遷移確率を用いたPSOによるグラフ色塗り問題の解法

陳 聡志† 狩野 均‡

筑波大学 情報学類† システム情報工学研究科‡

1. はじめに

Particle Swarm Optimization(PSO)は、メタヒューリスティクスの一種であり、魚や鳥の群れなどの行動からヒントを得て提案された多点探索手法である[1]。PSO は関数最適化問題に適した手法であるが、制約充足問題へ適用する場合には離散変数の扱いが問題となる。本研究では、粒子の速度を離散変数間の遷移確率に置き換えることで、PSO を制約充足問題に適した形式へと拡張する。また、制約充足問題の一例である 3 色グラフ色塗り問題を対象として評価実験を行い、山登り法(HC)と遺伝的アルゴリズム(GA)との比較を通して、本手法が有効である問題領域を明確にする。

2. 基礎事項

2.1 グラフ色塗り問題

グラフ色塗り問題とは、与えられたグラフに対して、辺でつながれた頂点が同じ色にならないようにすべての頂点に色を塗る問題である[2]。グラフ色塗り問題は NP 完全問題であり、様々な制約充足アルゴリズムの性能を評価するための問題として用いられている。本論文では、制約（辺）の数 m を変数（頂点）の数 n で割ったものを制約密度 d（$=m/n$）と定義し、この指標を用いて問題の難易度を分類する。

2.2 PSO の動作原理

PSOは、次に示す速度と位置の更新式で構造されており、探索個体の個別情報と群れ全体の共通情報に基づいて探索していく[1]。PSOの探索個体は、群れ全体の最良解の位置の情報$gbest^k$を共有しているので、ある探索個体が最適解に近づくと、ほかの探索個体もその最適解に近づく。

速度の変更式:

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(pbest_i^k - x_i^k) + c_2r_2(gbest^k - x_i^k)$$

位置の変更式 : $x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}$

i: 探索個体の番号

k: 現在の探索回数

w: 慣性力パラメータ

c_1: 探索個体自身の最良解の位置へ戻ろうとする力の大きさを表すパラメータ

c_2: 群れ全体の最良解の位置へ近づこうとする力の大きさを表すパラメータ

r_1, r_2: [0,1]の一様乱数

v_i^k : k回目の探索におけるi番目の探索個体の速度

x_i^k : k回目の探索におけるi番目の探索個体の位置

$pbest_i^k$: k回目までの探索におけるi番目の探索個体自身の最良解の位置

$gbest^k$: k回目の探索における群れ全体の最良解の位置

2.3 関連研究

従来の研究では、PSO にペナルティ関数を導入し、制約充足問題の離散変数をペナルティ関数として扱うことにより、PSO を制約充足問題に適した形式へと拡張した[3]。しかし、ペナルティ関数のパラメータの数が多く、設定が難しいという問題がある。

3. 提案手法

通常のPSOの速度と位置の変更式を変更し、PSOに遷移確率を導入した。

3.1 アルゴリズム

Step1: PSO の個体をランダムに初期化し、生成した個体を一次元配列で表現する。

Step2: 各個体に対して適応度を計算する。

Step3: 計算した適応度により $pbest_i^k$ と $gbest^k$ を求める。

Step4: 各個体に対して、現在の $pbest_i^k$ と $gbest^k$ に基づいて、次節で示す遷移確率から次の状態を決める。

Solving Graph Coloring Problem Using Particle Swarm Optimization with Transition Probability

† Satoshi Chen
† College of Information Science, University of Tsukuba
‡ Hitoshi Kanoh
‡Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

Step5: 終了条件を満たさないなら、Step2に戻る。終了条件を満たしたら、Step6に進む。

Step6: これまでに得られた最良解を出力する。

3.2　遷移確率

使う色がRGBの3色のグラフ色塗り問題のとき、遷移確率 $P(D_i)$ (i=1,2,3)を以下の式で定義する。ただし、D_1=R(赤色), D_2=G(緑色), D_3 =B(青色)である。

$$P(D_i)=\frac{wP_{set}(D_i)+c_1r_1P_{pbest}(D_i)+c_2r_2P_{gbest}(D_i)}{w+c_1r_1+c_2r_2}$$

$$\sum_{i=1}^{3}P_{set}(D_i)=1$$

$$0\le P_{set}(D_i)\le 1$$

$$P_{pbest}(D_i)=\begin{cases}1 & (pbest=D_i)\\ 0 & (\text{otherwise})\end{cases}$$

$$P_{gbest}(D_i)=\begin{cases}1 & (gbest=D_i)\\ 0 & (\text{otherwise})\end{cases}$$

c_1, c_2, w: 定数

r_1, r_2 :[0,1]の一様乱数

4.　比較実験

4.1　実験条件

HCとGAとの比較実験を100回行った。表1は実験条件を示す。これらの値は予備実験により設定したものである。

表1　実験条件

	HC	GA	本手法
探索回数	10万	10万	10万
個体数	N/A	20	10
世代数	N/A	5000	1万
選択方式	N/A	ルーレット	N/A
交叉	N/A	一様交叉	N/A
突然変異率	N/A	1%	N/A
w	N/A	N/A	0.02
P_{set} (D_i)	N/A	N/A	1/3
c_1	N/A	N/A	2.5
c_2	N/A	N/A	1.0

4.2　実験結果と考察

比較実験の結果を表2と表3に示す。制約密度 d の値が2〜3の範囲では、どの手法においても解を発見できた回数が少なく、問題の難易度が高いことがわかった。これに対して、制約密度 d の値が6以上になると、どの手法もほぼ100%解を発見することができた。本手法を他の手法と比較すると、制約密度 d の値が1.5〜4の範囲では、本手法が解を発見できた回数が最も多かった。

表2　100回中に解を発見できた回数（n=90）

d	HC	GA	本手法
1.5	49	85	**89**
2	5	11	**15**
2.5	2	2	**5**
3	3	8	**21**
3.5	26	30	**43**
4	56	70	**73**
5	97	95	94
6	99	100	99
7	98	100	100
8	100	100	100
9	99	100	100
10	100	100	100

表3　100回中に解を発見できた回数（n=120）

d	HC	GA	本手法
1.5	43	59	**77**
2	1	2	**6**
2.5	0	0	0
3	1	1	**4**
3.5	19	11	**21**
4	52	44	**53**
5	89	80	**90**
6	95	93	**96**
7	99	98	**100**
8	100	100	100
9	100	100	100
10	100	100	100

5.　おわりに

PSOに遷移確率を導入し、グラフ色塗り問題を対象にHCとGAとの比較実験を行った。実験結果より、制約密度 d の値が1.5〜4の範囲では、本手法の方がHCとGAよりも有効であることがわかった。今後は、提案した手法のアルゴリズムを改良し、スケージュリング問題や配送計画問題などの組合せ最適化問題へ応用する予定である。

参考文献

[1]伊庭斉志 著: 進化論的計算手法, オーム社, 2005.

[2]水野一徳, 西原清一: 確率的制約充足アルゴリズムにおける最適構造, 人工知能学会論文誌, 16巻1号E, 2001.

[3]Qie He, Ling Wang: An effective co-evolutionary particle swarm optimization for constrained engineering design problems, Engineering Applications of Aritificial Intelligence, 20, pp. 89-99, 2007.