

## ペトリネット表現された協調動作をするシステムの 挙動解析と性能評価†

菅澤喜男<sup>††</sup> 金 群<sup>†††</sup> 瀬谷浩一郎<sup>††††</sup>

一般的に、協調動作をするシステムに対する稼働率などを中心とした性能評価は、単独動作と協調動作が複合化するために簡単に求めることは困難である。さらに、協調動作をするシステムの挙動を解析するためのモデルを構築することは、協調動作をさせるための条件や順序関係を考慮した上でなされなければならない。ペトリネットは、順序関係が複雑な非同期・並列システムなどに対して、順序関係を情報の流れとして表現してモデル化するのに有効な記述方法として知られている。ここで取り上げるモデルは、非同期・並列的な動きをするシステムの理解を得るために、2台のロボットが単独で動作すると共に、もう1台のロボットがコンベアと協調動作するシステムを良く見掛ける一例としてペトリネットで記述しモデル化する。モデル化したシステムにマルコフ再生過程を適用し、極限確率を求めて協調動作をするシステムの稼働率を定義して、各システムの要素あるいは要素同士が協調動作をしている場合の稼働率を求めると共に、競合率や並行率を定義し確率的諸量を求めて、システムの性能評価となり得る新たな基準を示す。最後に性能評価として、ペトリネット記述されたモデルの各遷移が発火する時間に具体的な分布と数値を導入して、協調動作をするシステムの性能評価のあり方について具体的な検討を加える。

### 1. はじめに

非同期かつ並列的な動きをするシステムの性能評価は、単に稼働率 (Availability: システムが任意の時点で動作している確率, または規定の期間中動作状態にある時間の割合) を根拠として評価することは難しい。あるいはディペンダビリティ (Dependability: システムが使用期間中の任意の時点で動作し, かつ規定の機能を実行可能な性質) などでも, システムの要素あるいは使用状況を単独あるいは全体で捕らえているために, 複合化した動作を含む協調動作システムの性能評価としては十分とは言えない。

ここでは, 協調動作をするシステムを容易に理解するために, 2台のロボットが単独で動作し, もう1台のロボットとコンベアが協調動作するシステムを例として, システムの性能評価のあり方を検討する。

そこで, 本論文では, 順序関係の複雑な並列処理システムなどの動作を, 物と情報の流れなどを区別してモデル記述するのに有効なペトリネット (Petri Net:

以後 PN と記す)<sup>1),2)</sup> を利用して, 単独かつ協調動作をするシステムをモデル化する。近年, PN 記述によりシステムをモデル化しシステムを性能評価する研究は, PN パフォーマンス・モデル (Performance Model)<sup>3)</sup> として欧米諸国を中心に盛んになされている。PN の利用範囲も拡大され, Stella プログラムを PN でモデル化<sup>4)</sup> した例や通信ソフトウェアの仕様検証<sup>5)</sup> への応用など数多く見られる。さらに, PN 記述されたシステムを確率モデルとして解析する stokastic (Stochastic) PN<sup>6)</sup> や拡張確率 PN<sup>7)</sup> などが, 主に計算機システムの性能や信頼性の評価に適用されている。

本論文では, 協調動作をするシステムとしてロボットとコンベアが単独あるいは協調動作をするシステムを例として, PN 記述によりシステムをモデル化する。さらに, マルコフ再生過程 (Markov Renewal Process: 以後 MRP と記す)<sup>8),9)</sup> をモデルに適用して極限確率 (Limiting probability) を求め, 協調動作をするシステムの性能評価として, 従来より利用されてきた稼働率のほか, 新たに競合率 (The ratio of conflict) と並行率 (The ratio of parallel) を定義し確率的諸量を求める。

数値例において, 稼働率, 競合率, 並行率が, 協調動作をするシステムの性能評価を行うための尺度として有効であるかどうかを検討するために, 各遷移が発火する各発火時間分布に具体的な分布と数値を導入し, 競合率と並行率の有効性について, より具体的な

† Behavioral Analysis and Performance Evaluation of a Co-operative Motion System Modeled by Petri Net by YOSHIO SUGASAWA (Faculty of Mathematical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon University), QUN JIN (Department of Electrical Engineering, Graduate School of Industrial Technology, Nihon University) and KOUICHIROU SEYA (Faculty of Electrical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon University).

†† 日本大学生産工学部数理工学科

††† 日本大学大学院生産工学研究科電気工学専攻博士後期課程

†††† 日本大学生産工学部電気工学科

検討を行う。

## 2. 協調動作システムのモデル化

### 2.1 PN の概説

ここでは、本論文で紹介する PN 記述されたモデルを容易に理解するための概説を行う。PN は、システムにおける信号あるいは情報の流れを抽象化し簡単に表現できるモデル化技法として知られている。PN の図形表現を利用することで、システム中の状態の推移や順序関係を視覚的に把握できる。特に、順序関係の複雑な非同期並列処理システムの制御などに対しては、PN の図形表現によりシステムの複雑な動作が表現できる。

PN は、システムにおける条件と対応する場所 (Place) の集合、システム中の事象と対応する遷移 (Transition) の集合、およびそれらの条件と事象の関係を表す有向枝 (Directed arc) により構成される。場所に石 (Token) を置く、つまりマーキング (Marking) を与えることで、そのシステムのある状態を表す。

ペトリネット  $N$  は、二部有向グラフであり

$$N = \{E, T, A, M\} \quad (1)$$

という4つの組で定義される。ただし

$$E = \{e_i | 1 \leq i \leq |E|\} \quad (2)$$

$$T = \{t_j | 1 \leq j \leq |T|\} \quad (3)$$

であり、 $E$  は有限個の場所  $e_i$  の集合で“○”印で記述し、 $T$  は有限個の遷移  $t_j$  の集合で“|”印で記述される。 $A$  は有限個の有向枝で、場所  $e_i$  から遷移  $t_j$  への有向枝の部分集合と、遷移  $t_j$  から場所  $e_i$  への有向枝の部分集合とで構成され、“→”で表す。 $M$  は初期マーキングと呼ばれ、システムの初期状態の設定により決定される(詳細な PN に関する説明は文献 1), 2) を参照)。

