

# 黄金比による音律で調弦した音楽

横山真男<sup>†1</sup>

西洋クラシック音楽では純正律や平均律で楽器を調弦して演奏を行い、また、作曲家もこのルールで音楽を提供してきた。しかし、現代音楽においては既存の半音 12 音による音階にあてはまらない新しい音を模索してきており、たとえば半音をさらに細かくした 1/4 音や 1/6 音といった微分音や、平均律とは異なる民族的な音律を導入したりする試みがなされてきた。本発表では、黄金比により計算された音律と、その手法で調弦したヴァイオリン属による音楽の作曲手法を提案する。

## Music for a stringed instrument using scordatura tuning by golden ratio

MASAO YOKOYAMA<sup>†1</sup>

Western classical music has been composed using the method of pure temperament and equal temperament. Musician plays instrument tuned in these temperaments. In the contemporary works, however, composer seeks a new sound different from existing temperament such a twelve-tone and has attempted the microtonal music using 1/4 tone or 1/6 tone, or introducing ethnic temperaments. In this study, a new temperament calculated by the golden ratio and a way of composing music for stringed instrument such a violin tuned in this temperament are proposed.

### 1. はじめに

これまでの西洋クラシック音楽は、半音 12 個を用いた音階を使って五線譜に書かれることを前提に成り立っている。この半音階は約 2500 年も前にピタゴラスによって作られたものであるが、やがて 1 オクターブ(2 倍の周波数)を 12 等分した平均律音階が生まれ、今日のクラシック音楽のみならずポップスやロックまでほとんどの曲はこの音階で書かれている。しかし、いわゆる現代音楽とよばれる”新”クラシックにおいては、もはや 12 音では作曲家の芸術表現を満足させることはできなくなり、1/4 音や 1/6 音といった微分音が用いられるようになり、さらにはヘンリー・カウエルの提唱したトーンクラス奏法に始まった連続ピッチによる音の塊が使われるようになると、もはや音階をベースにした音楽のシステムは崩壊している。

これらのように現代音楽では様々な音の考案がなされており、作曲家は常に新しいオリジナルな音の探求をしている。本研究では、2500 年も前に作られた既存のシステムである半音 12 音による音律とは別の音律システムの導出方法の提案を行い、微力なりとも今日の作曲家の創作活動に貢献をすることを意図している。

### 2. これまでの音律について

西洋のクラシック音楽で主に使われる平均律はピタゴラス音律からの発展であるが、他にも独自に発展した民族音楽における種々の音律が存在する。本研究における新音

律の導出方法も、原理的にはピタゴラス音律や三分損益法に習っているもので以下にそれらの概要を説明する。

ピタゴラス(ギリシャ, BC582-496)は一弦琴を用いて弦長の 1/3 のところに駒をたてると五度高い音を得られることを見つけ(ドが基準であればソ)、順に五度音程を重ねていくと今日広く用いられる 12 個の音高が得られることを見つけた<sup>1)</sup>。しかし、五度音程を 13 回目に重ねた時に元のド音に近い音を得られたが、それは元のド音より 24 セント高かった(1 セントは半音の 1/100)。これはいわゆるピタゴラス・コンマと呼ばれ、完全五度の積み上げによる音階はある音(五度、四度)では綺麗に協和音を得られるが、別の音程の三度は周波数比が 81:64 となり協和せず濁ることになる。これを解消するのに、この三度を 5:4 に無理やり周波数比の簡素な心地よく響くピッチにしてしまう純正律音階が考えられた。その結果、ドとレ、レとミの全音音程は大全音、小全音と周波数比 81:80 の差がうまれている。そして、現在の平均律は、ピタゴラスのコンマを強引に解消すべくオクターブを 12 等分した音律で、これまでピタゴラス音律で協和していた完全五度や完全四度が厳密には若干濁るようになったが、それでもすべての調が程よく聞こえる実用的な鍵盤楽器の調律法として広く浸透している。

一方、中国では三分損益法といわれる方法で音律を決めていた<sup>2)</sup>。それは、竹を切って作った笛を鳴らしたときのピッチを計測していくのだが、3 等分してその 1/3 を取り去ると(三分損)五度高い音を得られ、逆に 1/3 だけ長い管にする(三分益)と四度低い音を得られる。音律生成の理屈はピタゴラスのそれと同じであり、この方法で「宮、商、角、徴、羽」という五声が作られ(西洋音名でいえば

<sup>†1</sup> 明星大学  
Meisei University.

