

## ホップフィールドニューラルネットの重みの決定法とその評価

阿 部 重 夫†

ニューロンの出力関数を区分線形関数としたときに超立方体の頂点がホップフィールドネットの極小解になる条件を明らかにする。さらにこれに基づき、制約条件を満たす解がすべて安定となるようにエネルギー関数中の重みを決定する方法を導く。ついで巡回セールスマン問題に上記方法を適用し、10都市、20都市、30都市の巡回セールスマン問題の数値計算により次のことを示す。(1)初期値を一樣乱数で設定したとき上記決定法で定まる値より制約条件の重みを大きくすると制約条件を満たす解が常に求まる。このとき解の質は重みの値が小さいほどよい。(2)初期値をすべて同一に設定したうえで微小外乱を加えると初期値を超立方体内部の平衡点のまわりに設定したのと等価であり一樣乱数よりも解の質が改善されしかも外乱が小さいほうがよい。上記の決定法で定まる値より制約条件の重みを小さくすると制約条件を満たさない解が求まるようになるが制約条件を満たす解の質は改善される。

### Determination of Weights of the Hopfield Neural Networks and Its Evaluation

SHIGEO ABE†

In this paper, assuming that the output function of a neuron is piecewise linear, we clarify the condition that a vertex or a hypercube becomes a local minimum of the Hopfield neural networks. Based on this we derive a general algorithm to determine the weights in the energy function in which all the feasible solutions become local minima. Finally we show that for the traveling salesman problem valid solutions are almost always obtained if we apply the above algorithm, and that the quality of the solutions is improved by setting the initial values around the center of the hypercube.

#### 1. はじめに

ホップフィールドがニューラルネットにより巡回セールスマン問題 (TSP) の近似解を求めようことを示してから組合せ最適化問題にニューラルネットを適用する研究が進められている<sup>1)~24)</sup>。(以下ではホップフィールドニューラルネットをホップフィールドモデルと呼ぶことにする。)ホップフィールドモデルでは組合せ最適化問題は目的関数と制約条件との重み付き和で定義されるエネルギーを最小化する連続系の微分方程式を解く問題に変換される。この微分方程式を積分することによりエネルギー関数が減少しエネルギーが極小となる解が求まるが、エネルギー関数中の重みの値の設定を誤ると制約条件を満たさない解が求まる可能性がある。

ホップフィールドモデルの問題点はエネルギー関数をどのように決めたらよいか分からない点にある。ホップフィールドの定式化ではうまく動作しないという

ことから TSP に限ってもいくつかのエネルギー関数が定義されている。しかしながら制約条件を満たす解が求められないあるいは解の質が悪いときそれを解析する手法が確立していないことから試行錯誤に頼らざるを得ず、このことがホップフィールドモデルの適用を難しくしている<sup>5)</sup>。

このようなヒューリスティックな方法に対してホップフィールドモデルの収束特性を固有値解析により行う報告がなされている<sup>18)~22)</sup>。文献20)において我々は超立方体の頂点がホップフィールドモデルの解になる条件を明らかにした。これによりすべての制約条件を満たす解が安定となるようにエネルギー関数中の重みを決定するアルゴリズムを導いた<sup>21)</sup>。またこのアルゴリズムを LSI 配置問題に適用しその有効性を確かめることができた<sup>23)</sup>。文献22)ではシグモイド関数を区分線形関数で近似し、さらに距離に関するエネルギーの成分を無視して固有値および固有値ベクトルを計算することにより制約条件を満たす解を求める方式を提案している。しかしながらこの方法をほかの組合せ問題に適用すると固有値および固有値ベクトルを計算

† 日立製作所日立研究所

Hitachi Research Laboratory, Hitachi Ltd.

し直す必要があるため実用的な方法とはいえない。

本論文では我々がすでに導いた重みの決定法をニューロンの出力関数が区分線形関数の場合に拡張し、次いでホップフィールドモデルの収束特性を数値シミュレーションで解析する。まず超立方体の頂点がホップフィールドモデルの極小点になる条件を示し、これにより制約条件を満足する解をすべて安定にする重みの決定法を示す。

さらに巡回セールスマン問題に上記方法を適用し10都市, 20都市, 30都市の巡回セールスマン問題の数値計算により上記理論の妥当性を検証するとともに最適解への収束特性について解析する。

## 2. ホップフィールドモデル

(2)式の線形制約のもとで(1)式の目的関数を最小化することを考える。

$$E_1 = \mathbf{x}' P \mathbf{x} + \mathbf{q}' \mathbf{x} \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_i' \mathbf{x} = s_i \quad i=1, \dots, l \quad (2)$$

