局所解からの脱出を目的とした ハイブリッド Particle Swarm Optimization

松井 文弥 [†] 能登 正人 [†]
神奈川大学工学部電子情報フロンティア学科 [‡]

1 はじめに

近年，メタヒューリスティクスの一つである Particle Swarm Optimization（PSO）に関する研究が盛んに行われている [1]．PSO は遺伝的アルゴリズムに代わるものとして 1995 年に J. Kennedy と R. Eberhart によって開発された，鳥や魚などの群としての行動を模倣した最適化手法である．PSO では，複数の探索点（Particle）がそれぞれ位置と速度の情報を持っており，これらの情報を群の中で交換し，最良解の情報を共有しながら探索を行う．

PSO の代表的な情報交換形態として Gbest モデルと Lbest モデルがある．Gbest モデルは，群全体で発見した最良解を $\boldsymbol{gbest}$ として群全体で共有する PSO の最も代表的なモデルである．Gbest モデルでは，$\boldsymbol{gbest}$ が更新されると各 Particle は急速に $\boldsymbol{gbest}$ 付近に集まり更なる解の探索を行うため，解の収束は早いが目的関数によっては局所解に捕まりやすくなる．一方，Lbest モデルは，群をいくつかのグループに分割し，それぞれのグループで発見した最良解を $\boldsymbol{lbest}$ としてグループ内で共有するモデルである．Lbest モデルでは，解の収束は遅いが，グループごとに互いに異なる範囲で探索が行えるため，大域的探索能力が高いとされている．

本稿では，局所解に捕まりやすいという PSO の欠点を改善するため，Gbest モデルと Lbest モデルを組み合わせたハイブリッドな PSO アルゴリズムを提案する．また，ベンチマーク問題を用いたシミュレーション実験により，提案手法の評価を行う．

2 PSO

2.1 Gbest モデル

Gbest モデルでは，群を形成する各 Particle がそれぞれ状態空間における現在の位置と速度の情報を持っている．また，各 Particle はこれまでの探索での自身の最良の位置情報（$\boldsymbol{pbest}$）と群全体で共有する最良の位置情報（$\boldsymbol{gbest}$）を記憶しており，$\boldsymbol{pbest}$ および $\boldsymbol{gbest}$ を用いて速度を修正し，位置を更新していくことで，最適化したい目的関数の最適解を目指して状態空間の探索を行う．各 Particle の速度と位置の更新式は以下の通りである．

Hybrid Particle Swarm Optimization for Escaping from Local Minimum
[†]Takeya Matsui and Masato Noto
[‡]Department of Electronics and Informatics Frontiers, Kanagawa University

$$\boldsymbol{v}_i(k+1) = w\boldsymbol{v}_i(k) + c_1\mathrm{rand}_1(\boldsymbol{pbest}_i(k) - \boldsymbol{x}_i(k)) + c_2\mathrm{rand}_2(\boldsymbol{gbest}(k) - \boldsymbol{x}_i(k)) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{x}_i(k+1) = \boldsymbol{x}_i(k) + \boldsymbol{v}_i(k+1) \quad (2)$$

ここで，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{x}$ は Particle の速度と位置，i は Particle 番号（$i = 1, 2, \ldots, m$），k は反復回数，w，c_1，c_2 はそれぞれの項に対する重みパラメータ，rand_1，rand_2 は 0〜1 の一様乱数である．

2.2 Lbest モデル

Lbest モデルは，式 (1) での $\boldsymbol{gbest}$ の代わりに，自身と近傍の Particle から構成されるグループの中での最良の位置情報を $\boldsymbol{lbest}$ として，$\boldsymbol{pbest}$ および $\boldsymbol{lbest}$ を用いて以下の式で速度を修正する．

$$\boldsymbol{v}_i(k+1) = w\boldsymbol{v}_i(k) + c_1\mathrm{rand}_1(\boldsymbol{pbest}_i(k) - \boldsymbol{x}_i(k)) + c_2\mathrm{rand}_2(\boldsymbol{lbest}(k) - \boldsymbol{x}_i(k)) \quad (3)$$

2.3 群の活性度

メタヒューリスティクスにおいて探索性能の向上には探索過程における多様化・集中化がどの程度実現されているかの把握が重要である．PSO において，探索の状況を定量的に評価できる指標として群の活性度がある．群の活性度は，各 Particle が持つ速度の二乗平均として式 (4) により定義される．

$$Act = \sqrt{\frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} {v_{ij}}^2} \quad (4)$$

ここで，n は問題の次元，m は Particle の数，v_{ij} は i 番目の Particle の速度の j 次元要素（$j = 1, 2, \ldots, n$）である．群の活性度を用いると探索の発散（Act が大きいとき）や収束（Act が小さいとき）を判断することが可能となる．

3 提案手法

提案手法では，探索の初期では大域的探索能力が高い Lbest モデルを用いることで探索の多様性を維持する．また，群の活性度を用いて探索の多様性を観測し，活性度が設定値よりも小さくなった時点で Gbest モデルに切り替えることで探索の集中化を行う．更に，大域的最適解付近を探索しているにもかかわらず，共有

情報が更新されて局所解に捕まってしまうことを防ぐため，ある一定反復回数 T_{stop} までは群の共有情報の更新を行わず，その付近を探索する方式を導入する．

提案手法のアルゴリズムを以下に示す．

Step 0. [準備]
Particle の数 m，重みパラメータ w，c_1，c_2，共有情報の最低反復回数 T_{stop}，および最大反復回数 T_{max} を与え，$k=0$ とおく．

Step 1. [初期化]