それぞれド、レ、ミ、ソ、ラ)、これは十二律の基準(宮)からの相対的な音程ともいえる。律は中国や日本で古来より用いられた12の音高であり、西洋音楽のドレミに目安として当てはめられるが、その時代とともに実際のピッチは変化していったようである。この律は漢の時代の京房により60律まで計算されたが先ほどのピタゴラスのコンマは結局解消されなかった。

これらの2つの音律は半音12音で構成されているが、民謡でよく使われるいわゆるヨナ抜き五音階やドビュッシーの全音6音階はこの12音の中からの選択である。また、五度の音程を取っていく際に元の周波数の3倍で積み重ねていくのでこの音律をリミット3の音律ともいう。

なお、音程は民族の知覚に関係するようで、西洋や中国・日本では先に挙げた12分割が最小単位として用いられるようになったが、インドでは古代のサーマヴェーダの歌唱において1オクターブを22分割する音楽理論(パハーラタ・ムニのナーティア・シャーストラ)があったと言われている<sup>3)</sup>。ペルシャでは1オクターブを17等分する音楽理論が9世紀のアル-キンディ、10世紀アル-ファラビ、そして13世紀のサフィ・アル-ディンによって確立され多くの影響を残した。これらは細かい音程の知覚であるが、一方、ミャンマーやラオスなどでは大きく7等分した音律があったようである。

### 3. 黄金比を用いた音律

黄金比は自然界と密接な関係があり、人間が無意識に美しいと感じる比であると言われている。黄金比を数学の話題として意識したのはユークリッドとされ、

「線分を二つに分け、小さい方の線分と全体とでできる長方形の面積と、大きい方の線分とでできる正方形の面積が等しくなるように分けよ」

といった命題であり、線分を  $a:b$  に分割したとすると、この問いは、

$$a^2 = b(a + b) \quad (1)$$

となり、この線分比を解くと、

$$\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (3)$$

であり値は  $a/b = 1.6180339\dots$  である。

前回の研究報告<sup>4)</sup>では黄金比や自然対数から導出して、計7つのパターンで音律の創造を試みた。音律の導出計算方法はピタゴラスの音律や三分損益法と基本的には同様であるが、掛ける値を3ではなく黄金比で順次掛け合わせて算出した。

つまり、最初の基準となる音  $x_0$  の周波数(例えば  $C=261.6\text{Hz}$ )に黄金比  $G(1.618)$ を掛け、できた周波数を2つ目の音  $x_1=Gx_0$  とする。次々と黄金比を掛けていくが、掛

けた結果が基準音の2倍以上(オクターブ以上)の値になった場合のみ、素数  $m$  ( $=2, 3, 5\dots$ 素数)で割って1オクターブ以内に音を収めるようにする。この方法で1オクターブ内に収めたピッチ列の例を図1および表1に示す。

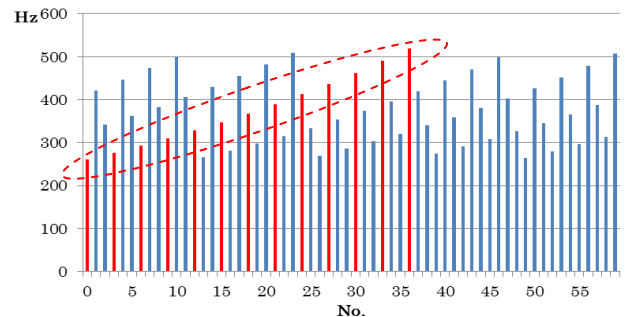


図1 黄金比を掛け合わせたことによるピッチ列 ( $m=2$  で除算してオクターブ以内に収めた場合。横軸は計算回数。)