ただし  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)'$ : 変数ベクトル,  $x_i = 1, 0$ ,

$P$ :  $n \times n$  対称行列;

$\mathbf{q}$ :  $n$  次元ベクトル;

$\mathbf{r}_i = (r_{1i}, \dots, r_{ni})'$ : 定数ベクトル。

これよりエネルギー関数  $E$  を次のように定義する。

$$E = A E_1 + B E_2 \quad (3)$$

ただし  $A, B$  は重みで  $E_2$  は等号制約(2)に対応し、次式のように(2)式の二乗を2で割り定数項を除いたものである。

$$E_2 = \mathbf{x}' R \mathbf{x} + \mathbf{s}' \mathbf{x} \quad (4)$$

ただし

$$R = \sum_{i=1}^l \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i'; \quad (5)$$

$$\mathbf{s} = - \sum_{i=1}^l s_i \mathbf{r}_i'$$

ここで

$$T = AP + BR; \quad (6)$$

$$\mathbf{b} = A\mathbf{q} + B\mathbf{s} \quad (7)$$

とすると、(3)式の  $E$  は次のようになる。

$$E = \mathbf{x}' T \mathbf{x} + \mathbf{b}' \mathbf{x}. \quad (8)$$

ここで、上式において

$$b_i \leftarrow b_i + T_{ii}/2 \quad \text{および} \quad T_{ii} \leftarrow 0$$

と変形しても、 $x_i = 0, 1$  ( $i=1, \dots, n$ ) における値は変わらないため以下ではこのように(8)式が与えられているとする<sup>19), 20)</sup>。

したがってエネルギー  $E$  に対するホップフィールドモデルは、内部状態ベクトル  $\mathbf{u}$  を導入し、さらに

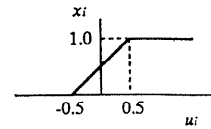


図1 区分線形関数

Fig. 1 Piecewise linear function.

変数  $x_i$  の領域を  $[0, 1]$  とすることにより次のようになる。

$$x_i = f(u_i), \quad 1 \geq x_i \geq 0 \quad (9)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial \mathbf{x}} = -T\mathbf{x} - \mathbf{b} \quad (10)$$

ただし

$f(u_i) = 1/2(1 + \tanh u_i)$ : ニューロンの出力関数

$\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)'$ ,  $\infty > u_i > -\infty$

このとき容易に  $dE/dt \leq 0$  が成立することが分かる<sup>19)</sup>。したがって(9), (10)式を任意の初期値で積分してエネルギー  $E$  が極小化するという意味での極小解を得ることができる。

本論文では、(9), (10)式に対してニューロンの出力関数を図1の区分線形関数で置き換えた次のモデルを考える<sup>25)</sup>。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = -T\mathbf{x} - \mathbf{b} \quad 0 \leq x_i \leq 1, \quad i=1, \dots, n \quad (11)$$

## 3. 頂点の安定条件

(11)式の定常状態の解は次で与えられる(11)式の平衡点のうちのどれかである。

(i)  $x_i = 1, \text{ or } 0 \quad i=1, \dots, n$

(ii)  $T\mathbf{x} + \mathbf{b} = 0$  の解

(iii) (i)と(ii)を組み合わせた解

ここで(ii)と(iii)において  $\mathbf{x}$  は  $1 \geq x_i \geq 0, i=1, \dots, n$  を満たす。

我々が求めたい解は(i)の内で制約条件を満たすものである。ここで頂点  $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n)$  に対して  $n$  個の頂点  $\mathbf{c}(i) = (c_1, \dots, c_{i-1}, 1 - c_i, c_{i+1}, \dots, c_n)$  を定義する。 $\mathbf{c}(i)$  は  $\mathbf{c}$  と辺を介して隣接しており隣接した頂点と呼ぶことにする。このとき頂点  $\mathbf{c}$  が漸近安定となる条件はニューロンの出力関数がシグモイド関数のときと同じく次の定理で与えられる。