さらに、遷移は、それに入る有向枝を持つ場所 (入力場所と呼ぶ) のすべてに“●”で表される石がある

とき、発火可能 (Enabled) であるという。発火 (Fire) が行われると、入力場所から1つずつ石が取り去られ、その遷移から出ている有向枝の終点となっている場所 (出力場所と呼ぶ) に1つずつ加えられる (あるいは置く)。つまり、遷移の発火によりシステムの状態の推移 (変化) を捕らえることになる。

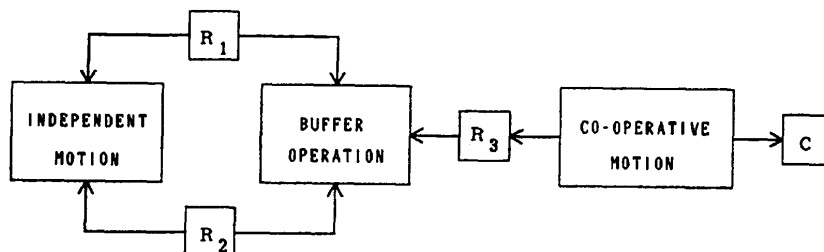
### 2.2 モデル

本論文では、基本的な協調動作をするシステムを、現実感をもって理解するために、2台のロボットが単独で動作し、もう1台のロボットがコンベアと協調動作をするシステムを PN 記述を利用してモデル化する。

ロボット1 (以後、 $R_1$  と記す) とロボット2 (以後、 $R_2$  と記す) の2台のロボットがそれぞれ与えられた命令に対して単独に動作する。その後、 $R_1$  と  $R_2$  が他の1台のロボットとであるロボット3 (以後、 $R_3$  と記す) に動作結果を引き渡す (バッファ動作と呼ぶことにする) 動作を繰り返す。さらに、 $R_3$  はコンベア (以後、 $C$  と記す) と協調動作をすることで、 $R_1$  と  $R_2$  の動作結果を  $C$  に引き渡す。つまり、 $R_3$  は  $R_1$  と  $R_2$  の動作結果を  $C$  に引き渡す搬送ロボットの役割がある。図1に協調動作をするシステムとしてのロボットとコンベアの動作を概念的に示す。ロボットとコンベアとの協調動作を例としたシステムを PN 記述を利用して作成した PN グラフを図2に示す。

図2において、システム中の事象に対応する遷移  $t_j$  ( $j=1, 2, \dots, 7$ ) および条件と事象を表す場所  $e_i$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ ) の意味は次のとおりである。

- $t_1$ :  $R_1$  が動作を終了し、バッファ動作をする。バッファは占有状態になる。
- $t_2$ :  $R_1$  がバッファ動作を終了する。バッファは非占有状態になる。
- $t_3$ :  $R_2$  が動作を終了し、バッファ動作をする。バッファは占有状態になる。



$R_1$ : ROBOT 1,  $R_2$ : ROBOT 2,  $R_3$ : ROBOT 3, C: CONVEYOR

図1 システムの概念図

Fig. 1 The conceptive graph of system.

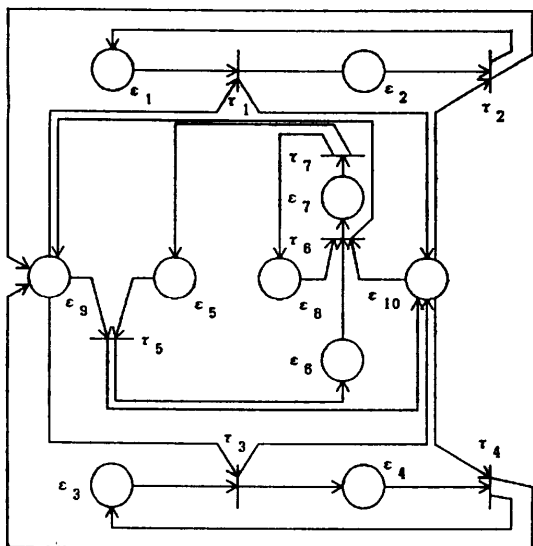


図2 PN表現されたシステム  
Fig. 2 The system represented by PN.

- $\tau_4$ :  $R_2$  がバッファ動作を終了する。バッファは非占有状態になる。
- $\tau_5$ :  $R_3$  (搬送ロボット) がバッファ動作をする。バッファは占有状態になる。
- $\tau_6$ :  $R_3$  がバッファ動作を終了し、 $C$  と協調動作を開始する。バッファは非占有状態になる。
- $\tau_7$ :  $R_3$  と  $C$  の協調動作が終了し、 $C$  は待機する。
- $\epsilon_1$ :  $R_1$  が動作中。
- $\epsilon_2$ :  $R_1$  がバッファ動作中。
- $\epsilon_3$ :  $R_2$  が動作中。
- $\epsilon_4$ :  $R_2$  がバッファ動作中。
- $\epsilon_5$ :  $R_3$  が待機。
- $\epsilon_6$ :  $R_3$  がバッファ動作中。
- $\epsilon_7$ :  $R_3$  と  $C$  が協調動作中。
- $\epsilon_8$ :  $C$  が待機。
- $\epsilon_9$ : バッファが非占有状態。
- $\epsilon_{10}$ : バッファが占有状態。

