

## パーコレーション・ネットワーク上の感染症 SIS モデル

向坂幸雄<sup>†</sup> 杉浦康二<sup>‡</sup> 岩村幸雄<sup>†</sup> 吉村仁<sup>\*</sup> 泰中啓一<sup>\*</sup>茨城県立医療大学人間科学センター<sup>†</sup> 静岡大学大学院工学研究科<sup>‡</sup>静岡大学創造科学技術大学院<sup>\*</sup>

## はじめに

近年、新型インフルエンザをはじめとする、様々な新興感染症が極めて重大な国家的関心事となっている。治療薬やワクチンの開発が期待されるが、これらには費用も時間もかかる。ヒト間で伝染する感染症を押さえ込むには、ヒトの行動に関する公衆衛生的な施策が考えられる。これらの施策は個別の臨床試験や実験ができないため、有効性の検証が困難である。本研究では感染症 SIS モデルを格子ロトカボルテラ系に実装し、シミュレーション実験を行うことでその効果を検証した。

モデルでは、「防護」と「隔離」の 2 つの感染防止 (介入) 方法を設定した。ここで、防護とは、集団中の一定割合の対象者がマスクを着用したりするなど、何らかの予防措置を採ることで感染率を一般の場合に比べ著しく下げることがを指す。一方、隔離とは、集団中のヒト間の接触が遮断される措置のことである。防護者は本人自体が感染しないだけでなく、第三者への感染の媒介を妨げる。防護と隔離の空間配置はパーコレーション・ネットワークで表現でき、転移現象が知られている。防護はサイト型パーコレーション、隔離はボンド型パーコレーションである<sup>1)</sup>。本研究ではサイト型とボンド型での「臨界点」(病気が蔓延するかどうかの境界)を調べた。

## 方法

## 1. モデル

非感染者を S、感染者を I とする SIS モデル (理論疫学での基本モデル) を適用した。本系は次のような反応式で表すことができる。



反応式 (1a) は感染過程 (感染率  $\beta$ ) を、(1b) は回復過程 (回復率  $\gamma$ ) を表す。反応 (1a) は隣接格

**An epidemic SIS model on percolation networks**

<sup>†</sup>Yukio Sakisaka, Yukio Iwamura: Center for Humanities and Sciences, Ibaraki Prefectural University of Health Sciences

<sup>‡</sup>Koji Sugiura: Graduate School of Engineering, Shizuoka University

<sup>\*</sup>Jin Yoshimura, Kei-ichi Tainaka: Graduate School of Science and Technology, Shizuoka University

子間でのみ起き、空間配置を反映する。

## 2. 防護型介入

格子空間に防護を施したヒトを密度  $p$  で配置する。この配置は 1 試行内では変化しない。格子空間の空き地は全てヒトで埋めるため、防護されないヒトは確率  $1-p$  で配置されていることになる。防護実践者は感染に寄与しないため、感染者 I の密度を  $x$  とすると、非感染者 S の密度は  $1-p-x$  で表わせる。

1) 防護者 P を密度  $p$  で配置する。残りの空間に S と I をランダムに配置する。

2) 反応過程は以下の 2 段階で実施する。

(i) 感染過程 (1a)。1 格子点を選び、続いて隣接 4 近傍の中から 1 点を選ぶ。両者が (S, I) の組み合わせであれば S は確率  $\beta$  で I になる。

(ii) 回復過程 (1b)。ランダムに格子点を選択し、それが I であれば確率  $\gamma$  で S に戻る。

3) ステップ 2) を  $L^2$  回繰り返す。L は平方格子の 1 辺の長さで、 $L=100$  とした。

4) ステップ 3) を定常状態になるまで繰り返す。

## 3. 隔離型介入

格子空間の各サイト間に障壁を密度  $p$  で配置する。反応先の隣接格子との間に壁が存在する場合には感染は起きない。感染者 I の密度を  $x$  で表わすと非感染者 S の密度は  $1-x$  で表わされる。反応過程は 2) (i) の部分を以下のように変更する。

(i) 感染過程 (1a)。1 格子点を選び、続いて隣接 4 近傍の格子点の中から 1 つを選びペアとする。両者が (S, I) の組み合わせであり、両者間に障壁がなければ S は確率  $\beta$  で I になる。

## 4. 平均場近似

シミュレーション試行と同様の反応を、空間配置を考慮しない確率過程として微分方程式で解析した。この方法は平均場近似と呼ばれ、シミュレーション内容の傾向を知るには簡便な手法である。x の時間微分は、防護型では  $\dot{x} = \beta(1-p-x)x - \gamma x$  で表わされ平衡密度は、