定理1 次式を満たす頂点  $\mathbf{c}$  は(11)式の漸近安定点である。

$$E_c < E_{c(i)}, \quad i=1, \dots, n$$

(証明) (8)式と  $T$  が対称であることにより

$$\begin{aligned}
E_c - E_{c(i)} &= \mathbf{c}' \mathbf{T} \mathbf{c} + \mathbf{b}' \mathbf{c} - \mathbf{c}(i)' \mathbf{T} \mathbf{c}(i) - \mathbf{b}' \mathbf{c}(i) \\
&= \mathbf{c}' \mathbf{T} \mathbf{c} - \mathbf{c}(i)' \mathbf{T} \mathbf{c} + \mathbf{c}' \mathbf{T} \mathbf{c}(i) \\
&\quad - \mathbf{c}(i)' \mathbf{T} \mathbf{c}(i) + \mathbf{b}' \mathbf{c} - \mathbf{b}' \mathbf{c}(i) \\
&= (0, \dots, 0, 2c_i - 1, 0, \dots, 0) \{ \mathbf{T} \mathbf{c} + \mathbf{T} \mathbf{c}(i) \} \\
&\quad + (2c_i - 1) b_i \\
&= (2c_i - 1) \{ T_i \mathbf{c} + T_i \mathbf{c}(i) + 2b_i \} \\
&= 2(2c_i - 1) \{ T_i \mathbf{c} + b_i \} < 0 \\
&\quad (T_{ii} = 0 \text{ より}) \quad (12)
\end{aligned}$$

ただし,  $T_i$  は  $T$  の  $i$  番目の行ベクトルである.

ここで頂点  $\mathbf{c}$  の超立方体内の近傍の点  $\mathbf{x}$  を

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}' + \mathbf{c} \quad (13)$$

として(11)式に代入すると次式のようになる.

$$\frac{d\mathbf{x}'}{dt} = -(\mathbf{T} \mathbf{c} + \mathbf{b}) - \mathbf{T}' \mathbf{x} \quad (14)$$

ここで, (12)式より(14)式の右辺の第一項のベクトルの要素は0とはならないから,  $\mathbf{x}$  が  $\mathbf{c}$  の十分近傍であれば, 右辺の符号は第一項により決まることになる.

すなわち(12)式より

$$\begin{aligned}
c_i = 0 \text{ のときは } (T_i \mathbf{c} + b_i) > 0 \\
c_i = 1 \text{ のときは } (T_i \mathbf{c} + b_i) < 0
\end{aligned} \quad (15)$$

これと(14)式とより

$$\mathbf{x}' \rightarrow 0$$

が成立し頂点  $\mathbf{c}$  は漸近安定となる。(証明完)

以上から次の系は明らかである.

系1 集合  $F$  を, 制約条件を満たす頂点上の解集合とする. このとき任意の  $\mathbf{c} \in F$  に対して

$$E_c < E_{c(i)}, \quad i=1, \dots, n$$

が成立するならば,  $\mathbf{c}$  は漸近安定である.

以下では, 漸近安定を単に安定と言うことにする.

#### 4. 重みの決定法

エネルギー関数(3)中の重み  $A, B$  の決定法について述べる. ここでは二つの重みの決め方について述べるが三つ以上あるときも同様に決めることができる. 制約条件を満たす解が求まるためには制約条件を満たす解を安定とする必要がある. このためには系1の前提を満たすようにすればよい. すなわち任意の制約条件を満たす解を仮定する. この解は隣接した解よりもエネルギーが最小となると安定となる. したがって制約条件を満たす解のひとつのニューロンの値を0から1あるいは1から0に反転したときエネルギーが常に上昇するように  $A$  および  $B$  を決めればよい. すなわち, 重み  $A$  を1としたとき重み  $B$  を

$$E_{c(i)} > E_c \quad (16)$$

が任意の制約条件を満たす頂点  $\mathbf{c}$  とそれに隣接する頂

点  $\mathbf{c}(i)$  に対して成立するように決めればよい.

通常どの制約条件を満たす解を安定にしどの制約条件を満たす解を不安定にするかの先見的な知識がないからすべての制約条件を満足する解を安定にする必要がある. なぜならばそうしなければ最小値の解が不安定となりどのような初期値から出発しても最小値が求まらなくなるからである.

なおこの重みの決定法は制約条件を満たす解を安定とするもので, 制約条件を満たさないものを不安定化するものではなくしたがって上記のようにして重みを決めても制約条件を満たさない解が求まることもある.

### 5. 巡回セールスマン問題

#### 5.1 定式化

巡回セールスマン問題は  $n$  都市を巡回する経路のうち各都市を一度だけ通るという制約のもとでもっとも短い経路を求める組合せ問題である. ホップフィールドは各々の都市に  $n$  個のニューロンを割り当て, 都市の  $i$  番目のニューロンが発火したとき  $i$  番目にその都市を通るという意味に定義した. エネルギー関数として  $n^2$  個のニューロンのうち  $n$  個のニューロンが発火すると制約を設けたものを用いているがこのエネルギー関数では最適解への収束性が悪いので<sup>24)</sup> 次のエネルギー関数を用いることにする.

