

## CG による板ガラスのひび割れ形状の表現手法†

安居院 猛\*\* 森山 耕一\*\*  
長尾 智晴\*\* 中嶋 正之\*\*

本論文では、コンピュータグラフィクスによる表現が困難な自然形状のひとつである、板ガラスに小さな鉄球が衝突した際に生じるひび割れの形状を生成する手法について述べる。はじめにひび割れおよび破壊現象に関する研究について述べた後、実際のひび割れの特徴解析結果について述べる。そして、ひび割れの発生および成長をいくつかの簡単な規則を用いて表すことによって、ひび割れの確率モデルを提案する。次に、確率モデルに基づく、ひび割れ形状の具体的な生成手法を提案し、形状の生成を行う。そして、本手法によって現実感のあるひび割れ形状を表現することができることを示す。

## 1. はじめに

近年、ハードウェアおよびソフトウェアの発展に伴い、コンピュータの処理能力は急速に高まりつつある。このためコンピュータグラフィクス (Computer Graphics, 以下 CG と略す) の分野でも、高品質な画像が短時間かつ低コストで作成されるようになってきた。現在、CG は CAD/CAM を初めとして、科学技術計算の結果の可視化<sup>1)</sup>や医用画像の三次元表示<sup>2)</sup>など、幅広い分野で用いられている。しかし、現在でも表現が困難なものとして自然界に存在する現象や形状がある。火災や雲、山岳やひび割れの形状などは一般に複雑であり、これらの形状あるいは現象を方程式で正確に記述することは困難である。このため、CG を用いて自然現象や自然形状を表現する場合は、計算時間や計算コストを抑えるために、正確ではないが、それらしく見れば良いということに重点をおいて画像を生成するケースが多い。

板ガラスに剛体の小球が衝突した場合に発生するひび割れも、身近に観察できる自然形状の1つである。ひび割れは破壊現象によって生成されるが、力学的な手法によって現象を解析し、ひび割れ形状を求めるのは容易ではない。また、ひび割れの視覚的な表現に関する研究はあまり行われていない<sup>3),4)</sup>。

本研究の目的は、破壊現象によって生じるひび割れ形状をCGによって表現する一手法を提案し、画像を生成することである。実際のひび割れ形状は、同一の

設定で実験を行っても試験片ごとにすべて異なる。そこで本論文では、ひび割れはその発生と成長において確率的な性質を持つと仮定し、ひび割れの確率モデルを提案する。そして、板ガラスに剛体の小球が衝突したときに生じるひび割れを対象として、現実感のあるひび割れ形状の生成を行う。

本論文で提案する手法は、物理的な正確さよりも、ひび割れ形状らしく見える画像を生成することに重点を置いており、用いた方法やパラメータなどには厳密な物理的意味はない。しかしながら、これまでにCGによって板ガラスのひび割れを表現する手法は提案されておらず、本手法はその初めての試みとして意義があると考えられる。また、板ガラスのひび割れ形状に似た特徴をもつ他の自然形状に対しても、本手法と同様な解析および表現手法を適用できるよう研究中である。

## 2. ひび割れに関する研究

これまでに行われている破壊現象およびひび割れに関する研究には次のようなものがある。

- (1) 力学的な解析に基づく研究
- (2) ひび割れ形状のフラクタル性に関する研究
- (3) 統計的な特徴解析に基づくひび割れの性質に関する研究

上記(1)の研究は主として破壊力学の分野で行われている。金属やガラスなどの物質は、巨視的には均一に見えても、微視的に観察すると不均一な組成になっている。このため物体の内部には歪に対する強度が部分的に異なり、他と比べて強度の低い部分が存在する。破壊力学では、このような強度の低い部分をき裂状欠陥と仮定して物体のモデル化を行っている。そして、これらの欠陥周辺での応力状態を解析することに

† A CG Representation Method of Cracks on a Plate Glass by TAKESHI AGUI, KOICHI MORIYAMA, TOMO HARU NAGAO and MASAYUKI NAKAJIMA (Imaging Science and Engineering Laboratory, Tokyo Institute of Technology).

\*\* 東京工業大学像情報工学研究施設

よって物体の破壊を説明している<sup>5)</sup>。

また上記(2)の研究では、岩石やガラスなどの脆性破壊によって生じるパターンがフラクタル性を持つことが確かめられている<sup>6)</sup>。

さらに上記(3)の研究では、板ガラスの試験片に対して行った種々の実験結果が報告されている。また、粘着度の異なる泥状物質が乾燥した場合に発生するひび割れについても、特徴解析を行った結果が報告されている<sup>7)</sup>。最近、CG の分野でも、統計的な解析に基づくひび割れ形状の生成手法が提案されている<sup>8)</sup>。この手法は、泥状物質を乾燥させた場合に生じるひび割れを対象としたものであり、ひび割れの発生および成長の過程を簡単な規則でモデル化している。

上記(1)および(2)の研究の目的は、ひび割れの理論的な解析であり、得られた形状の類似性には重点が置かれていない。これらに対し上記(3)の研究では、生成した画像の現実感に重点が置かれている。本論文では、上記(3)の研究の立場をとる。すなわち、物理的な正確さよりも、それらしく見える画像を、より簡単に生成することを試みる。

### 3. ひび割れの特徴解析と確率モデル

CG でひび割れを表現するためには、ひび割れの発生と成長の過程をモデル化する必要がある。板ガラス上に剛体の小球が落下して発生するひび割れの本数は、ポアソン分布に従うことが知られている<sup>9)</sup>。このことから、ひび割れの持つ性質を確率モデルを用いて表すことができると考えられる。ここでは、実際のひび割れ形状の特徴を解析する手法と、その解析結果について述べる。そして、その解析結果に基づいたひび割れの確率モデルを提案する。