ここで、 $R_1$  と  $R_2$  がバッファ動作をするためには、バッファの状態が非占有状態 ( $\epsilon_9$ ) でなければならない。逆に、バッファの状態が占有状態 ( $\epsilon_{10}$ ) では、新たなバッファ動作は遂行されない。つまり、バッファが非占有状態のときだけ  $R_3$  がバッファ動作を遂行する。その後、 $C$  と  $R_3$  が協調動作を行う (図1を参照)。また、 $R_1$  あるいは  $R_2$  が、その動作結果を  $R_3$  に引き渡す動作を行っている間は、 $R_3$  は  $C$  との協調動作はできない。

### 2.3 PNモデルから見たシステムの動作

図2でPN記述された協調動作システムの主な動作について概説しておく。

#### (1) $R_1$ と $R_2$ が単独動作をする場合

$R_1$  の動作は、 $\epsilon_1$  にある石が  $\tau_1$  の発火により  $\epsilon_2$  に加わる (バッファは非占有状態から占有状態となる) ことでバッファ動作が開始され、 $\tau_2$  の発火でバッファ動作が終了する。その後、再び石が  $\epsilon_1$  に加わり (バッファは非占有状態になる) 単独動作を再開する。 $R_2$  の動作についても同様な解釈がなされる。

#### (2) $R_3$ と $C$ が協調動作をする場合

$\tau_5$  の発火により  $\epsilon_9$  (バッファが非占有状態) にある石と  $\epsilon_5$  ( $R_3$  が待機状態) の石が、 $\epsilon_{10}$  (バッファが占有状態) と  $\epsilon_6$  ( $R_3$  がバッファ動作中) に加えられる。したがって、 $\tau_6$  のすべての入力場所  $\epsilon_6$ 、 $\epsilon_8$  ( $C$  が待機状態)、 $\epsilon_{10}$  に石が置かれているので  $\tau_6$  は発火可能となる。 $\tau_6$  が発火することで、石は  $\epsilon_7$  と  $\epsilon_9$  に加わる。ここで、 $\epsilon_7$  に石が置かれていることは、 $R_3$  と  $C$  が協調動作をしていることを意味する。さらに、 $\tau_7$  が発火することで、石は  $\epsilon_5$  と  $\epsilon_8$  に加わる。つまり、 $R_3$  と  $C$  が待機状態に戻る。

ここで、図2より明らかに、 $\tau_1$ 、 $\tau_3$ 、 $\tau_5$  は共に発火可能な状態であるが、どれかが発火すれば他は発火不可能になるので競合 (Conflict) である。さらに、 $\tau_1/\tau_7$ 、 $\tau_2/\tau_7$ 、 $\tau_3/\tau_7$ 、 $\tau_4/\tau_7$  は、どれか1つの遷移が発火しても、他の遷移の発火に影響を与えないので並行性 (Concurrency) を有している。

次に、システムをPN記述によりモデル化した図2は、モデルの静的変化を示している。そこで、モデルの動的変化を把握するには可到達グラフ (Reachable graph) による表現が用いられる。可到達グラフにおけるグラフの開始節点に初期状態のマーキングをし、グラフの節点はマーキング、グラフの枝はマーキング間の可到達であることを示す。よって、図2を可到達グラフを用いて記述すると図3となる。図3における  $S_0$  はシステムの初期状態で、バッファが非占有状態で  $R_1$  と  $R_2$  がそれぞれ動作し、 $R_3$  と  $C$  が待機している状態を示す。図3における  $S_i$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 6$ ) のベクトル表現は、要素1: 場所に石が置かれていることを示し、要素0: 場所に石が置かれていないことを示すものである。

### 3. 協調動作の解析

協調動作をするシステムとしてロボットとコンベア

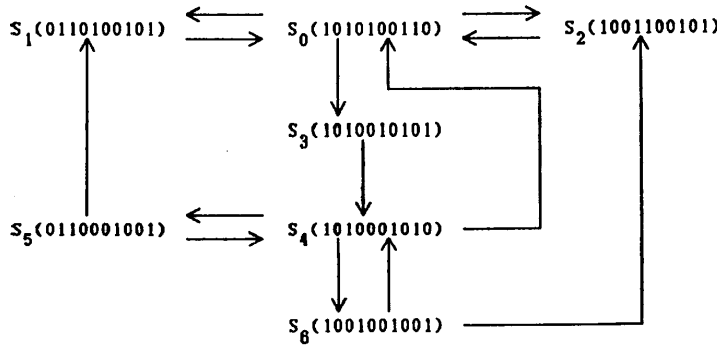


図3 図2の到達可能グラフ  
Fig. 3 Reachable graph for Fig. 2.

が協調動作をする基本的なシステムをPNでモデル化し、システム全体の確率的挙動を明らかにするためにMRPを適用し、システムの性能評価に用いる確率的諸量を求める。

PNによりモデル化されたシステムにMRPを適用する方法は、既に文献9)で説明されているので、ここでは、その概要のみ説明しておく。図2で示したPNは、各遷移および各場所間の静的な順序関係を示している。そこで、石を場所に置く(マーキングすること)で示される石の配置がシステムのある状態を表すことができる。システムの動的な性質を捕らえるためには、各遷移が発火する時点(Time instant)に着目し、石の配置がシステムの状態を表すことに注目して、MRPを適用する。したがって、図3で示した到達可能グラフの節点がMRPにおける状態を示し、グラフの枝が状態間の推移を表す。

ここで、時刻  $t=0$  で状態  $S_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ ) に推移した後、遷移  $\tau_j$  ( $j=1, 2, \dots, 7$ ) が発火するまでの時間  $t$  の分布を発火時間分布として  $F_j(t)$  ( $j=1, 2, \dots, 7$ ) とする。よって、PN表現されたシステムが各状態  $S_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ ) に推移する時点を定義し、それにより各時点に対応する状態を定義することでMRPを適用する(図3を参照)。

