大学院修士課程修了. 同年日本電気(株)入社. 現在同社 C&C システム研究所コンピュータシステム研究部に勤務. 並列計算機システムの研究に従事. 昭和 61 年本学会学術奨励賞受賞. 平成 2 年本学会創立 30 周年記念論文入選.



鳴澤 勝

昭和 43 年生. 平成元年国立苫小牧工業高等専門学校機械工学科卒業. 同年日本電気技術情報システム開発(株)入社. 現在同社ソフトウェア事業部第一開発部に勤務. 以来並列計算機のアプリケーションおよびシステムソフトウェアの開発に従事.



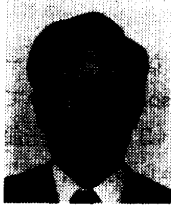
栗田 源一

昭和 24 年生. 昭和 47 年京都工芸繊維大学電気工学科卒業. 昭和 49 年同大学大学院修士課程修了. 昭和 52 年大阪大学大学院博士課程単位取得退学. 同年日本原子力研究所入所. 工学博士. 現在, 同所炉心プラズマ研究部プラズマ理論研究室に勤務. プラズマの MHD 安定性解析, 主に時間発展コードを使った非線形シミュレーションによる解析, の研究に従事. 日本物理学会会員.



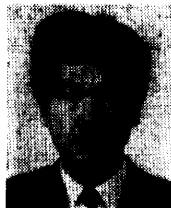
常松 俊秀

昭和 45 年東京大学工学部計数工学科卒業. 工学博士. 日本原子力研究所那珂研究所核融合実験炉特別チームに勤務.



竹田 辰興

昭和 15 年生. 昭和 38 年東京大学理学部物理学科卒業. 昭和 40 年同大学院数物系研究科修士課程修了. 昭和 43 年同大学院理学系研究科博士課程修了. 理学博士. 昭和 44 年日本原子力研究所入所. 以来, 核融合研究分野で, 主として, プラズマ閉じ込めの理論的研究に従事. 特に, 磁気流体力学 (MHD) モデルに基づく計算機シミュレーションを始めとした計算物理および並列計算機を含む種々の計算機利用に興味を持つ. 現在, 炉心プラズマ研究部プラズマ理論研究室長. 日本物理学会, 日本原子力学会, プラズマ核融合学会, 日本応用数理学会各会員.



小池 誠彦 (正会員)

昭和 22 年生. 昭和 45 年東京大学工学部電気工学科卒業. 昭和 47 年同大学院修士課程修了. 同年日本電気(株)入社. 以来並列計算機システム, 論理シミュレーションエンジン (HAL), 並列回路シミュレーションマシン (Cenju) などの研究開発に従事. 最近では, 並列計算機のアーキテクチャ, CAD マシン, AI システム, ニューラルネットワークなどの研究に興味を持つ. 現在, 同社 C&C システム研究所コンピュータシステム研究部長. 工学博士. 著書「CADマシン」(電子情報通信学会編, オーム社). 電子情報通信学会会員. 昭和 59 年度情報処理学会論文賞受賞. 平成 2 年本学会創立 30 周年記念論文入選.