#### 3.1 実際のひび割れの特徴解析

##### 3.1.1 ひび割れを発生させる手法

板ガラス上に剛体の小球を自由落下させて、ひび割れを発生させる実験を行った。以下、この実験で発生させたひび割れのことを、単にひび割れと呼ぶ。

実験には厚さ 2 mm, 一辺 30 cm の正方形の板ガラスを用いた。剛体の小球として直径 2.5 cm, 質量約 65 g の鉄球を用い、小球を板ガラスの中央上方 2m, の位置から自然落下させた。また、板ガラスの下には、紙を数枚重ねて敷いた。小球の落下点を中央付近に保ち、かつ自由落下させることが容易になるようにするため、小球の支持には電磁石を用いた。また、小球と板ガラスの衝突を 1 回にするために、板ガラス上に落

下した後、はね上がった小球を取り除くようにした。

以上に述べた設定を用いて実験を行い、板ガラスにひび割れを発生させた。実験には板ガラス 19 枚を用いた。個々の板ガラスに発生したひび割れを  $cr_1 \sim cr_{19}$  と呼ぶ。得られたひび割れの例を図 1 に示す。

##### 3.1.2 特徴解析の手法

板ガラスに発生したひび割れは、小球の落下点付近から放射状に発生するひび割れと、落下点を中心として同心円状に発生するひび割れに大分類できる。以下、前者を“放射状のひび割れ”と呼び、後者を“円状のひび割れ”と呼ぶ。また、放射状のひび割れの中で、板ガラスの縁まで達するものを、特に“大きなひび割れ”と呼ぶことにする。ここでは、形状から得られる特徴として次に示す点に注目する。

- (1) 放射状のひび割れの総本数と大きなひび割れの本数との関係
- (2) 放射状のひび割れの進行方向の変化を表す角度
- (3) 円状のひび割れの半径と放射状のひび割れの総本数との関係

ほかにも特徴と考えられるものがあるが、これら 3 つの特徴に着目して板ガラスのひび割れ形状の生成を行ったところ、後に示すように良好な結果を得た。このため、他の特徴については本研究では検討しなかつ

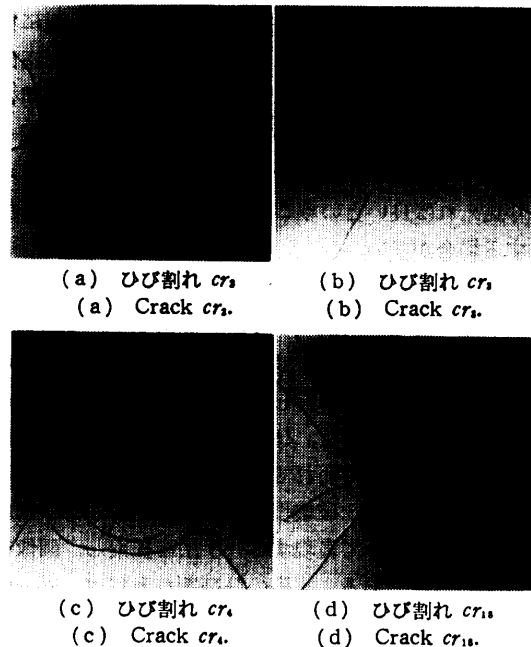


図 1 実験で得られた実際のひび割れの例  
Fig. 1 Examples of real cracks obtained from experiments.

た。

放射状のひび割れの総本数は、小球の落下点付近をルーペで拡大し、目視で識別できるひび割れの本数を数えて求めた。また、放射状のひび割れの進行方向の変化を表す角度と、円状のひび割れの半径を求めるために、次に述べる手法を用いてひび割れを線分の集合で近似した。

まず、ひび割れの真上にスチルカメラを設置し、ひび割れの撮影を行う。撮影した写真をイメージスキャナを用いて 640×640 画素、白黒 256 階調で計算機に入力し、原画像とする。イメージスキャナの読み取り密度は 320 dpi とした。次に、原画像を 3×3 画素の平均値フィルタを用いて平滑化した後、2 値化する。2 値化に用いたしきい値は、各原画像ごとに対話的に決定した。2 値化した画像では、ひび割れはある太さを持った線図形となる。この線図形に対し、図 2 に示すように、線の両側にそれぞれ 1 個ずつ設定した L および R の追跡点の組を、線に沿って一定距離  $a$  ずつ移動させる 2 点追跡法<sup>9)</sup>によって、線図形の追跡処理を行う。図 2 中の 2 つの追跡点 L および R の中点 C をひび割れの特徴点とし、それらの特徴点間を直線で接続することによって、ひび割れを折れ線近似する。ここで  $a$  の値は、試行実験の結果から 10 画素とした。

放射状のひび割れの進行方向の変化を表す角度  $\theta$  を求める様子を図 3 に示す。図 3 において  $S_i$  と  $S_{i+1}$  は、近似したひび割れを表す線分である。同図では、ひび割れは  $S_i$  から  $S_{i+1}$  の方向に進んでいる。そこで、 $\theta_i$  は  $S_i$  の延長線と  $S_{i+1}$  のなす角度として求める。また、進行方向に対して反時計周りに方向変化した場合は  $\theta_i$  の符号を正とし、時計周りに方向変化した場合は

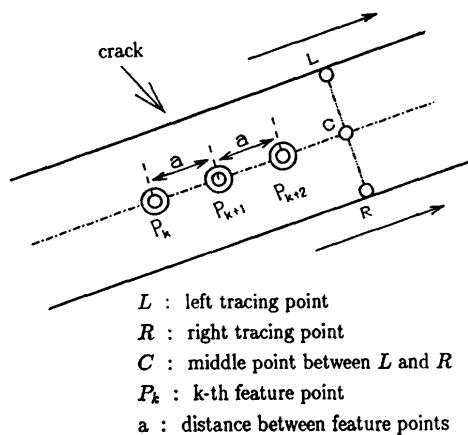


図 2 特徴点の抽出過程  
 Fig. 2 Extraction process of feature points.