よって、各状態を次のように定義する。

- $S_0$ :  $R_1$  と  $R_2$  がそれぞれ単独動作をし、バッファは非占有状態で  $C$  と  $R_3$  は待機している。
- $S_1$ :  $R_1$  がバッファ動作し、 $R_2$  が単独動作している。バッファは占有状態で  $C$  と  $R_3$  は待機している。
- $S_2$ :  $R_1$  が単独動作し、 $R_2$  がバッファ動作している。バッファは占有状態で  $C$  と  $R_3$  は待機している。

$S_3$ :  $R_1$  と  $R_3$  がそれぞれ単独動作をし、 $R_3$  がバッファ動作している。バッファは占有状態で  $C$  は待機している。

$S_4$ :  $R_1$  と  $R_2$  がそれぞれ単独動作をし、バッファは非占有状態で  $C$  と  $R_3$  が協調動作している。

$S_5$ :  $R_1$  がバッファ動作し、 $R_2$  が単独動作している。バッファは占有状態で  $C$  と  $R_3$  が協調動作している。

$S_6$ :  $R_1$  が単独動作し、 $R_2$  がバッファ動作している。バッファは占有状態で  $C$  と  $R_3$  が協調動作している。

ここで、ある状態から次の状態への遷移の発火は瞬時的(Instantaneous)かつ完全に行われるものとする。さらに、時間は連続的な変数であるから、2つ以上の状態が同時に生起する確率はゼロとなり、同時に2つの遷移の発火は起り得ない。このように定義されたモデルは、MRPによりシステムの確率的挙動の解析がなされる。

状態  $S_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ ) は、1つの確率過程  $X(t)$  において、以後の  $X(t)$  の確率分布が  $t_1$  以後の  $X(t)$  の見本過程に依存せず、時刻  $t_1$  のときの  $X(t)$  の見本値  $X(t_1)$  にのみ依存する再生状態と考えられ、再生点(Regeneration point)とみなせる。したがって、状態  $S_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ ) に推移した後、時刻  $t$  までに状態  $S_j$  ( $j=0, 1, \dots, 6$ ) へ推移する状態間の1ステップ推移確率時間分布を  $Q_{ij}(t)$  ( $i, j=0, 1, \dots, 6$ ) とすれば

$$Q_{01}(t) = \int_0^t \bar{F}_3(t) \bar{F}_5(t) dF_1(t) \quad (4)$$

$$Q_{02}(t) = \int_0^t \bar{F}_1(t) \bar{F}_5(t) dF_3(t) \quad (5)$$

$$Q_{03}(t) = \int_0^t \bar{F}_1(t) \bar{F}_3(t) dF_5(t) \quad (6)$$

$$Q_{40}(t) = \int_0^t \bar{F}_1(t) \bar{F}_3(t) dF_7(t) \quad (7)$$

$$Q_{45}(t) = \int_0^t \bar{F}_7(t) \bar{F}_3(t) dF_1(t) \quad (8)$$

$$Q_{46}(t) = \int_0^t \bar{F}_7(t) \bar{F}_1(t) dF_3(t) \quad (9)$$

$$Q_{10}(t) = \int_0^t dF_2(t) \quad (10)$$

$$Q_{20}(t) = \int_0^t dF_4(t) \quad (11)$$

$$Q_{34}(t) = \int_0^t dF_6(t) \quad (12)$$

$$Q_{51}(t) = \int_0^t \bar{F}_2(t) dF_7(t) \quad (13)$$

$$Q_{54}(t) = \int_0^t \bar{F}_7(t) dF_2(t) \quad (14)$$

$$Q_{62}(t) = \int_0^t \bar{F}_4(t) dF_7(t) \quad (15)$$

$$Q_{64}(t) = \int_0^t \bar{F}_7(t) dF_4(t) \quad (16)$$

となる。ここで、式(4)から式(16)において発火時間分布  $\bar{F}_j(t)$  ( $j=1, 2, 3, 4, 5, 7$ ) は残存分布を示す。

### 3.1 極限確率

時刻  $t=0$  で状態  $S_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ ) に推移した過程が、時刻  $t$  以後に状態  $S_j$  ( $j=0, 1, \dots, 6$ ) にある確率、つまり推移確率  $P_{ij}$  ( $i, j=0, 1, \dots, 6$ ) のラプラスチェルチェス (Laplace-Stieljes: 以後 LS と記す) 変換を  $P_{ij}(s)$  とすれば

$$P_{ij}(s) = h_{ij}(s) P_{ij}(s) \quad (17)$$

で求まる。式(17)の  $h_{ij}(s)$  は、状態  $S_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ ) に推移した過程が初めて状態  $S_j$  ( $j=0, 1, \dots, 6$ ) に推移するまでの時間分布、すなわち初通過時間分布  $H_{ij}(t)$  ( $i, j=0, 1, \dots, 6$ ) の LS 変換で

$$h_{ij}(S) = q_{ij}(S) + q_{ii}(S) \cdot h_{ij}(S) \quad (l=i, j) \quad (18)$$

である。ここで、 $q_{ij}(S)$  ( $i, j=0, 1, \dots, 6$ ) は式(4)から式(16)で求めた  $Q_{ij}(t)$  ( $i, j=0, 1, \dots, 6$ ) の LS 変換であり、

$$q_{ij}(S) = \int_0^\infty e^{-s t} dQ_{ij}(t) \quad (19)$$

として求まる。

$h_{ij}(S)$  の平均は、式(18)を微分することにより

$$h_{ij} = -\frac{\partial}{\partial S} h_{ij}(S) \Big|_{s=0} \quad (20)$$

となる。ここで、 $h_{ij}(0)=1$  であり、特に、 $h_{jj}$  は再生状態  $S_j$  の平均再帰時間 (Mean recurrence time) になる。例えば、 $h_{55}$  を示せば

$$h_{55} = q_{51} h_{51} + q_{54} h_{45} + q_{51} + q_{54} \quad (21)$$

となる。ここで

$$q_{ij} = \lim_{S \rightarrow 0} q_{ij}(S), \quad q_{ij} = -\frac{\partial}{\partial S} q_{ij}(S) \Big|_{s=0} \quad (22)$$