表1 黄金比を掛け合わせた音律(図1グラフの赤)とピタゴラス音律および平均律との周波数の違い

音階番号 No. (図1)	黄金比音律 ( $m=2$ )	音名	ピタゴラス 音律	平均律
0	261.6	ド(C4)	261.6	261.6
3	277.0	ド#	279.4	277.2
6	293.4	レ	294.3	293.7
9	310.6	レ#	314.3	311.1
12	329.0	ミ	331.1	329.6
15	347.2	ファ	353.6	349.2
18	367.6	ファ#	372.5	370.0
21	389.3	ソ	392.4	392.0
24	412.2	ソ#	419.0	415.3
27	436.5	ラ	441.5	440.0
30	462.3	ラ#	471.4	466.2
33	489.5	シ	496.6	493.9

単位:Hz

図1の赤い値に着目すると、3つおきに値を並べると徐々に段階的に周波数が上昇するパターンが形成されるのがわかる。このパターンを選び音律を作ると表1に示すピッチの列になる。この  $m=2$  のときに生成された音律は12音で元に戻る周期的なパターンになり、平均律等とのピッチとは表1に示すように少しずつ異なる。

この音律を構成する数は  $m$  値によって変化し、 $m=3, m=5$  では  $m=2$  の時とは異なり12音ではなかった。また、除算する  $m$  値が大きいと、割った時にオクターブ域内に値が入らない場合があるが、その場合は2倍もしくは1/2倍してオクターブ上下させ基準音  $x_0$  の2倍の周波数以内に押し込めた(詳細は文献<sup>4)</sup>を参照)。以上の方法で生成された音律の周波数を図2に示す。

近いピッチ同士の音(今回は10Hz未満)では音程の識別がしにくいのでここではそれらの近接ピッチの音は高いほうを選択した。よって、生成される音律に含まれる音数は12音ではなく  $m=3$  では5、 $m=5$  では9となった。

No.	m=3	m=5
1	174.7656	220.1654
2	200.2719	244.9059
3	229.5009	252.2850
4	262.9956	259.8864
5	301.3788	297.8008
6	345.3639	306.7736
7	395.7685	351.5283
8	453.5294	362.1199
9	519.7202	414.9490
		427.4515

2倍すると下の5~9とほぼ同じなので未使用。

下のNo.3と近いので高いピッチを採用。No.2は未使用。

図2 m=3 および m=5 の黄金比による音律

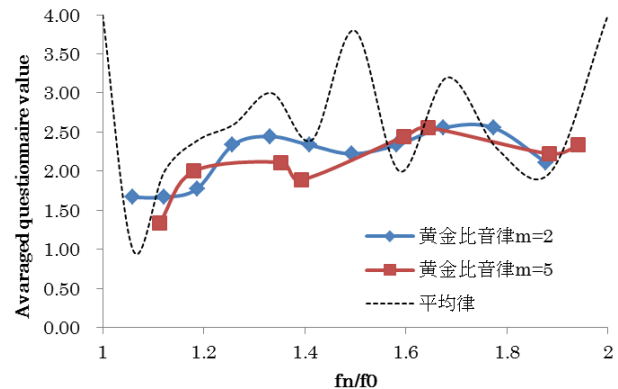


図3 黄金比音律の協和度

## 4. 黄金比を用いた音律の評価実験

以上述べてきたように極めて単純な方法で作成した音律を、除算する  $m$  (素数、2,3,5,7) の違いで数種類用意し評価実験を行った。

黄金比による音律中の各音の協和度に関するアンケートと、既存の楽曲「オーラリー」を黄金比による音律で当てはめて作成した音源を聞いてもらいその印象に関する2つのアンケートをとった。被験者は特に楽器等の専門教育の経験のない学生9名である。