は  $\theta_i$  の符号を負とする。

円状のひび割れの半径  $d$  は、図 4 に示すように、線分の端点と小球の落下点との距離  $d_i$  として求める。

3.1.3 解析結果

表 1 に放射状のひび割れの総本数および大きなひび割れの本数を示す。また、円状のひび割れが発生したものについては、その半径の平均値も示す。

図 5 に上記の進行方向の変化を表す角度  $\theta$  の分布の例を示す。角度  $\theta$  の分布は  $0^\circ$  付近を平均としてほぼ対称になっており、 $\theta$  のとり得る値の範囲は  $-22.5^\circ \sim 27.5^\circ$  であることがわかる。

図 6 に円状のひび割れの半径の分布の例を示す。

図 7 に放射状のひび割れの総本数と、大きなひび割れの本数との関係を示す。同図中の実線は、 $cr_1$  から

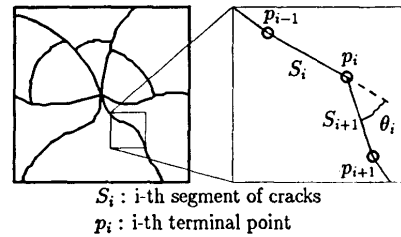


図 3 放射状のひび割れの進行方向の変化を表す角度  $\theta$  の抽出  
 Fig. 3 Extraction of  $\theta$  denoting change of running directions of a radial crack.

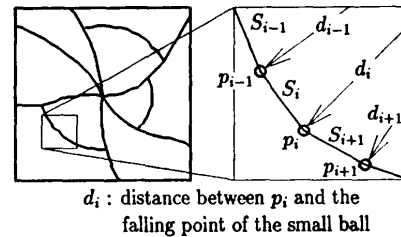


図 4 円状のひび割れの半径  $d$   
 Fig. 4 Radius  $d$  of a circular crack.

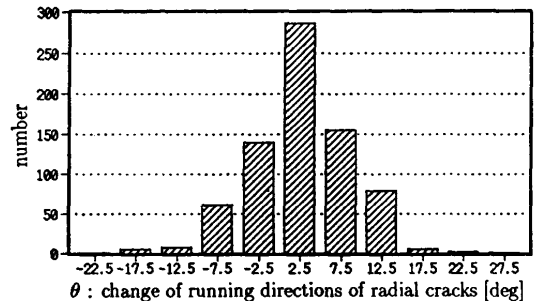


図 5  $cr_1$  から  $cr_6$  における放射状のひび割れの進行方向の変化  $\theta$  のヒストグラム  
 Fig. 5 Histogram of  $\theta$  denoting change of running directions of radial cracks in  $cr_1$  to  $cr_6$ .

$cr_{19}$  のデータから求めた次式に示す回帰直線である。

$$N = 0.606 \cdot M + 3.293 \quad (1)$$

ただし、 $N$  : 大きなひび割れの本数、

$M$  : 放射状のひび割れの総本数。

この回帰直線の相関係数の値は 0.936 であった。このことから、放射状のひび割れの総本数と大きなひび割れの本数は、ほぼ比例関係になっていることが分かる。

図 8 に円状のひび割れの半径と、放射状のひび割れの総本数との関係を示す。同図中の実線は、 $cr_1$  から

表 1 ひび割れの本数と円状のひび割れの平均半径  
Table 1 Number of cracks and average radius of circular cracks.

データ名	$M$ [本]	$N$ [本]	$d_{ave}$ [mm]
$cr_1$	70	9	80.24
$cr_2$	113	9	66.13
$cr_3$	115	9	66.74
$cr_4$	145	12	109.18
$cr_5$	148	13	84.10
$cr_6$	151	12	88.11
$cr_7$	168	15	92.93
$cr_8$	173	13	94.30
$cr_9$	195	15	104.21
$cr_{10}$	24	5	
$cr_{11}$	44	6	
$cr_{12}$	49	5	
$cr_{13}$	49	5	
$cr_{14}$	49	6	
$cr_{15}$	49	7	
$cr_{16}$	53	6	
$cr_{17}$	59	6	
$cr_{18}$	72	10	
$cr_{19}$	92	7	

$M$  : 放射状のひび割れの本数、 $N$  : 大きなひび割れの本数、 $d_{ave}$  : 円状のひび割れの平均半径

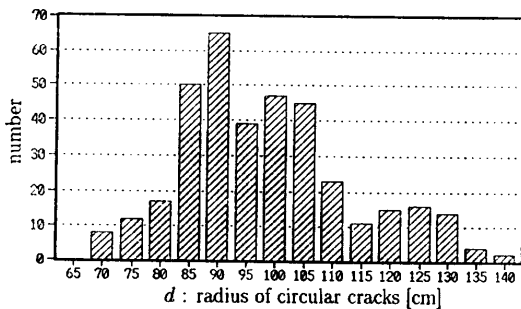


図 6  $cr_1$  から  $cr_6$  における円状のひび割れの半径  $d$  のヒストグラム

Fig. 6 Histogram of radius  $d$  of circular cracks in  $cr_1$  to  $cr_6$ .

$cr_9$  のうち、他と大きく異なる  $cr_1$  と  $cr_4$  を除いて求めた回帰直線であり、次式で表される。

$$d_{ave} = 0.470 \cdot M + 13.90 \quad (2)$$

ただし、 $d_{ave}$  : 円状のひび割れの半径の平均、

$M$  : 放射状のひび割れの総本数。

この回帰直線の相関係数の値は 0.994 であった。このことから、円状のひび割れの半径の平均値と放射状のひび割れの総本数も、ほぼ比例関係になっていることが分かる。

以上に述べた解析結果のほかに、ひび割れの形状を観察して得られた特徴を次に示す。

- ①放射状のひび割れは、小球の落下点付近では、ほぼ直線とみなすことができる。落下点から遠ざかるにつれて進行方向が変化している。
- ②隣合う大きなひび割れのなす角度はほぼ一定である。

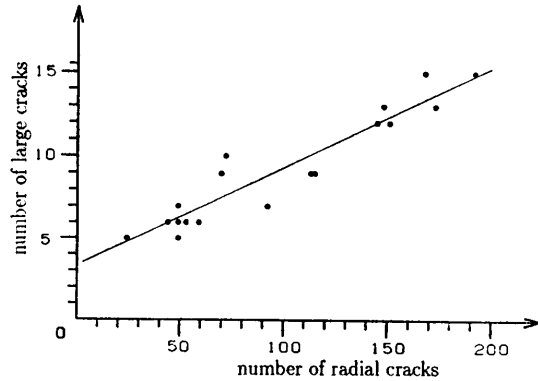


図 7 放射状のひび割れの本数と大きなひび割れの本数との関係

Fig. 7 Relation between number of radial cracks and number of large cracks.