である。

次に、推移確率  $P_{ij}(S)$  の極限確率  $P_j$  ( $j=0, 1, \dots, 6$ ) は

$$P_j = \lim_{S \rightarrow 0} P_{ij}(S) = [h_{ij}]^{-1} \zeta_j \quad (23)$$

となる。ただし、 $\zeta_j = \sum q_{ij}$  ( $i, j=0, 1, \dots, 6$ ) である。

よって、式(23)より  $P_5$  が求められる。

$$P_5 = [h_{55}]^{-1} \zeta_5 \quad (24)$$

他の極限確率も同様に求まる。式(23)で示した極限確率は、システムの性能評価をする上で最も基本的かつ重要な尺度となる稼働率となる。

#### 3.1.1 稼働率

前節の例で求めた  $P_5$  は、2章で定義したシステムの状態  $S_5$  に対応するので、 $R_1$  がバッファ動作し、 $R_2$  が単独動作をしている。その時、バッファは占有状態で  $C$  と  $R_3$  が協調動作をしている極限確率であることを意味している。このようにシステムの一部が協調動作をしている場合、要素間の協調をとるための待機やバッファ動作のような制御のための中間動作が含まれるために、システム全体の稼働率を単純に定義することは困難であろう。そこで、本論文で取り上げた協調動作をするシステムの各状態において各要素 ( $R_1, R_2, R_3, C$ ) がどのように動作しているかを表1に示しておく。表1における各記号は、OP: 動作, B: バッファ動作, W: 待機, CO: 協調動作を表している。

ここで、表1によりシステムが協調動作 ( $R_3$  と  $C$ ) をしている状態を基準とした稼働率、つまり、システムが状態  $S_4, S_5, S_6$  にある極限確率は

$$P_4 = (q_{40} + q_{45} + q_{46}) / h_{44} \quad (25)$$

$$P_5 = (q_{51} + q_{54}) / h_{55} \quad (26)$$

$$P_6 = (q_{62} + q_{64}) / h_{66} \quad (27)$$

として求まる。

ここでは、協調動作を中心とした稼働率に着目しているので、他の極限確率  $P_j$  ( $j=0, 1, 2, 3$ ) も同様にして求まるが、特に、 $R_3$  と  $C$  が協調動作をしている時に他の要素がどのような状態で動作しているかを解析するために、状態  $S_4, S_5, S_6$  にある極限確率を求めた。

#### 3.1.2 競合率

図2において、遷移  $\tau_1, \tau_3, \tau_5$  は共に発火可能な状態となるが、どれか1つの遷移が発火すれば他の発火は不可能となるので3つの遷移は競合している。競合

表1 システムの各状態と各要素の動作状況  
Table 1 The conditions of motion for each state and component of system.

	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
$R_1$	OP	B	OP	OP	OP	B	OP
$R_2$	OP	OP	B	OP	OP	OP	B
$R_3$	W	W	W	B	CO	CO	CO
C	W	W	W	W	CO	CO	CO

率の定義としては、競合する各遷移が発火する時間の割合とし、競合率の変化に伴ってシステムの動作がどのように変化するかを解析しようとするものである。競合する各遷移がそれぞれ発火する場合について、競合率の変化に伴ってどのようにシステムの動作が変化するかを見るために以下の場合について極限確率を求めて明らかにする。

(1)  $\tau_1$  の発火により状態が変化する場合

$\tau_1$  が発火することで状態は  $S_0$  から  $S_1$ , あるいは状態が  $S_4$  から  $S_5$  へと変化する。その極限確率は

$$P_{01} = q_{01}/h_{01} \quad (28)$$

$$P_{45} = (q_{51} + q_{54})/h_{45} \quad (29)$$

として、その状態の変化を捕らえる。

(2)  $\tau_3$  の発火により状態が変化する場合

$\tau_3$  が発火することで状態は  $S_0$  から  $S_2$ , あるいは状態が  $S_4$  から  $S_6$  へと変化する。その極限確率は

$$P_{02} = q_{20}/h_{02} \quad (30)$$

$$P_{46} = (q_{62} + q_{64})/h_{46} \quad (31)$$

として、その状態の変化を捕らえる。

(3)  $\tau_5$  の発火により状態が変化する場合

$\tau_5$  が発火することで状態は  $S_0$  から  $S_3$  へと変化する。その極限確率は

$$P_{03} = q_{34}/h_{03} \quad (32)$$

として求まる。

そこで、競合する3つの遷移が発火する時間の割合により、ここで示した3つの場合について、どのように状態が変化するかを捕らえる。

### 3.1.3 並行率

図2より、 $\tau_1/\tau_1$ ,  $\tau_2/\tau_1$ ,  $\tau_3/\tau_1$ ,  $\tau_4/\tau_1$  は、どれか1つの遷移が発火しても、他の遷移の発火に影響を及ぼさないで並行性を有している。つまり、遷移  $\tau_1$  の発火は、他の遷移  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $\tau_4$  とは独立に発火するので、これらの遷移が発火する状況は、システムの動作に並行性を含んでいる。並行率の定義として、遷移  $\tau_1$  の発火する時間を1つの基準として、他の遷移  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $\tau_4$  が発火する時間との割合とする。並列性を有する各遷移がそれぞれ発火する場合について、並行率の変化に伴ってどのようにシステムの動作が変化するかを見るために以下の場合について極限確率を求めて明らかにする。