### 4.1 協和度による官能評価

黄金比で作成した音階の協和度がどのような印象を持たれるかの調査を行った。基準の音(261.6Hz、C)に対し黄金比で作成した別の音(階)を重ねて和音として被験者に聞かせ、下記の4段階で評価をしてもらった。

- ・心地よい:4点
- ・少し心地よい:3点
- ・少し心地悪い:2点
- ・心地悪い:1点

被験者に聞かせた音律の順、音階内の音の順は順不同にして再生している。図3にアンケート結果を示す。横軸は基準とした音(261.6Hz、C)に対する重ねた音階のピッチの比であり、また縦軸は協和しているかどうかのアンケートによる評価値のユーザー平均である。参考までに平均律の協和度を点線で重ねているが、2つの黄金比による音律のユーザー評価による協和と感じる値に合わせるために、ユーザー評価4点満点を完全協和音程としている。平均律で協和する完全五度 ( $f_n/f_0=1.5$ ) や完全四度 ( $f_n/f_0=1.33$ ) などに相当する協和音程がない音律であり、どの音も不安定さがある音程が聞こえることが特徴とみられる。これは音律の生成段階で順に黄金比で掛けているので、当然協和するシンプルな整数比になる音高が生成されないため、その分これまでとは違った独特なハーモニーを音楽に取り可能性があるとえよう。

### 4.2 既存の楽曲を新音律に置き換えた場合の評価

次に、黄金比による音律を用いた楽曲を聞いた印象の評価実験を行った。黄金比による音階を楽曲「オーラリー」(図4)の音階になかば無理矢理当てはめた音源を作成し、被験者に聞いてもらいその感想を集計した。二重奏にすることで新音律によるハーモニーを聞くことができるようにしてある。



図4 評価用楽譜「オーラリー」二重奏

$m=2$  は12音あるのでそのまま当てはめることが可能だが、 $m=3,5$  は数が12より少ないためそのままでは置き換えができない。よって、楽譜上の音符の平均律でのピッチから、黄金比音律のうち最も近いピッチの方の音を選択して置き換えた。そして、1曲(1パターン)ごとに、下記の30項目の語群から感想に近いものを最低5つ選んでもらった。なお、楽曲を流す順番は順序効果を考慮して被験者ごとに異なるようにした。

表2 アンケートにおける印象語30語

素直な	不思議な	丸みのある	するどい
優しい	きつい	癖のある	陳腐な
斬新な	ありきたりな	繊細な	雑な
分かりやすい	分かりにくい	明るい	暗い
軽い	重い		
未知的な	想定内な	どっしりした	薄っぺらな
前向きな	後ろ向きな	暖かい	冷たい
未来的な	古典的な	綺麗な	汚い

アンケートに選んだ印象を問う形容詞は、曲の新しさや斬新さにつながるポジティブワードとそうでないネガティ

ブワード、また音色に関連しそうなものを独自に選んだ。

図 5、6 に黄金比音律( $m=2$ )パターンの楽曲を聞かせた場合のポジティブワード/ネガティブワードの選択された数の平均値を示す。ネガティブな印象は少ない集計結果となり、ポジティブワードでは「優しい」「明るい」「分かりやすい」「綺麗」などの評価が多く、平均律にも近いピッチだったため聞きやすい音律だったことが伺える。逆に、このことはあまり新規性がないことや特殊なハーモニーの印象は薄いことを示している。

一方、図 7、8 に黄金比音律( $m=5$ )の評価結果を示すが、「不思議な」や「未知な」といった印象を受けたようである。「ありきたり」とか「陳腐な」といった印象は小さく、これらは平均律とはかなり離れた音律であったためこのような反応になったと思われる、 $m=2$ の音階よりこの  $m=5$  の音階のほうが独特な雰囲気のある音楽を作るには向いていると言える。

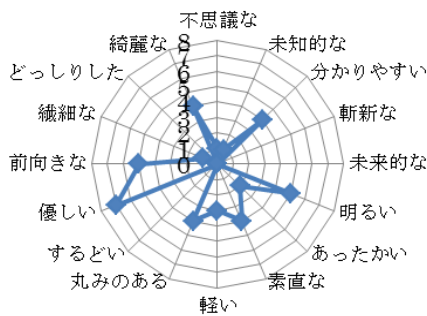


図 5 黄金比音律( $m=2$ )の評価 (ポジティブワード)