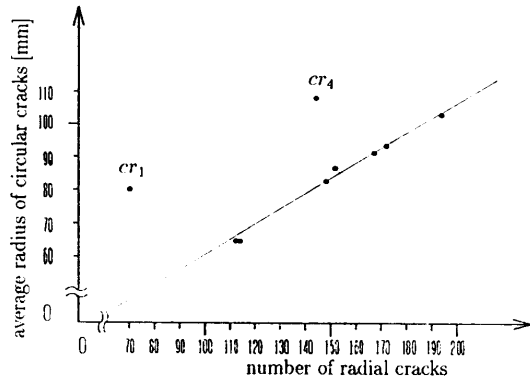


図 8 放射状のひび割れの本数と円状のひび割れの平均半径との関係

Fig. 8 Relation between number of radial cracks and average radius of circular cracks.

### 3.2 ひび割れの確率モデル

本節では、前節で述べた解析結果に基づいてひび割れの確率モデルを提案する。このモデルは、パラメータとして放射状のひび割れの総本数  $M$  を持つ。確率モデルが持つひび割れの発生および成長規則を次の①から⑧に示す。

- ①放射状のひび割れは小球の落下点付近から発生す。
- ②大きなひび割れの本数  $N$  は  $M$  によって決まる。また、隣合う大きなひび割れのなす角度はほぼ一定になる。
- ③発生直後のひび割れは、進行方向の大きな変化を起こさない。
- ④円状のひび割れの半径を  $d$  とすると、 $d$  は、最小値  $d_{\min}$  と最大値  $d_{\max}$  の範囲内の値を取り得る。また、 $d$  の平均値  $d_{\text{ave}}$  と  $d_{\min}$ ,  $d_{\max}$  は  $M$  によって決まる。
- ⑤円状のひび割れは、半径  $d$  によって決まる円に沿って成長する傾向を持つ。
- ⑥成長中のひび割れの進行方向を表す角度を  $\theta$  とすると、 $\theta$  のとり得る値の頻度は正規分布に従う。
- ⑦成長中のひび割れの先端は、互いに遠ざかる方向に進む性質を持つ。
- ⑧ひび割れの先端は、他のひび割れ、または板ガラスの縁に垂直に交わる方向に進む性質を持つ。

上記に示した成長規則の中で、①から⑥は、前節で述べた解析結果から導いたものである。⑦および⑧は、次に示す理由による。

ひび割れは、物体に生じた歪を解消するために発生すると考えられる。このことから、個々のひび割れは、合流するよりも別々の方向に成長した方が効率よく歪を解消できると考えられる。⑦はこの仮定から導いたものである。また、今回の実験方法で板ガラスに衝撃を与えた場合、板ガラスの縁などの自由端に発生する引張り応力の方向は縁に平行になる。一方、ひび割れは引張り応力と垂直な方向に進むという性質を持つ。これらの理由から⑧に示す成長規則を導いている。

## 4. ひび割れ形状の生成

### 4.1 確率モデルの補足

3章で提案した確率モデルは、それぞれのひび割れの成長速度、および円状のひび割れの開始点とその数に関する具体的な内容を含んでいない。そこで、まず

これらに関する設定を確率モデルに補足する。

ひび割れを発生させる板ガラスを  $G$  とし、図9に示すような格子座標系を対応させる。この座標系は、 $x$  方向に  $W$  個、 $y$  方向に  $H$  個の格子点群からなり、格子点間の距離は  $x$  方向、 $y$  方向ともに等しいものとする。 $G$  上の任意の点を小球の落下点  $L$  として選ぶ。

#### 4.1.1 ひび割れの成長速度について

一枚の板ガラスに発生したひび割れは、各種類ごとにみても一本一本の長さが異なる。このことから、ひび割れの成長速度は一定ではなく、各種類ごとにある範囲内に分布していると考えられる。そこで成長速度の大きさのある範囲内の値をとり得る乱数を用いて設定する。用いる乱数は正規乱数または一様乱数とする。

#### 4.1.2 円状のひび割れ開始点について

表1から、放射状のひび割れの総本数  $M$  が100以下の場合には円状のひび割れがほとんど発生していないことがわかる。 $M$  の値が大きくなるに従って円状のひび割れが発生し、その半径の平均値も大きくなる。このことから、開始点の数とその位置は  $M$  の値に応じて変化するものと考えられる。そこで、円状のひび割れの開始点の数  $R$  が  $M$  と比例関係にあると仮定して、 $R$  を式(3)から求めることにする。

$$R = \begin{cases} [a \times M + b] & (M > A) \\ 0 & (M \leq A) \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 $a, b$ : 実数の定数、 $[ ]$ : ガウス記号、 $A$ :  $M$  に対するしきい値。

開始点の配置例を図10に示す。小球の落下点  $L$  から各開始点に向かうベクトルを考え、隣接するベクトルのなす角度  $\theta$  が等しくなるように開始点を設定する。この設定は、先に3.1.3項で述べた、観察の結果として得た板ガラスのひび割れ形状の特徴②を用いたものである。 $\theta$  は式(4)を用いて定める。