(1)  $\tau_1/\tau_1$  の発火により状態が変化する場合  $\tau_1$  と  $\tau_1$  の並行率は、 $\tau_1$  が発火することで状態が  $S_4$  から  $S_5$  に変化し、 $\tau_1$  が発火することで状態が  $S_4$  から  $S_0$  に変化するそれぞれの極限確率を求める。

$$P_{40} = (q_{01} + q_{02} + q_{03})/h_{40} \quad (33)$$

$P_{45}$  は既に式(29)で求めている。したがって、並行率は、遷移  $\tau_1$  と  $\tau_1$  が発火する時間の割合により式(33)で示した極限確率がどのように変化するかを捕らえることになる。

(2)  $\tau_2/\tau_1$  の発火により状態が変化する場合

$\tau_2$  と  $\tau_1$  の並行率は、 $\tau_2$  が発火することで状態が  $S_6$  から  $S_4$  に変化し、 $\tau_1$  が発火することで状態が  $S_6$  から  $S_1$  に変化するそれぞれの極限確率を求める。

$$P_{64} = (q_{40} + q_{45} + q_{46})/h_{64} \quad (34)$$

$$P_{61} = q_{10}/h_{61} \quad (35)$$

よって、並行率は、遷移  $\tau_2$  と  $\tau_1$  が発火する時間の割合により式(34)および式(35)で示した極限確率がどのように変化するかにより捕らえる。

(3)  $\tau_3/\tau_1$  の発火により状態が変化する場合

$\tau_3$  と  $\tau_1$  の並行率は、 $\tau_3$  が発火することで状態が  $S_4$  から  $S_6$  に変化し、 $\tau_1$  が発火することで状態が  $S_4$  から  $S_0$  に変化するそれぞれの極限確率を求める。 $P_{46}$  および  $P_{40}$  は既に式(31)および式(33)でそれぞれ求られている。よって、並行率は、遷移  $\tau_3$  と  $\tau_1$  が発火する時間の割合により式(31)および式(33)で示した極限確率の変化を見ることで求まる。

(4)  $\tau_4/\tau_1$  の発火により状態が変化する場合

$\tau_4$  と  $\tau_1$  の並行率は、 $\tau_4$  が発火することで状態が  $S_6$  から  $S_4$  に変化し、 $\tau_1$  が発火することで状態が  $S_6$  から  $S_2$  に変化するそれぞれの極限確率を求める。

$$P_{64} = (q_{40} + q_{45} + q_{46})/h_{64} \quad (36)$$

$$P_{62} = q_{20}/h_{62} \quad (37)$$

同様に、並行率は、遷移  $\tau_4$  と  $\tau_1$  が発火する時間の割合により式(36)および式(37)で示した極限確率の変化より求まる。

## 4. 数値例

本数値例では、協調動作システムの性能を評価するために求めた稼働率、競合率、並行率を示す各式に具体的な分布と数値を導入し、ロボットの協調動作がシステム全体にどのような影響を与えるかを中心に考察する。

ここでは、すべての遷移  $\tau_j$  ( $j=1, 2, 3, \dots, 7$ ) が発火するまでの時間を発火時間分布 (Firing time distribution) とし、その時間分布は  $F_j(t) = 1 - \exp(-\lambda_j t)$  ( $j=1, 2, 3, \dots, 7$ ) の指数分布に従うものとする。したがって、その平均発火時間間隔は  $1/\lambda_j$  ( $j=1, 2, 3, \dots, 7$ ) となる。

ロボットとコンベアの協調動作を中心とした動作がシステム全体にどのような影響を与えるかを中心に数値例を示すために、ここでは  $\tau_7$  の平均発火時間間隔（つまり  $R_3$  と  $C$  が協調動作が終了し、 $C$  が待機する）を  $1/10$  から  $1$  まで変化させた場合に、システム全体にどのような影響を与えるかの数値例を示す。そのため他の平均発火時間間隔は  $1/\lambda_1=1/\lambda_4=1/\lambda_5=1/\lambda_6=1$ 、および  $1/\lambda_2=1/\lambda_3=0.5$  として固定しておく。つまり  $R_1$  の動作時間間隔を  $1$  としそのバッファ動作を  $0.5$  とし、 $R_2$  の動作時間間隔を  $0.5$  としそのバッファ動作を  $1$  とし、各ロボットの動作は同じ時間間隔で動作をしていないものとしている。

表1で示したシステムが協調動作 ( $R_3$  と  $C$ ) をしている状態を基準とした稼働率、式(25)、(26)、(27)で求めたシステムが状態  $S_4$ 、 $S_5$ 、 $S_6$  にある極限確率の変化を図4に示す。図4において  $P_4$ 、 $P_5$ 、 $P_6$  はシステムがそれぞれ状態  $S_4$ 、 $S_5$ 、 $S_6$  にとどまる極限確率であり、それらの和は、表1でも示した何らかの形でシステムが協調動作 ( $R_3$  と  $C$ ) をしている場合の極限稼働率、つまり稼働率である。つまり、図4は  $1/\lambda_7$  の時間間隔が長くなるに従ってシステムが協調動作 ( $R_3$  と  $C$ ) をしている稼働率が低下していることを示している。図4で示された確率量の増減が、直接的にシステム全体の性能評価に結びつくわけではないが、他の競合率あるいは並行率にどのような影響を与えるかについての判断を行うために示す。

図5は、(1)  $\tau_1$  が発火することで状態は  $S_0$  から  $S_1$ 、あるいは状態が  $S_4$  から  $S_5$  へと変化する極限稼働率  $P_{01}$  および  $P_{45}$ 、(2)  $\tau_3$  が発火することで状態は  $S_0$  から  $S_2$ 、あるいは状態が  $S_4$  から  $S_6$  へと変化する極限稼働率  $P_{02}$  および  $P_{46}$ 、(3)  $\tau_5$  が発火することで状態は  $S_0$  から  $S_3$  へと変化する極限稼働率  $P_{03}$  であり、 $1/\lambda_7$  の変化に伴ってシステムにおける競合動作がどのように変化するかを示している。解析的な取扱は既に式(28)から式(32)に示してある。図5より  $1/\lambda_7$  の時間間隔が長くなるに従って極限稼働率  $P_{02}$  が急激に増加する。逆に、極限稼働率  $P_{46}$  が急激に減少する。これは  $R_1$  が単独動作をし  $R_2$  がバッファ動作に変わる確率が高くなり、 $R_3$  と  $C$  が協調動作をしている確率が低くなることを示している。これは、 $R_3$  と  $C$  との協調動作がなされる時間間隔が長くなれば、当然、本数値例において設定した  $R_1$  と  $R_2$  の動作特性がそのまま継続されることになり、 $R_3$  と  $C$  とが協調動作をする極限稼働率  $P_{46}$  は減少することを意味するものである。