$$\begin{aligned}
E = & \frac{A}{2} \sum_x (\sum_i V_{xi} - 1)^2 + \frac{B}{2} \sum_i (\sum_y V_{yi} - 1)^2 \\
& + \frac{D}{2} \sum_x \sum_{y \neq x} \sum_i d_{xy} V_{xi} (V_{y, i+1} + V_{y, i-1}) \quad (17)
\end{aligned}$$

$V_{xi}$ : 都市  $x$  の  $i$  番目のニューロン,  $0 \leq V_{xi} \leq 1$

$d_{xy}$ : 都市  $x, y$  の間の距離

$A, B, D (> 0)$ : 重み

添字  $i-1, i+1$  は mod  $n$  で計算

なお, 上式において, (8)式のところで述べたように,  $V_{xi}$  の二乗の項が0となるように変形したのを, 実際には用いる. 第1および2項の制約は  $x$  あるいは  $i$  を1から  $n$  まで変えたとき  $V_{xi} = 1$  となるのは一個だけという制約である.

ここで第1および2項の制約条件が同等にはたらくようにするために

$$A = B \quad (18)$$

とすると次の定理が成り立つ.

定理2  $\mathbf{V} = (V_{11}, \dots, V_{1n}, \dots, V_{n1}, \dots, V_{nn})$  とし集合  $F$  を(17)式の制約条件を満たす集合とすると

$$A > D \max_{x, y, z} (d_{xy} + d_{xz}) \quad (19)$$

ならば、任意の  $V \in F$  に対して

$$E_{V(x_i)} > E_V \quad x=1, \dots, n, \quad i=1, \dots, n \quad (20)$$

が成立する。ただし  $V(x, i)$  は  $V_{xi}$  を  $1 - V_{xi}$  と置き換えたものである。

(証明)

任意の  $V \in F$  において  $V_{xi}=1$  であるニューロンを 0 に変えると第 1 番および 2 番目の制約に対するエネルギーは各々  $A/2$ ,  $B/2=A/2$  だけ上昇する。これに対して 3 番目の項に対するエネルギーは、都市  $y$ ,  $x$ ,  $z$  という経路が形成されていたとすると、 $V_{xi}=0$  となることによりこれらの経路がなくなるから、

$$D(d_{xy} + d_{xz})$$

だけ減少する。したがって (19) 式が成立していれば、(20) 式は成立する。次に任意の  $V \in F$  において  $V_{xi}=0$  であるニューロンを 1 に変えると、(17) 式の形よりエネルギーは必ず上昇して、(19) 式が成立する。

(証明完了)

定理 2 と系 1 とを合わせると、次の系が得られる。系 2 すべての制約条件を満たす解が安定であるための十分条件は (19) 式で与えられる。

## 5.2 初期値設定

文献 19) では初期値として超立方体の中点近傍に設定することを提案しているが初期値を超立方体の中点すなわち

$$V_{xi}=1/2 \quad x=1, \dots, n, \quad i=1, \dots, n \quad (21)$$

とすると巡回セールスマン問題では同一都市の  $V_{xi}$  は同様に振る舞いネットワークが  $n^2$  から  $n$  次元に縮退する<sup>3), 20)</sup>。  $T$  の縮退した行列の対角要素が大きい値となるため超立方体内部の平衡点 ( $T\mathbf{x} + \mathbf{b} = 0$  の解) が安定となり (21) 式で初期値を与えると内部の平衡点が求まることになる。内部の平衡点の近傍から任意の安定点したがってその中で特に最適点に到達する経路があると考えられるから次のように初期値を設定する。

$$V_{xi} = 0.5 + \alpha \times \text{RAND} \\ x=1, \dots, n, \quad i=1, \dots, n \quad (22)$$

とする。ただし  $\alpha$ : パラメータ,  $\text{RAND}: [-0.5, 0.5]$  に分布する一様乱数である。

## 5.3 数値計算

この節の目的は重み (19) の妥当性を検証すると共に、Hopfield モデルの解の質を調べることにある。重みの決定法の妥当性の検証のために超立方体の内部に一様乱数で初期値を設定して繰り返して解を求めた。解の質を評価するために前に示したように超立方体の中心付近に初期値を設定した。

文献 3) の 10, 30 都市の巡回セールスマン問題 (TSP) を評価に用いた。(11) 式にオイラー法を適用すると次式が得られる。

$$x'_i = x_i - \Delta t \{ T_i \mathbf{x} + \mathbf{b}_i \} \\ \text{new } x_i = \begin{cases} x'_i & \text{for } 0 < x'_i < 1 \\ 1 & \text{for } x'_i \geq 1 \\ 0 & \text{for } x'_i \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\Delta t = \frac{\text{const}}{\max_j \left( \frac{1}{2} T_{1j} + b_j \right)} \quad (24)$$