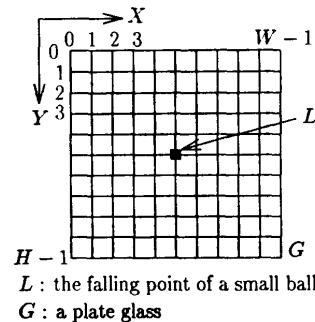


図9 格子座標系

Fig. 9 A lattice coordinate system.

$$\theta = 2\pi/R \quad (4)$$

円状のひび割れの半径  $d$  は、その平均値が  $M$  とほぼ比例関係にあることが分かっている。しかし、 $d$  の分布を表すヒストグラムの形は個々のひび割れごとに異なっており、一定の傾向を求めることは難しい。そこで、 $d$  の分布を正規分布または一様分布と仮定する。そして、得られる値の頻度がこれらの分布に従う乱数を用いて半径  $d$  の値を定める。また、円状のひび割れ開始点からは2本のひび割れが発生するものとする。

4.2 ひび割れ形状の生成手法

本論文では、ひび割れは枝別れをしないものとする。また、以下の説明で用いる  $\text{Rand}(x)$  は正規乱数または一様乱数を与える関数であり、最小値  $(1-z) \cdot x$  から最大値  $(1+z) \cdot x$  の範囲内の値を取り得るものとする。

4.2.1 ひび割れの初期設定

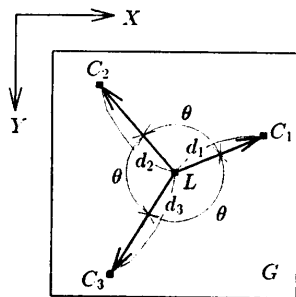
発生するひび割れの数、開始点の位置および初期成長速度の設定について述べる。ここでは、簡単のため成長速度の大きさは時間的に変化しないと仮定する。

(1) 発生するひび割れの数の決定

板ガラス上に小球が落下した場合に生じる放射状のひび割れの本数  $M$  は、ほぼポアソン分布に従うことが知られている<sup>8)</sup>。また、大きなひび割れの本数  $N$  は、 $M$  と比例関係にあることが分かっている。そこで、 $\text{Poisson\_Rand}(x)$  を、 $x$  を平均値とし、取り得る値の頻度がポアソン分布に従うような乱数を与える関数であるとして、 $M, N$  を式(5)、式(6)によって設定する。

$$M = \text{Poisson\_Rand}(M_{ave}) \quad (5)$$

$$N = [e \times M + f] \quad (6)$$



$C_i$ : starting point of  $i$ -th circular crack  
 $d_i$ : radius of  $i$ -th circular crack

図10 円状のひび割れ開始点の設定  
 Fig. 10 Setting of starting points of circular cracks.

ただし、 $M_{ave}$ :  $M$  の平均値、 $e, f$ : 実数の定数、 $[\ ]$ : ガウス記号。

また、円状のひび割れ開始点の個数  $R$  は式(3)を用いて設定する。

(2) ひび割れ開始点の設定

すべての放射状のひび割れの開始点を小球の落下点  $L$  に設定する。

円状のひび割れの開始点を  $C_i$  ( $i=1 \sim R$ ) と表す。 $C_i$  は、図10に示したように設定する。ここで、半径  $d_i$  は式(7)、式(8)を用いて決定する。

$$d_{ave} = g \times M + h \quad (7)$$

$$d_i = \text{Rand}(d_{ave}) \quad (8)$$

ただし、 $d_{ave}$ :  $d_i$  の平均値、 $g, h$ : 実数定数。また、図10に示した角度  $\theta$  は式(4)から求める。

(3) 成長速度の初期設定

それぞれの開始点から発生するひび割れについて、成長速度の初期設定を行う。

ただし、ここで用いた設定には、実験等による物理的な裏付けはなく、板ガラスのひび割れ形状の最終的な結果から類推したものである。

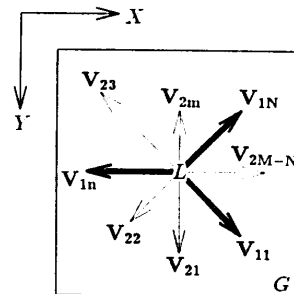
まず、放射状のひび割れについて述べる。大きなひび割れの成長速度ベクトルを  $V_{1n}$ 、それ以外の放射状のひび割れの成長速度ベクトルを  $V_{2m}$  と表す。また、その大きさを  $V_{1n}, V_{2m}$  と表す。 $V_{1n}, V_{2m}$  は、式(9)、式(10)を用いて定める。

$$V_{1n} = \text{Rand}(V_{1ave}) \quad (n=1 \sim N) \quad (9)$$

$$V_{2m} = \text{Rand}(V_{2ave}) \quad (m=1 \sim M-N) \quad (10)$$

ただし、 $V_{1ave}$ :  $V_{1n}$  の平均値、  
 $V_{2ave}$ :  $V_{2m}$  の平均値。

図11に、放射状のひび割れの初期成長速度を表すベクトルを示す。ここでは、隣接する2本のベクトルのなす角度が、それぞれ等しくなるように設定する。



$V_{1n}$ : growing speed of  $n$ -th large crack  
 $V_{2m}$ : growing speed of  $m$ -th radial crack

図11 放射状のひび割れの初期成長速度  
 Fig. 11 Initial growing speeds of radial cracks.