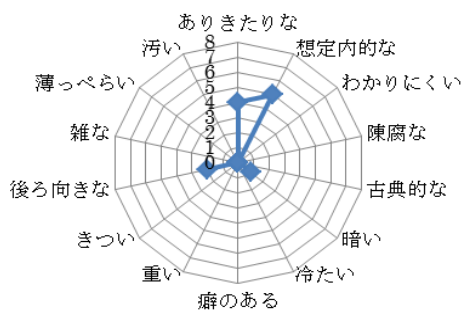


図 6 黄金比音律( $m=2$ )の評価 (ネガティブワード)

## 5. 実際の現代音楽への適用

ここまで音律の評価を行ってその新規性を検証し、ある程度の“これまでの音階とは違う”といった感触はつかめてきたが、これで音楽をどう書くかという問題がある。クラシックやポップスなど既存の楽曲スタイルでこの音律を用いても、聴き馴染みの協和音程による音楽の印象が大きいためおおよそ奇異な音楽にしか聞こえなくなってしまうのは容易に想像できる。

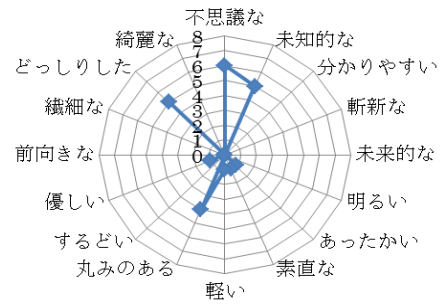


図 7 黄金比音律( $m=5$ )の評価 (ポジティブワード)

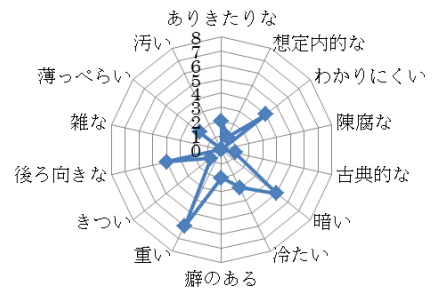


図 8 黄金比音律( $m=2$ )の評価 (ポジティブワード)

本章では、実際にこの音律を使って新たに作曲し演奏するために、譜例をあげて実楽器での黄金比による音律の利用方法について述べる。なお、インターネットで検索すれば黄金比でピッチを決めた曲も存在するが、それらはシンセサイザーによる音楽であり、ここではあくまでも実楽器演奏としての解決を論じるのでそれらは対象とはしない。

### 5.1 平均律でないための演奏上の問題点

一番の問題は、新しい音律で調律した楽器をどう用意するかことであるが、管楽器は穴の開ける位置や管の長さや太さの変更のため容易ではないし、それで音楽的な音色が保たれるかも難しい。ある程度のピッチを調節できる楽器としてピアノが考えられるが、本研究ではもっと手軽に調律できるヴァイオリンなどの弦楽器を対象にした。

しかし、ヴァイオリン属にも演奏上の問題がある。ヴァイオリン奏者は目印のない指板上を自分の耳と経験で指を押さえて音をとるため、既存の平均律や純正律とは違った音高を押さえるのが難しい。つまり、フレットのようなものがなく自由にピッチがとれる分、既存のピッチの感覚で鍛え抜かれた耳と勘がかえって邪魔をしてしまい、それに当てはまらない本研究のような新しいピッチを押さえるのは奏者としてはほぼ無理に近い。

そこで、弦楽器特有のフラジオレット (ハーモニクス) と呼ばれる弦の整数倍音で音が出せる特色を生かして作曲を試みた。さらに、新しいハーモニーを聞かせるために分散和音や重音奏法を多用することにした。