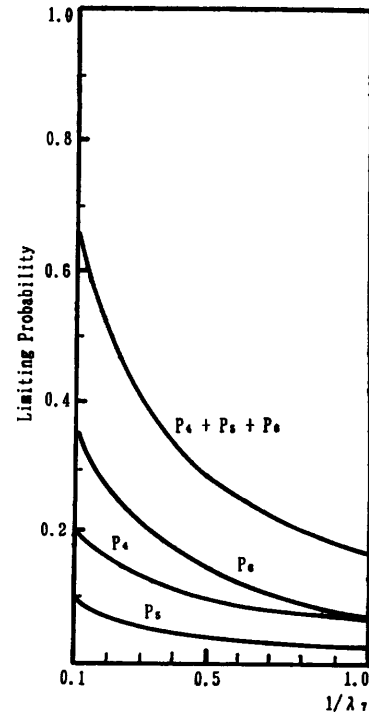


図4  $R_3$  と  $C$  が協調動作をしている稼働率  
Fig. 4. Availability of co-operative motion for  $R_3$  and  $C$ .

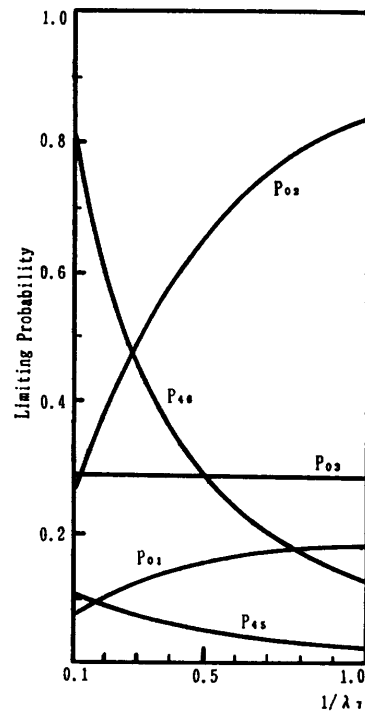


図5 システムの競合率  
Fig. 5. The ratio of conflict for the system.

つまり、 $\tau_3$  の発火により、 $P_{02}$  と  $P_{46}$  が急激に変化する。さらに、興味のある確率量としては、 $P_{03}$  は  $1/\lambda_7$  の変化に左右されずに、ほぼ一定となっていることである。これは、 $R_3$  と  $C$  とが協調動作を行う時間間隔の長短に関係なく、 $\tau_1$  と  $\tau_3$  の発火により  $R_1$  と  $R_2$  が単独動作を行っていることを示すものである。つまり、競合率の定義より遷移  $\tau_1$ ,  $\tau_3$ ,  $\tau_5$  は共に発火可能な状態となるが、どれか1つの遷移が発火すれば他の発火は不可能となるので  $\tau_5$  の発火は  $C$  と協調動作をするために  $R_3$  (搬送ロボット) がバッファ動作することを意味するものであるから、 $1/\lambda_7$  の時間間隔の長短に関係ないものと理解できる。よって、 $1/\lambda_7$  の時間間隔が長くなれば  $\tau_1$  と  $\tau_3$  の発火が盛んになされ  $R_1$  と  $R_3$  との動作が活発化し、 $\tau_5$  の発火がなされないために  $R_1$  と  $R_2$  の動作には影響を与えないことが明らかにされている。

図6は、並行率の定義より遷移  $\tau_7$  の発火が、他の遷移  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $\tau_4$  とは独立に発火するので、これらの遷移が発火する状況は、システムの動作に並行性が含まれている場合の数値例を示している。並行率の定義を、遷移  $\tau_7$  の発火する時間を1つの基準として、他の遷移  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $\tau_4$  が発火する時間との割合としているので、(1)  $\tau_1/\tau_7$  の発火により状態が変化する場合を示す極限確率  $P_{40}$ , (2)  $\tau_2/\tau_7$  の発火により状態が変化する場合を示す極限確率  $P_{54}$  および  $P_{51}$ , (3)  $\tau_3/\tau_7$  の発火により状態が変化する場合を示す極限確率  $P_{40}$ , (4)  $\tau_4/\tau_7$  の発火により状態が変化する場合を示す極限確率  $P_{64}$  および  $P_{62}$  の各確率量を図6は示している。

図6より、 $\tau_7$  が発火する平均発火時間間隔である  $1/\lambda_7$  が長くなることで  $P_{62}$  および  $P_{51}$  が急激に増加する。これは  $R_1$  および  $R_2$  の稼働状況は何ら変化していないが、 $R_3$  と  $C$  との協調動作が待機状態に変化したことを示している。さらに、 $1/\lambda_7$  が長くなればなるほど、 $\tau_4$  および  $\tau_2$  の発火に関係する  $R_1$  と  $R_2$  がバッファ動作をしている確率が高くなることを意味している。 $P_{40}$  も同様な解釈がなされる。逆に、 $P_{54}$ ,  $P_{64}$ ,  $P_{46}$  (図5を参照) が減少するのは、 $R_1$  がバッファ動作から稼働状態になる確率が減少すると共に  $R_2$  がバッファ状態から稼働状態になる確率が減少してゆくが、 $R_3$  と  $C$  とは協調動作を維持している。よって、並行率は、協調動作をする  $R_3$  と  $C$  との協調動作状態に対する  $R_1$  と  $R_2$  の動作状況を把握するものとなっている。