また、大きなひび割れの成長速度ベクトルは、できるだけ位置が偏らないように配置する。

次に、円状のひび割れについて述べる。円状のひび割れ開始点  $C_i$  からは、2本のひび割れが発生する。その様子を、図12に示す。図12において、 $V_{3i}^+$  は、 $C_i$  から反時計方向に成長するひび割れの成長速度を表す。また、 $V_{3i}^-$  は  $C_i$  から時計方向に成長するひび割れの成長速度を表す。また、その大きさはともに等しいものとし、式(11)を用いて設定する。

$$V_{3i}^+ = V_{3i}^- = \text{Rand}(V_{3ave}) \quad (11)$$

ただし、 $V_{3ave}$ :  $V_{3i}^+$  または  $V_{3i}^-$  の平均値。

#### 4.2.2 ひび割れ形状の成長規則

ここでは、ひび割れの成長規則について述べる。

ただし、ここで用いた設定は、4.2.1 項(3)の成長速度の初期設定の場合と同様に、実験等による物理的な裏付けはない。

ひび割れの成長する方向は、その先端が持つ成長速度と、先端を含む局所領域の状態によって定まるものとする。局所領域として、矩形領域、円形領域および扇状領域について画像を生成する予備実験を試みたところ、扇状領域の場合に良好な結果を得たので、ここでは、局所領域として扇状領域を用いることにした。この扇状領域は、ひび割れの成長方向に対して、中心角  $\phi$ 、半径  $B$  を持つ扇形の内部である。図13に、扇状領域を図示する。

現在注目しているひび割れの先端を  $w$  とする。扇状領域  $S$  の状態から、 $w$  には次に示す2種類の力が作用するものとする。

- (1)  $S$  内に他のひび割れの先端が存在する場合、その先端から遠ざかる方向を持つ力  $F_1$  が  $w$  に作用する。 $F_1$  の大きさは、2つの先端間の距離の2乗に反比例する。

- (2)  $S$  内にひび割れまたは板ガラスの縁が存在する場合、これらに垂直に交わる方向を持つ力  $F_2$  が  $w$  に作用する。 $F_2$  の大きさは、 $w$  とひび割れまたは縁との最短距離の2乗に反比例する。

図13に  $F_1$  と  $F_2$  を示す。

このほかに、 $w$  には力の方向を表す角度が正規乱数で与えられるような力  $F_3$  が作用するものとする。 $F_3$  を考慮しない場合についても検討したが、 $F_3$  を設定した方が、より現実感ある板ガラスのひび割れ形状を得ることができたため、ここでは  $F_3$  を考慮することにする。

これら3種類の力が作用して  $w$  の成長する方向が変化する。ただし、方向の変化は、 $w$  の成長方向に対して  $\pm\theta_{th}$  の範囲内に制限されるものとする。

以上述べた成長規則を用いてひび割れを成長させる。ある時刻  $t$  における  $w$  の位置ベクトルを  $w(t)$ 、成長速度ベクトルを  $v(t)$  で表し、 $F_1, F_2, F_3$  の合力を  $F$  で表す。このとき、時刻  $t+dt$  における  $w$  の位置ベクトルと速度ベクトルを、次式によって決定する。

$$\theta_t = \text{angle}(F) \quad (12)$$

$$\theta_w = \text{angle}(v(t)) \quad (13)$$

$$\theta_{diff} = \text{range}(\theta_t - \theta_w) \quad (14)$$

$$\theta_{rt} = \theta_{diff} \cdot \text{weight}(t) \quad (15)$$

$$v(t+dt) = \text{rotate}(v(t) \cdot \theta_{rt}) \quad (16)$$

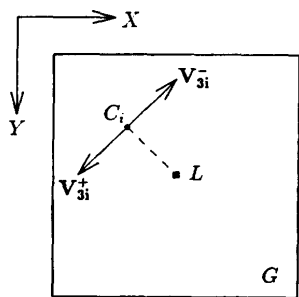
$$w(t+dt) = r(t) + v(t+dt) \cdot dt \quad (17)$$

ただし、 $\theta_t, \theta_w$ :  $F, v(t)$  の方向の角度、

$\theta_{diff}$ :  $\theta_t$  と  $\theta_w$  の差、

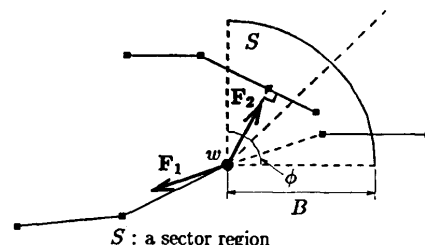
$\theta_{rt}$ :  $v$  を回転させる角度、

$\text{angle}(p)$ :  $p$  の方向を示す角度を与える関数、



$C_i$ : starting point of  $i$ -th circular crack  
 $V_{3i}^+$ : counterclockwise growing speed of  $i$ -th crack  
 $V_{3i}^-$ : clockwise growing speed of  $i$ -th crack

図12 円状のひび割れの初期成長速度  
 Fig. 12 Initial growing speeds of a circular crack.



$S$ : a sector region  
 $B$ : radius of  $S$ ,  $\phi$ : angle of  $S$   
 $w$ : current terminal point of a crack

図13  $w$  に作用する2種類の力  $F_1$  と  $F_2$   
 Fig. 13 Two kinds of forces  $F_1$  and  $F_2$  affect on  $w$ .

rotate( $\mathbf{p}, \theta$ ):  $\mathbf{p}$  を  $\theta$  だけ回転させたベクトルを与える関数,

range( $x$ ): 式(18)に示す値を与える関数,

$$\text{range}(x) = \begin{cases} x & (-\theta_{th} \leq x \leq \theta_{th}) \\ -\theta_{th} & (x \leq -\theta_{th}) \\ \theta_{th} & (x \geq \theta_{th}) \end{cases} \quad (18)$$

weight( $z$ ):  $\theta_{ri}$  に対する次式で定義される重み.

$$\text{weight}(z) = 1 - \exp(-z/T) \quad (19)$$

ただし,  $T$ : 実数の定数.

weight( $z$ ) を用いることによって, 発生直後におけるひび割れの成長方向の変化を小さくすることができる. weight( $z$ ) は, 発生直後のひび割れは進行方向に大きな変化を起こさないという成長規則を, 生成手法に取り入れるために用いる.

ここで述べた手法を用いてひび割れを成長させる.

### 4.2.3 ひび割れの停止条件

ひび割れの成長が停止する条件を次に示す.

- (1) ひび割れの先端が, 他の既に存在するひび割れ, または板ガラスの縁と交わる場合は, そのひび割れの成長を停止する.
- (2) ひび割れの発生によって, 板ガラス内にひび割れに囲まれた領域が発生する場合がある. 囲まれた領域が発生した時点でこの領域内に存在するひび割れは成長を停止する.