$$\lambda > 1 \text{ のとき } x = (1-p) - \gamma/\beta$$

$$\lambda \leq 1 \text{ のとき } x = 0$$

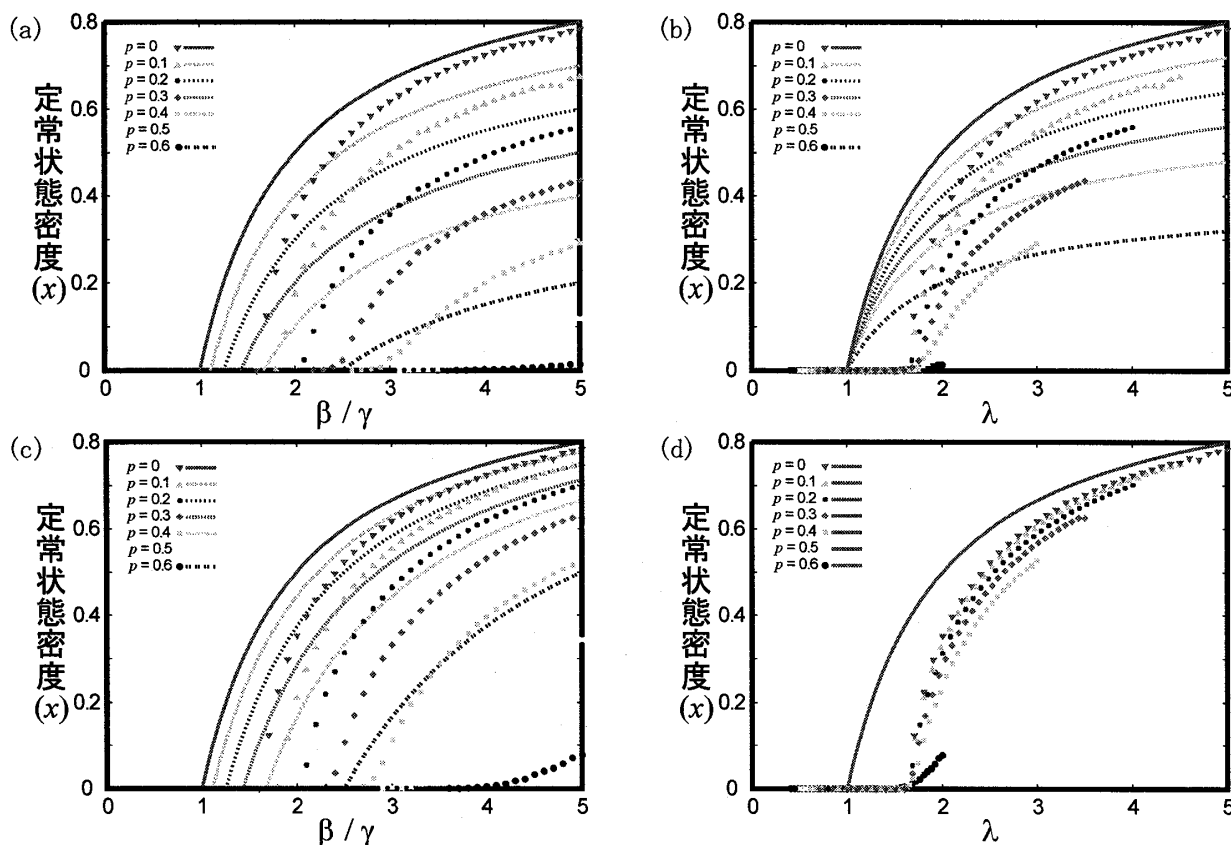


図 1. 病気蔓延における臨界点の単一表現化。  $p$  値が 0 から 0.6 までの感染者の定常密度 ( $x$ )。各プロットはシミュレーション結果、曲線は平均場近似による解析解。(a)防護型の結果： $\beta/\gamma$  の変化に対する定常状態密度のプロット。(b)防護型の横軸を  $\lambda$  にスケーリングしたもの。(c)隔離型の結果： $\beta/\gamma$  の変化に対する定常状態密度のプロット。(d) 隔離型の横軸を  $\lambda$  にスケーリングしたもの。

となる。ここで、 $\lambda \equiv \beta(1-p)/\gamma$  と定義した。他方、隔離型の密度変化（平均場近似）は、 $\dot{x} = \beta(1-p)(1-x)x - \gamma x$  と表わされるので、平衡密度は、 $\lambda > 1$  のとき  $x = 1 - 1/\lambda$   
 $\lambda \leq 1$  のとき  $x = 0$   
 である。よって、病気が蔓延するかどうかの臨界点 ( $\lambda_c$ ) が、防護型と隔離型の両者の場合において、 $\lambda_c = 1$  として単一に表現される<sup>2)</sup>。

### 結果

図 1 から流行状態と非流行状態の臨界点が単一表現化できる。(b)や(d)のように、横軸を  $\lambda$  でスケーリングすることによって、臨界点 ( $\lambda_c$ ) は、シミュレーション結果： $\lambda_c \approx 1.6$  と平均場近似： $\lambda_c = 1$  となった。この臨界値だけは、防護型(b)と隔離型(d)で共通していた。

### 考察

疫学では 1 人の感染者が何人の非感染者を感染させるかを再生産数 ( $R$ ) として表わし、感染の広がる力の指標とする。本研究は、防護型と隔離型すべての場合において、 $R = \lambda/\lambda_c$  となった。平均場近似による数学的結果 ( $\lambda_c = 1$ ) は定性的な傾向を捉えているが、量的な面ではシミュレーション結果 ( $\lambda_c \approx 1.6$ ) と異なっていた。本研究によって、「防護」と「隔離」の 2 つの感染防止 (介入) が、きわめて有用であることが分かった。

### 参考文献

- 1) Tao et al. (1999). J. Phys. Soc. Jpn. 68. 326-329.
- 2) Sakisaka et al. J. Phys. Soc. Jpn, in press.