1. 各 Particle の初期位置 $\boldsymbol{x}_i(0)$ と初期速度 $\boldsymbol{v}_i(0)$ を与える．初期位置 $\boldsymbol{x}_i(0)$ は実行可能領域内にランダムに，初期速度 $\boldsymbol{v}_i(0)$ はランダムに与える．また，$\boldsymbol{pbest}_i(0) = \boldsymbol{x}_i(0)$ とおく．
2. 自身と近傍の Particle から構成されるグループ内において $\boldsymbol{lbest}(0) = \boldsymbol{pbest}_{i_g}(0)$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i(0))$ である．
3. $\boldsymbol{gbest}(0) = \boldsymbol{pbest}_{i_g}(0)$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i(0))$ である．
4. $t_{\mathrm{stop}} = T_{\mathrm{stop}}$ と設定する．

Step 2. [速度の更新]
群の活性度 $Act(k)$ を算出し，$Act(k) \geq Act(0)/2$ ならば Lbest モデルの速度更新式（式 (3)）で，$Act(k) < Act(0)/2$ ならば Gbest モデルの速度更新式（式 (1)）で速度 $\boldsymbol{v}_i$ を更新する．

Step 3. [位置の更新]
式 (2) で位置 $\boldsymbol{x}_i$ を更新する．

Step 4. [$\boldsymbol{pbest}$ の更新]
各 Particle の現在の評価値 $f(\boldsymbol{x}_i(k+1))$ と過去の最良値 $f(\boldsymbol{pbest}_i(k))$ を比較し，$f(\boldsymbol{x}_i(k+1)) < f(\boldsymbol{pbest}_i(k))$ ならば $\boldsymbol{pbest}_i(k+1) = \boldsymbol{x}_i(k+1)$，そうでないならば $\boldsymbol{pbest}_i(k+1) = \boldsymbol{pbest}_i(k)$ とする．

Step 5. [$\boldsymbol{lbest}$，$\boldsymbol{gbest}$ の更新]
$t_{\mathrm{stop}} = 0$ ならば共有情報の更新を行う．

1. 自身と近傍の Particle から構成されるグループ内において $\boldsymbol{lbest}(k+1) = \boldsymbol{pbest}_{i_g}(k+1)$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i(k+1))$ である．
2. $\boldsymbol{gbest}(k+1) = \boldsymbol{pbest}_{i_g}(k+1)$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i(k+1))$ である．
3. $t_{\mathrm{stop}} = T_{\mathrm{stop}}$ と設定する．

$t_{\mathrm{stop}} > 0$ ならば共有情報の更新を行わず，t_{stop} を 1 減らす．

Step 6. [終了判定]
$k = T_{\mathrm{max}}$ ならば，最適解を $\boldsymbol{gbest}(k+1)$，最適値を $f(\boldsymbol{gbest}(k+1))$ として終了．さもなければ，$k = k+1$ として **Step 2.** へ行く．

4 シミュレーション実験

提案手法の有効性を検証するために，ベンチマーク問題の一つである 2^nminima 関数を用いてシミュレーション実験を行った．2^nminima 関数は n 個の決定変数に対して 2^n 個の最適解を有し，決定変数間に依存を持たない関数であり，以下の通り表される．

$$\min_{\boldsymbol{x}} \quad f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i)$$

$$\text{subj. to} \quad -5.0 \leq x_i \leq 5.0$$

$$\boldsymbol{x}^* = (-2.90, \ldots, -2.90),\ f(\boldsymbol{x}^*) = -78n$$

シミュレーション実験では，問題の次元は $n=30$，Particle の数は $m=20$，重みパラメータは $w=0.729$，$c_1 = c_2 = 1.4955$ とした．また，提案手法では $T_{\mathrm{stop}} = 30$ とした．表 1 に 1000 回探索（$T_{\mathrm{max}} = 1000$）を 1000 回試行した場合の比較結果を，図 1 に活性度の推移をそれぞれ示す．

表 1: シミュレーション結果

	Gbest model	Lbest model	Proposed method
最良値	−2265.1496	−2265.1496	−2288.3670
最悪値	−1784.5012	−1812.7746	−1866.9597
平均値	−2043.0038	−2068.9960	−2076.8819
標準偏差	71.5639	72.8074	70.8291

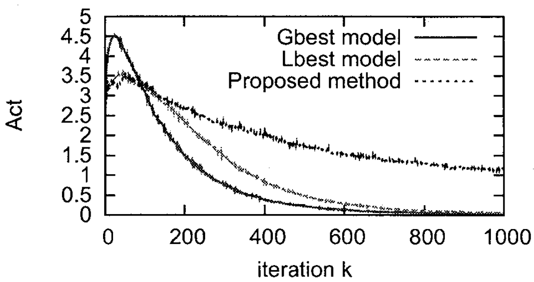

図 1: 活性度の推移

表 1 より，提案手法は Gbest モデル，Lbest モデルと比較して高い探索能力を有していることが分かる．これは，図 1 より提案手法は Gbest モデル，Lbest モデルと比較して活性度を最後まで維持しており，局所解に捕まり難くなったためと考えられる．

5 おわりに

本稿では，局所解に捕まりやすいという PSO の欠点を改善するため，Gbest モデルと Lbest モデルを組み合わせたハイブリッドな PSO アルゴリズムを提案した．今後の課題としては，様々なベンチマーク問題での評価，実システムでの有効性の検証などが挙げられる．

参考文献

[1] 中川直哉，石亀篤司，安田恵一郎：速度制御を取り入れた Particle Swarm Optimization，電気学会論文誌 C， Vol. 129, No. 7, pp. 1331–1338 (2009).