### 4.3 形状の生成と結果の検討

前節で述べた手法を用いて, ひび割れ形状の生成実験を行った. なお, 実験ではパラメータを変えながら画像の生成を試みているが, これは, 例えば板ガラスの厚みの違いやもろさなどの, 物理的な性質に対応しているわけではない.

実験に用いたパラメータの中で, あらかじめ値を設定したものを表2に示す. また, 4.2.2 項で述べた扇状領域の中心角は  $100^\circ$ , 半径は 50 画素に設定した.

表2 実験に用いたパラメータ  
Table 2 Parameters used for experiments.

式番号	パラメータ	値
3	$A$	70
6	$e$	0.0606
6	$f$	3.293
7	$g$	0.470
7	$h$	13.90
18	$\theta_{th}$	30
19	$T$	10

Rand( $x$ ) に用いた  $z$  の値は 0.3 に設定した. ここに示したパラメータの中で, 式(19)の  $T$  と Rand( $x$ ) に用いた  $z$  の値は, 事前に数回の実験を行って求めたものである. その他は3章で行った解析から得たものを用いている.

実験では, 板ガラスとして一辺 640 画素の正方形を用いた. 小球の落下点の座標は (320, 320) とした. また, 大きなひび割れと円状のひび割れがすべて停止した段階で形状の生成を終了させた. 実験で得られた結果を図14~図16に示す. なお, 結果の生成はワークステーション Sun 3/80 を用いて行い, 1枚の画像の生成に約4分を要した.

図14は, 大きなひび割れの成長速度の平均値  $V_{1,ave}$  の値を変化させた場合の例である. 初期設定には正規乱数を用いた. 図14(a)~(d)のそれぞれのパラメータは次に示すとおりである.

- (a)  $M=113, R=6, N=11, V_{1,ave}=30, V_{2,ave}=5, V_{3,ave}=10$
- (b)  $M=104, R=5, N=10, V_{1,ave}=40, V_{2,ave}=5, V_{3,ave}=10$
- (c)  $M=113, R=6, N=11, V_{1,ave}=50, V_{2,ave}=5, V_{3,ave}=10$
- (d)  $M=95, R=5, N=10, V_{1,ave}=60, V_{2,ave}=5, V_{3,ave}=10$

同図から,  $V_{1,ave}$  の値が大きくなるにつれて成長方向の変化が小さくなり, 直線的なひび割れになっている

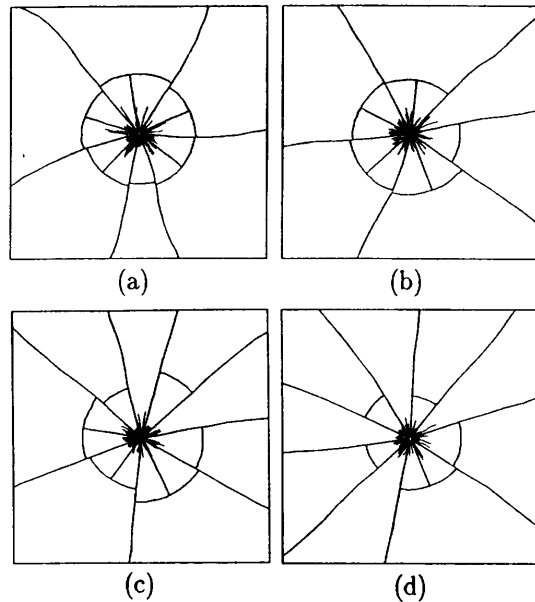


図14 いくつかの  $V_{1,ave}$  を用いて生成したひび割れ  
Fig. 14 Generated cracks using several  $V_{1,ave}$ s.



ことが分かる。  $V_{1ave}$  の値を大きくすると、大きなひび割れの単位時間あたりに進む距離が長くなる。このため、大きなひび割れは早い時刻で板ガラスの縁に到達する。時刻  $t$  の値が小さいと、式(15)に用いた重み関数  $weight(t)$  の値も小さくなるので、方向変化の度合いが小さくなる。実際のひび割れ形状の持つなめら

さを表現するためには、ひび割れの成長速度の大きさは、40 画素以下にする必要があるものと考えられる。

図 15 は、成長速度および円状の半径の設定に正規乱数を用いた場合の結果の例である。図 15 (a)~(d) に用いたパラメータを次に示す。

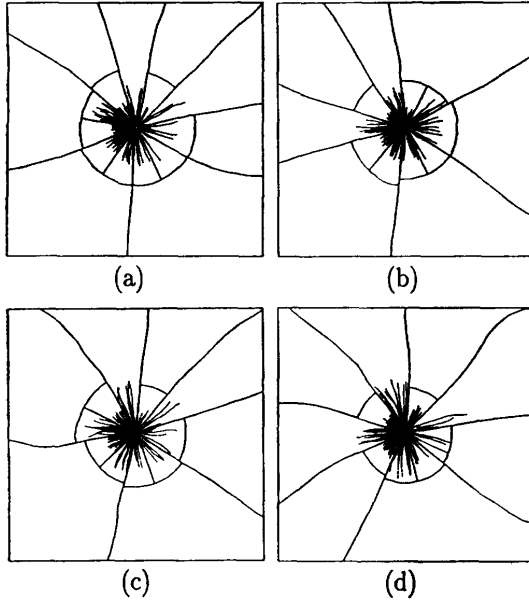


図 15 正規乱数を用いて生成したひび割れ  
Fig. 15 Generated cracks using normal random numbers.