ただし  $\mathbf{1}$  は要素が 1 の  $n$  次元ベクトルである。

ここで  $\Delta t$  は積分の刻み幅、 $j$  はベクトルの  $j$  番目の要素で、const はここでは 0.3 に選んだ。

$x_i = 0.5$  ( $i=1, \dots, n^2$ ) における修正量の最大値は (24) 式右辺の分母に  $\Delta t$  をかけたもので与えられる。この値が大きすぎると、一度の修正で、超立方体の外にでてしまい、制約条件を満たす解が求まらなくなる。このため修正量を const に押さえることによりこのようなことが起こらないようにする。

10 都市 TSP 図 2 に 10 都市 TSP の最適解を示す<sup>3)</sup>。図 3, 4 に重みを変えたときの制約条件を満たす解の個数を示す。各々の重みに対して  $[0, 1]$  に様に分布する乱数および (22) 式の  $\alpha = 10^{-9}$  として初期値を設定し 10,000 回試行した。(  $\alpha$  の値は内部の平衡点に収束しない範囲でできるだけ小さく選んだほうがよかった。) すべての制約条件を満たす解が安定となる条件 (19) は  $D=1$  とすると

$$A = B > 1.65, \quad (25)$$

で与えられる。重みが (25) の条件を満たすと制約条件を満たす解がいつも求まっている。また (25) の条件に違反すると初期値が一樣の時は制約条件を満たす解が著しく減少するが初期値を中点近傍に設定すると劣化

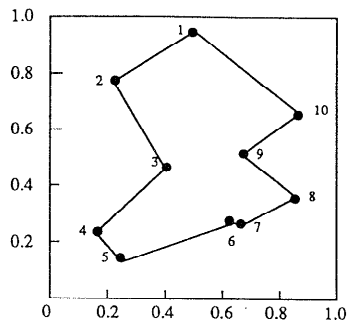


図 2 10 都市 TSP の最適解 (距離=2.709)  
Fig. 2 Optimal tour of 10-city TSP  
(tour length=2.709).

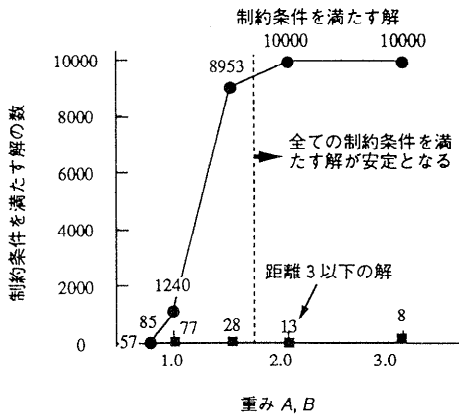


図3 10都市 TSP の制約条件を満たす解の数 (初期値一様, 10,000回試行)

Fig. 3 Number of feasible solutions for 10-city TSP (uniform initial values, 10,000 trials).

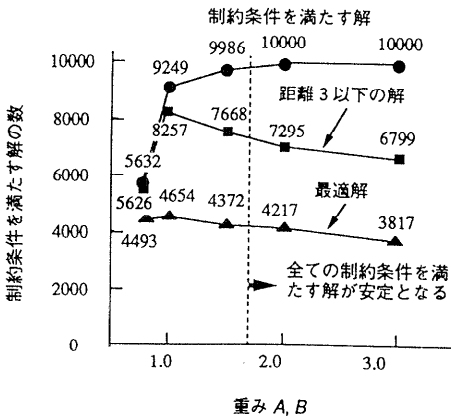


図4 10都市 TSP の制約条件を満たす解の数 (初期値中点付近, 10,000回試行)

Fig. 4 Number of feasible solutions for 10-city TSP (initial values around the center, 10,000 trials).