### 5.2 黄金比を用いた各弦のチューニング

本研究では、黄金比を用いた音楽の一例として、弦楽器の調弦を通常とは異なるピッチにした弦楽四重奏曲を取り上げた。

表 3 は黄金比を用いた音律をヴァイオリン(ファーストおよびセカンド)、ヴィオラ、チェロのどの開放弦に当てはめるかを示したものである。今回は上記のアンケート結果より、黄金比を掛けていきオクターブを超えた時に 5 で割って生成される音律( $m=5$ )が独特のハーモニーがでる期待があったのでこれを採用した。 $m=5$  の音律を基準に高音側に 2 倍掛けた値、逆に低音側に 2 及び 4 で割った値も載せているが、実際に各パートで今回使用したピッチには網掛けをしている。オーケストラのチューニング音である約 440Hz の A 音は各パートに共通して設定している(チェロはそのオクターブ下の約 220Hz)。また調弦を通常(ヴァイオリン: E-A-D-G、ヴィオラ・チェロ: A-D-G-C) と異なる調弦法(Scordatura)の意図も加味して、適宜近いピッチを選択した。また平均律の音階に当てはめた時の音名も記している。また、表 4 に今回使用した各パートの調弦のピッチ一覧を記す。

表 3 黄金比による音律のヴァイオリン・ヴィオラ・チェロの各弦への当てはめ

$\div 4$	$\div 2$	$m=5$ の計算値	$\times 2$	平均律の音階への当てはめ	楽器と弦
55.0	110.1	220.2	440.3	near A	Vn, Va, Vc全てに
61.2	122.5	244.9	489.8	near H	VaのIV線
63.1	126.1	252.3	504.6	between H & C	VcのIV線
65.0	129.9	259.9	519.8	near C	2ndVnのIII線
74.5	148.9	297.8	595.6	near D	1stVnのIII線、VaのII線
76.7	153.4	306.8	613.5	near D#	VcのII線
87.9	175.8	351.5	703.1	near F	1stVnのI線
90.5	181.1	362.1	724.2	near F#	2ndVnのIV線
103.7	207.5	414.9	829.9	near G#	VaのIII線
106.9	213.7	427.5	854.9	between G# & A	1stVnのIV線

表 4 弦楽四重奏の各パートの調弦ピッチ

Part / String	I	II	III	IV
1 <sup>st</sup> Violin	703.1Hz (near F)	440.3Hz (A)	297.8Hz (near D)	213.7Hz (between G#-A)
2 <sup>nd</sup> Violin	613.5Hz (near D#)	440.3Hz (A)	259.9 Hz (near C)	181.1Hz (near F#)
Viola	440.3Hz (A)	297.8 Hz (near D)	207.5 Hz (near G#)	122.5 Hz (near H)
Cello	220.2Hz (A)	153.4 Hz (near D#)	90.5 Hz (near F#)	63.1 Hz (between H-C)

### 5.3 曲の構成要素と楽譜

ここでは譜例を幾つか下記に紹介し、あとの実際の音源は web 上に公開する。

図 9 および図 10 に筆者が作曲した曲からの譜例を示す。筆者が独自に作曲したもので弦楽四重奏の形式で書いている。5.2 のチューニングを用いて特殊奏法も交えたいわゆる現代音楽である。記譜上は通常の音高で書いておき、この記譜通りに演奏すると実音は黄金比でチューニングした

ピッチで奏されることになる。

上述したように指で弦を押さえて音程をとるとなると、演奏者は指定の黄金比のピッチで奏するのが困難なため、開放弦やハーモニクスで曲を構成した方が特殊なチューニングが活かされると思われる。開放弦とハーモニクスのみでも、黄金比の調弦により通常の協和する五度調弦と異なるため、非協和音程が曲の印象を独特のものにする(譜例: 図 9)。さらに、ハーモニクスを重音にすることで特異な音程も表現可能である(譜例: 図 10)。また、この重音においては、図 11 の爪ではじく硬質で冷たい音色をつけたり col legno (弓のスティック部分で弾く) など様々なアーティキュレーションを音符につける効果も面白い。同様に図 12 のようにアルペジオで各弦の特殊な音程を表現することもできる。