- (a)  $M=114, R=6, N=11, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$
- (b)  $M=98, R=5, N=10, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$
- (c)  $M=105, R=5, N=10, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$
- (d)  $M=92, R=5, N=9, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$

図 16 は、一様乱数を用いた場合の結果の例を示す。図 16 (a)~(d) に用いたパラメータを次に示す。

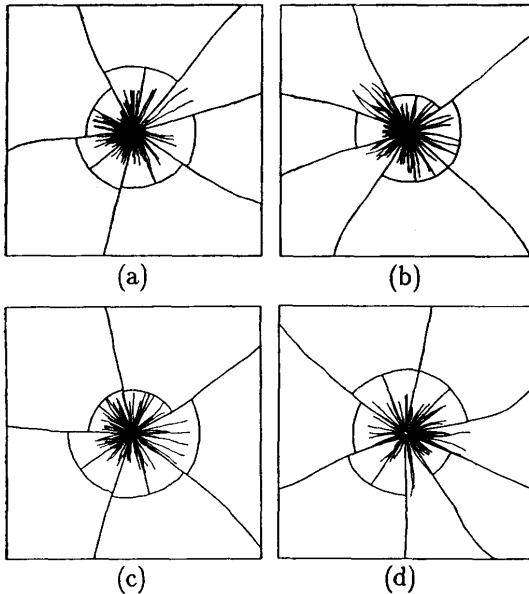


図 16 一様乱数を用いて生成したひび割れ  
Fig. 16 Generated cracks using uniform random numbers.

- (a)  $M=104, R=5, N=10, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$
- (b)  $M=89, R=4, N=8, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$
- (c)  $M=108, R=5, N=9, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$
- (d)  $M=96, R=5, N=10, V_{1ave}=40, V_{2ave}=10, V_{3ave}=10$

図 15 と図 16 の 2 種類の結果を比較すると、用いた乱数の性質に関わらず、ほぼ同一とみなせる形状が生成されていることが分かる。このことから、生成される形状は、乱数の性質から大きな影響を受けないことが考えられる。図 15 および図 16 では、用いた乱数による形状の違いを比較するために、各ひび割れの成長速度および  $M_{ave}$  の値を等しくしている。このため、大きなひび割れの数  $N$ 、円状のひび割れの数  $R$  の値がほぼ一定になり、板ガラス  $G$  内に発生するひび割れの分布もほぼ同一になる。

図 14~図 16 の生成結果と図 1 に示した実際のひび割れ形状を比較すると、本手法によって現実感のあるひび割れ形状が得られていることが確認できる。

### 5. おわりに

本論文では、板ガラスに剛体の小球が落下したときに生じるひび割れを表現する手法について述べた。はじめに、ひび割れおよび破壊現象に関する従来の研究について簡単に述べた後、実際のひび割れ形状の特徴解析結果について述べた。そして、特徴解析の結果に

基づくひび割れの確率モデルを提案した。この確率モデルでは、ひび割れの発生や成長を簡単な規則を用いて表した。次に、確率モデルに基づくひび割れ形状の具体的な生成手法を提案し、形状の生成を行った。形状生成結果から、本手法によって現実感のあるひび割れ形状を表現できることを確認した。本手法では、物理的な正確さよりも、それらしく見える画像を生成することに重点を置いた。このため、採用した方法およびパラメータには、実験などによる物理的な裏付けはない。しかしながら、CGで板ガラスのひび割れ形状を生成する初めての試みとして意義がある。

本論文では、簡単のため、ひび割れを枝別れしない2次元の形状として扱った。しかしながら、実際のひび割れは3次元の構造を持ち、成長の過程において枝別れするものもある。このため、より現実感のあるひび割れ形状を表現するためには、これらの課題を解決する生成手法を開発する必要がある、今後も検討を続ける予定である。

### 参 考 文 献

- 1) Gallagher, R. S. and Nagtegaal, J. C.: An Efficient 3-D Visualization Technique for Finite Element Models and Other Coarse Volumes, *SIGGRAPH*, Vol. 23, No. 3, pp. 185-194 (1989).
- 2) 古賀, 周藤: グラフィックス技術の医療への応用, 情報処理学会技術報告, 90-CG-43-5 (1990).
- 3) 中嶋, 森山, 安居院: 確率モデルを用いた割れ目形状の生成, *テレビ学技報*, Vol. 14, No. 37, pp. 13-18 (1990).
- 4) 千葉, 海野, 和田, 村岡: ひび割れの行動モデルとそのCGへの応用, *信学論*, Vol. J73-D-II, No. 10, pp. 1742-1750 (1990).
- 5) 白鳥: 破壊のシミュレーション, *シミュレーション*, Vol. 5, No. 2, pp. 9-17 (1986).
- 6) Takayasu, H.: A Deterministic Model of Fracture, *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 74, No. 6, pp. 1343-1345 (1985).
- 7) 平田: キリンのまだら, 中央公論社, pp. 19-53 (1975).

- 8) 寺尾: 破壊の秘密, 法政大学出版局, pp. 144-151 (1968).
- 9) 安居院, 中嶋: 画像工学の基礎, 昭見堂, pp. 135-136 (1986).

(平成3年11月1日受付)

(平成4年7月10日採録)



安居院 猛 (正会員)

昭和34年東京工業大学工学部電気卒業。昭和39年同大学院博士課程修了。現在、同大像情報工学研究施設教授。制御理論, 印写機器, コンピュータ・アニメーションなどの研究に従事。工学博士。著書「画像工学の基礎」(昭見堂) ほか。



森山 耕一 (正会員)

平成元年九州工業大学工学部制御卒業。平成3年東京工業大学大学院修士課程修了。同年マツダ(株)に入社。在学中コンピュータグラフィックスの研究に従事。



長尾 智晴 (正会員)

昭和57年東京理科大学理学部応物卒業。昭和59年東京工業大学大学院修士課程修了。現在、同大像情報工学研究施設助手。画像のパターン認識, 画像生成等の研究に従事。工学博士。



中嶋 正之 (正会員)

昭和44年東京工業大学工学部電気卒業。昭和50年同大学院博士課程修了。現在、同大工学部電気・電子工学科教授。コンピュータ・グラフィックス, 画像処理などの研究に従事。工学博士。著書「コンピュータグラフィックス」(昭見堂) ほか。