の程度が緩やかになる。また一様乱数の時は解の質が極めて悪いが、中点近傍に設定すると最良時46%の割合で最適解が求まっている。ここで中点近傍に初期値を設定すると(25)式の値より重みを小さくしても制約条件を満たす解の質はよい。このことより重みA, Bは最適解が不安定とならない範囲で、できるだけ小さいほうがよいことが分かる。ここで(25)式より重みA, Bを小さく設定することは都市x, y, z間の距離が

$$A < D(d_{xy} + d_{yz})$$

となる巡回経路を不安定にすることを意味するから三つの都市間の距離が長いものを最適解の検索の対象か

ら外すことに対応している。

図5に図3, 4に対応する解の平均の巡回距離を示すが中点付近に初期値を設定すればほぼ良好な解が得られることが分かる。

20, 30都市 TSP 文献3)の最初の20都市を用いて20都市のTSPを解いた。図6に $\alpha=10^{-7}$ で重みをA, B=2.2として3,000回試行したときの最良解を示す。(最適解の保証はないがそれに近いものと思われる。)

(19)式によれば重みが

$$A = B > 2.18 \tag{26}$$

を満足すればすべての制約条件を満足する解は安定となる。図7に初期値を $\alpha=10^{-7}$ で中心付近に設定して3,000回試行したときの解の数を示し、また図8にこのときの巡回距離を示す。図7は(26)式が妥当であることを示している。

10都市の場合との違いは最良解が極めて求まりに

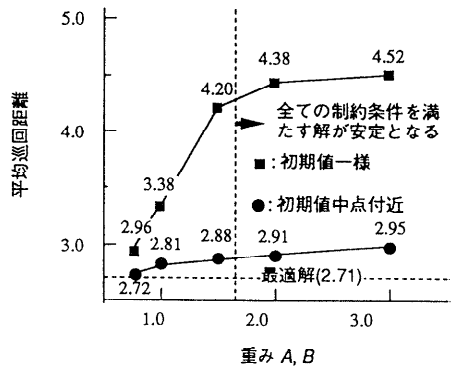


図5 10都市 TSP の平均巡回距離 (10,000回試行)

Fig. 5 Average tour length for 10-city TSP (10,000 trials).

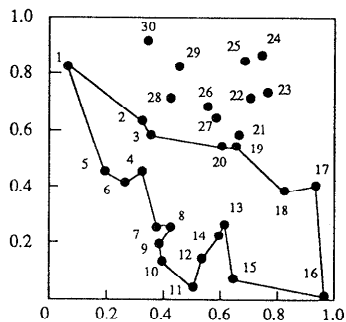


図6 20都市 TSP の最良解 (巡回距離=3.301, 3,000回試行)

Fig. 6 Best tour for 20-city TSP (tour length=3.301, 3,000 trials).

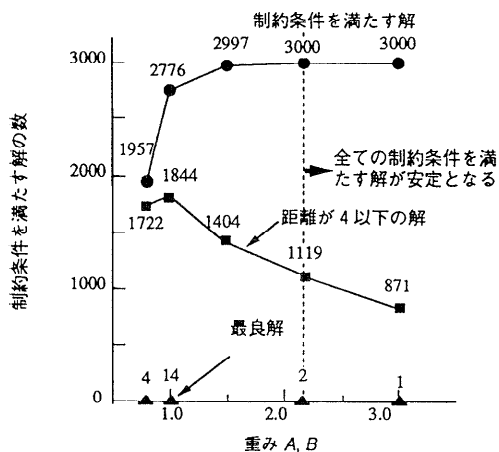


図 7 20都市 TSP の制約条件を満たす解の数 (3,000 回試行, 初期値中心付近)

Fig. 7 Number of feasible solutions for 20-city TSP (initial values around the center, 3,000 trials).

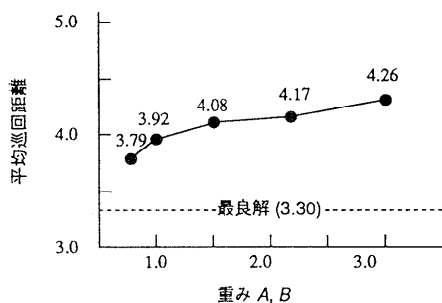


図 8 20都市 TSP の平均巡回距離 (3,000 回試行, 初期値中心付近)

Fig. 8 Average tour length for 20-city TSP (initial values around the center, 3,000 trials).

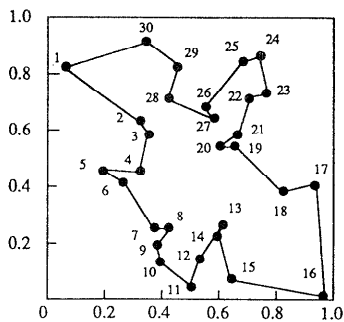


図 9 30都市 TSP の最適解 (巡回距離=4.312)  
Fig. 9 Optimal tour for 30-city TSP (tour length=4.312).