一方、楽器単体だけではなく、4 パート音を重ねることで黄金比の音程を複雑に表現して効果的に曲に使うこともできであろう。例えば、図 13 のように、同時に各パートが記譜上は同じ音高を奏しているように見えるが、調弦のピッチが異なるため実音は別の音高でハーモニーが幾重にも重なる。また、図 14 に示すようにハーモニクスを並べて順次各パートの音を変えることで音程が様々に変わる面白さも表現できる。その場合には各楽器各弦のハーモニクスの実音を整理・確認しておく必要がある。

なお、この曲についての聴衆によるアンケート評価等は取っていないが、作品としての評価でもあるので定量的な評価・判断は難しいであろう。



図 9 チェロパートの開放弦のみを使った譜例



図 10 ハーモニクスによる重音の譜例



図 11 爪ではじくピッチカートの譜例

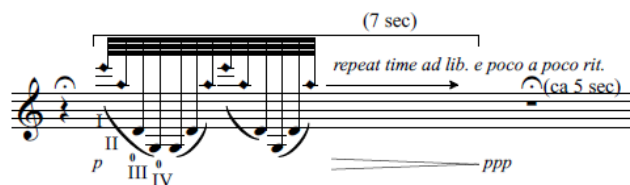


図 12 アルペジオによる黄金比のハーモニーを聞かせる譜例

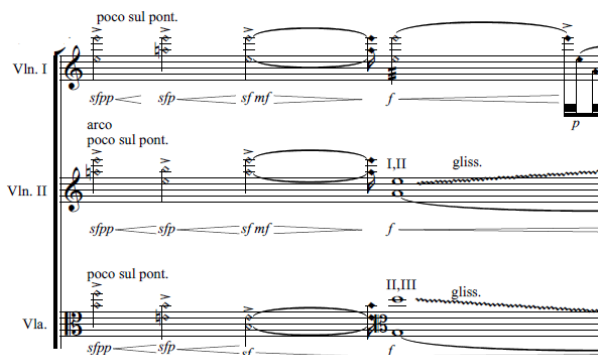


図 13 ハーモニクスを重ねてさらに音色を複雑にした譜例

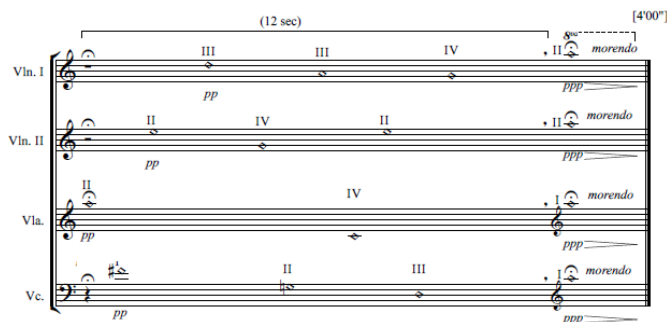


図 14 各パート間で音を黄金比の音程を重ねる譜例

## 6. おわりに

本研究では、世にある美しく均整のとれた比率といわれる黄金比を用いて、新しい音律による音楽の表現について言及した。平均律から離れたピッチの音律に独自性を感じるようなアンケート結果が得られた。また、黄金比による音律で弦楽四重奏による作曲について言及した。ここで挙げたスコアや音源は下記ホームページにて公開している。

<http://yokoyama-music-research.jimdo.com/>

## 参考文献

- 1) 小方厚, 音律と音階の科学-ドレミ…はどのようにして生まれたか, 講談社, 2007.
- 2) 芥川也寸志, 音楽の基礎, 岩波新書, 1971.
- 3) 藤井知明, 「音楽」以前, 日本放送協会出版, 1978.
- 4) 長田将弥, 横山真男, 自然法則を用いて算出した音律の創造の試み. 情報処理学会研究報告.[音楽情報科学], 2014, 2014.23: 1-7.