## 5. おわりに

協調動作をするシステムを PN によりモデル化し、MRP をモデルに適用してシステムの確率的挙動解析を行い、協調動作を評価するために用いられる新たな尺度を提案した。

PN モデルに MRP を適用してシステムの挙動解析を行う上で最も有利な点は、PN モデルから到達可能木を作成することで、システムの挙動を捕らえるために必要な状態定義が詳細になされることである。その結果、競合率や並行率など同時・並行的な動作をするシステムの特徴を捕らえるために必要な尺度を定義することが可能となった。さらに、本論文では、特に、求めなかったが指数分布以外の分布を発火時間分として用いることもできる。

本論文では、従来より利用されているシステム全体を対象とした性能評価を示す稼働率を中心とした尺度では、協調動作をするシステムの性能評価としては不十分であるとし、競合率あるいは並行率などを新たに定義し、確率的諸量を求めその有効性について検討した。その結果、本論文で提案した競合率そして並行率は、協調動作を有する他の多くのシステムの性能評価に用いられることが期待できるであろう。

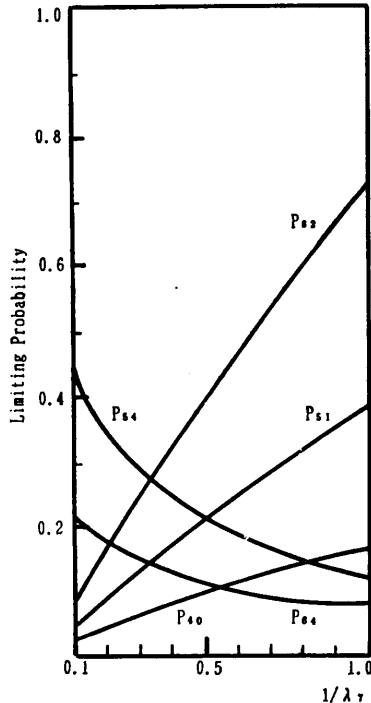


図6 システムの並行率

Fig. 6 The ratio of parallel for the system.



数値例において、性能評価をするために求めた稼働率、競合率、並行率の各式に具体的な分布と数値を導入し、ロボットの協調動作がシステム全体にどのような影響を与えるかを中心に性能評価のあり方について具体的な例を示した。

今後の問題点としては、より大規模かつ複雑な動作をする、より実的な協調動作システムの性能評価にも用いられる、他の有効な尺度のあり方についても検討すべきであろう。

### 参 考 文 献

- 1) Agerwala, T.: Putting Petri Nets, *Computer*, Vol. 12, No. 12, pp. 85-94 (1983).
- 2) Peterson, J.L.: Petri Nets, *Comput. Serv.*, Vol. 9, No. 3, pp. 223-252 (1970).
- 3) Petri Nets and Performance Models: *Proc. of the Third Int. Workshop*, pp. 230-249, IEEE Computer Society, Kyoto, Japan (1989).
- 4) 久世, 佐々, 中田: ストリームによるプログラミングのための言語とその実現方式, *情報処理*, Vol. 31, No. 5, pp. 673-685 (1990).
- 5) 長谷川: 通信ソフトウェアの仕様検証への応用, 計測と制御, Vol. 28, No. 9, pp. 784-787 (1989).
- 6) Meiliu, L., Zhang, D. and Murata, T.: Analysis of Self-Stabilizing Clock Synchronization by Means of Stochastic Petri Nets, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. 39, No. 5, pp. 597-604 (1990).
- 7) Dugan, J. B., Triveri, K. S., Geist, R. M. and Nicola, V.F.: *Extended Stochastic Petri Nets; Applications and Analysis '84*, pp. 507-519, Elsevier Science Publishers, North-Holland (1984).
- 8) Nakagawa, T.: Markov Renewal Processes with Some Non-Regeneration Points and Their Applications to Reliability Theory, *Microelectronics and Reliability*, Vol. 15, No. 6, pp. 633-636 (1976).
- 9) Ross, S. M.: *Applied Probability Model with Optimization Application*, Holdenday, San Francisco (1970).

(平成3年2月19日受付)

(平成4年3月12日採録)



菅澤 喜男 (正会員)

昭和43年日本大学理工学部経営工学科電気専攻卒業。昭和45年より米国シガン大学, ワイオミング大学等に留学。昭和49年ノースロップ工科大学大学院修士(情報理論)課程修了。以来システム工学の研究に従事。近年, 特に, 非同期・並列システムの性能評価にペトリネットを応用した研究に興味をもっている。昭和57年北海道大学より工学博士を授与される。現在, 日本大学生産工学部数理工学科助教授。日本OR学会, 日本経営工学会等各会員。



金 群

1962年生。1982年中国浙江大学卒業。1984年同杭州電子工学院大学院修士課程計算機科学専攻修了。同年杭州電子工学院助手, 1987年同講師。1992年日本大学大学院生産工学研究科博士後期課程電気工学専攻修了。工学博士。同年4月(株)アイネス入社, 総合研究所研究員。確率ペトリネット, システムの性能評価, データベース・知識ベースに関する研究に従事。電子情報通信学会会員。



瀬谷 浩一郎

昭和30年日本大学工学部電気工学科卒業。以来, 電気音響学および超音波に関する研究, 特に, 空中強力超音波音場の応用に関する研究に従事。近年, 電気・電子工学の分野におけるシステム工学の役割に関して興味をもっている。昭和46年日本大学より工学博士を授与される。現在, 日本大学生産工学部電気工学科教授。日本音響学会, 日本リモートセンシング学会各会員。