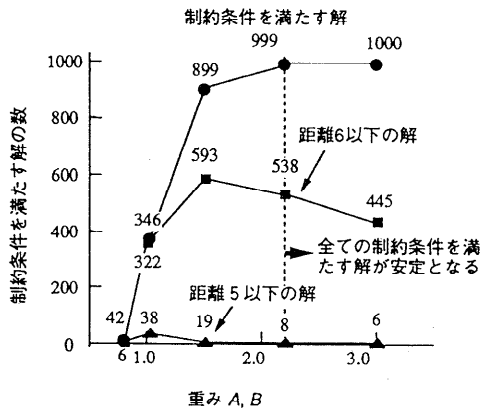


図 10 30都市 TSP の制約条件を満たす解の数 (初期値中点付近, 1,000 回試行)

Fig. 10 Number of feasible solutions for 30-city TSP (initial values around the center, 1,000 trials).

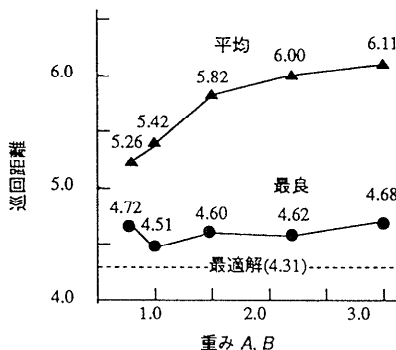


図 11 30都市 TSP の平均巡回距離 (1,000 回試行, 初期値中心付近)

Fig. 11 Average tour length for 30-city TSP (initial values around the center, 1,000 trials).

くくなっていることである。これは安定となる数が10都市に比べて爆発的に増えるため重みを(26)式より小さくしても安定となる数がそれほど制限されないことによる。

図 9 に 30 都市 TSP の最適解を示す<sup>3)</sup>。図 10 に初期値を  $\alpha=10^{-7}$  で中心付近に設定して 1,000 回試行したときの制約条件を満たす解の数を示す。このとき(26)式が成立するとほぼすべての制約条件を満たす解が安定となるが、結果でもその妥当性が示されている。図 11 に巡回距離との平均と最良値を示すが 20 都市に比べて一段と良好な解が求まりにくくなっていることがわかる。

## 6. 考 察

従来ホップフィールドモデルで解がうまく求まらなかったのは重みが適正な値に設定されていなかったことがあるがもう一理由はシグモイド関数を用いていたことによる。区分線形関数と異なりシグモイド関数を用いると0あるいは1に近づくと収束が遅くなり、制約条件を満たす解に到達する前に計算を打ち切っていたのである。このため、シグモイド関数を用いるときはシャープニングを行う必要がある。

初期値を超立方体の中心付近に設定するのは初期値を一様乱数で与えるより解の質がよく、10都市 TSP のときホップフィールドモデルでも十分に良好な解を得ることができたが、大きくなるにつれ解の特性が劣化した。大規模問題で解の質を改善するためには、エネルギー関数を動的に制御する等の工夫が必要である<sup>26), 27)</sup>。

## 7. おわりに

ホップフィールドニューラルネットの超立方体の頂点が安定となる条件を明らかにした。これにより制約条件を満たす解が安定となるように重みを決める方法を導いた。

10, 20, 30都市の巡回セールスマン問題に対して上記手法により重みを設定しさらにシグモイド関数の代わりに区分線形関数を用いることにより100% 制約条件を満たす解が求まることが確かめられた。

超立方体の中点付近に初期値を設定するのは内部の平衡点に初期値を設定するのと等価であり、これにより解の質が改善されることが確かめられた。

## 参 考 文 献

- 1) Hopfield, J. J.: Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 79, pp. 2554-2558 (1982).
- 2) Hopfield, J. J.: Neurons with Graded Response Have Collective Computational Properties Like Those of Two-State Neurons, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 81, pp. 3088-3092 (1984).
- 3) Hopfield, J. J. and Tank, D. W.: Neural Computation of Decisions in Optimization Problems, *Biolog. Cybern.*, Vol. 52, pp. 141-152 (1985).
- 4) Lippmann, R. P.: An Introduction to Computing with Neural Nets, *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4-22 (Apr. 1987).
- 5) Wilson, V. and Pawley, G. S.: On the Stability of the TSP Problem Algorithm of Hopfield and Tank, *Biolog. Cybern.*, Vol. 58, pp. 63-70 (1988).
- 6) Lee, B. W. and Sheu, B. J.: An Investigation on Local Minima of Hopfield Network for Optimization Circuits, *Proc. ICNN-88*, pp. 45-51 (1988).
- 7) Burr, D. J.: An Improved Elastic Net Method for the Traveling Salesman Problem, *Proc. ICNN-88*, pp. 69-76 (1988).
- 8) Hueter, G. J.: Solution of the Traveling Salesman Problem with an Adaptive Ring, *Proc. ICNN-88*, pp. 85-92 (1988).
- 9) Szu, H.: Fast TSP Algorithm Based on Binary Neuron Output and Analog Neuron Input Using the Zero-Diagonal Interconnect Matrix and Necessary and Sufficient Constraints of the Permutation Matrix, *Proc. ICNN-88*, pp. 259-266 (1988).
- 10) Hegde, S. U., Sweet, J. L. and Levy, W. B.: Determination of Parameters in a Hopfield/Tank Computational Network, *Proc. ICNN-88*, pp. 291-298 (1988).
- 11) Van den Bout, D. E. and Miller, T. K.: A Traveling Salesman Objective Function That Works, *Proc. ICNN-88*, pp. 299-303 (1988).
- 12) Wacholder, E., Han, J. and Mann, R. C.: An Extension of the Hopfield-Tank Model for Solution of the Multiple Traveling Salesman Problem, *Proc. ICNN-88*, pp. 305-324 (1988).
- 13) Ramanujam, J. and Sadayappan, P.: Optimization by Neural Networks, *Proc. ICNN-88*, pp. 325-332 (1988).
- 14) Brandt, R. D., Wang, Y., Laub, A. J. and Mitra, S. K.: Alternative Networks for Solving the Traveling Salesman Problem and the List-Matching Problem, *Proc. ICNN-88*, pp. 333-340 (1988).
- 15) Foo, Y. S. and Takefuji, Y.: Integer Linear Programming Neural Networks for Job-Shop Scheduling, *Proc. ICNN-88*, pp. 341-348 (1988). *Biol. Cybern.*, Vol. 62, pp. 415-423 (1990).
- 16) Kamgar-Parsi, B. et al.: On Problem Solving with Hopfield Neural Networks, *Biol. Cybern.*, Vol. 62, pp. 415-423 (1990).
- 17) Mjolsness, E.: Control of Attention in Neural Networks, *Proc. ICNN-87*, Vol. 2, pp. 567-574 (1987).
- 18) Culhane, A., Peckerar, M. and Marrian, C.: A Neural Net Approach to Discrete Hartley and Fourier Transforms, *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. 36, No. 5, pp. 695-703 (1989).

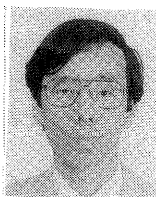
- 19) 上坂, 尾関: パターン認識と学習のアルゴリズム, 文一総合出版 (1990).
- 20) Abe, S.: Theories on the Hopfield Neural Networks, *Proc. IJCNN-89*, Vol. 1, pp. 557-564 (1989).
- 21) Abe, S.: Theories on the Hopfield Neural Networks with Inequality Constraints, *Proc. IJCNN-WASH-DC 90*, Vol. 1, pp. 349-352 (1990).
- 22) Aiyer, S. V. B., Niranjan, M. and Fallside, F.: A Theoretical Investigation into the Performance of the Hopfield Model, *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 1, No. 2, pp. 204-215 (1990).
- 23) 伊達, 林: ニューラルネットによる LSI モジュール配置手法, 信学論A, Vol. J 73-A, No. 10, pp. 1641-1647 (1990).
- 24) Abe, S.: Determining Weights of the Hopfield Neural Networks, *Proc. ICANN-91*, Vol. 2, pp. 1507-1510 (1991).
- 25) Li, J. H., Michel, A. N. and Porod, W.: Analysis and Synthesis of a Class of Neural Networks: Linear Systems Operating on a Closed Hypercube, *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. 36, No. 11, pp. 1405-1422 (1989).
- 26) 秋山: ホップフィールド型ニューラルネットにおけるエネルギー最小状態への収束性を向上させる

る3つの技法, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 90, No. 262, pp. 73-80, (NC 90-40) (1990).

- 27) Aiyer, S. V. B.: Solving Combinatorial Optimization Problems Using Neural Networks, Cambridge University Engineering Department Technical Report CUED/F-INFENG/TR 89 (Oct. 1991).

(平成4年2月5日受付)

(平成4年10月8日採録)



阿部 重夫 (正会員)

昭和22年6月生. 昭和47年京都大学大学院修士課程(電気工学専攻)修了. 同年(株)日立製作所日立研究所に入社. 以来日立研究所にて電力系統の解析, ミニコン用ベクトルプロセッサ, Prolog マシンの研究開発, ニューラルネットの研究に従事. 昭和53年から一年間米国Texas大学客員研究員. 現在日立研究所システム第2部主任研究員. 昭和59年電気学会論文賞受賞. 電気学会, 電子情報通信学会, IEEE, INNS 各会員. 工学博士.