2種生物共生系の格子モデルと平均場理論

比嘉慎一郎‡　岩田繁英*　向坂幸雄†　吉村仁*　泰中啓一*
静岡大学工学部システム工学科‡　茨城県立医療大学人間科学センター†
静岡大学創造科学技術大学院*

はじめに

これまで生物の個体群動態は、主にロトカ・ボルテラモデルという微分方程式で説明されてきた。その大部分は捕食・被食の関係や競争関係に対して適用されてきた。しかし、相利共生（ある種が他の種の恩恵を受けて、生存共栄する関係）については、上手く適用できていない。この原因は、発散問題という難点があるからである[1]。

今回、我々は二次元格子モデルとその平均場近似によって、相利共生を取り扱う[2]。なぜなら、格子モデルを使うことによって、発散問題を簡単に解決できるからである。モンテカルロ・シミュレーションの結果は、現実の相利共生の個体群動態を上手く説明することができる。

方法

1．共生モデル

『ある生物種は他種の生物種がいることによって出生率が増加され結果として共生する』という事象をモデル式化すると以下のようになる

$$O+X \xrightarrow{r_x+\varepsilon_x y} X+X$$

$$O+Y \xrightarrow{r_y+\varepsilon_y x} Y+Y$$

$$X \xrightarrow{m_x} O$$

$$Y \xrightarrow{m_y} O$$

ここでは O は空き地、X、Y が２種の生物、r_x, r_y がそれぞれ X, Y の出生率。

ε_x, ε_y が他種の存在による増殖係数であり、これが前述の『他種の生物種によって出生率が増加』することを与える係数である。従って実際の X は Y によって(Y は X によって)出生が依存することが分かる。

m_x、m_y はそれぞれ X, Y の死亡率である。

平均場理論

次にモデル式に対応する平均場近似は X、Y、m、r、ε は前述のモデル式の役割と同じで、（1−X−Y）が空き地の効果だと定義すると、以下の基礎方程式となる。

$$\frac{dxy}{dt} = r_1\{-m_1 + (1+\varepsilon_1 y)(1-x-y)\}x$$

$$\frac{dy}{dt} = r_2\{-m_2 + (1+\varepsilon_2 x)(1-x-y)\}y$$

ただし、モデル式から平均場近似を示すに至って上の式は

$$\frac{m_{x,y}}{r_{x,y}} \longrightarrow m_{1,2}, \quad \frac{\varepsilon_{x,y}}{r_{x,y}} \longrightarrow \varepsilon_{1,2}$$

と変数変換をしている。基礎方程式の平衡点の存在条件と安定条件は表１でまとめられる。

表１．平衡点の存在条件と安定条件

平衡点	存在条件	安定条件
①(0, 0)	常に存在	$1-m1<0$ and $1-m2<0$
②(1−m1, 0)	$1-m1>0$	$-m2+\{1+\varepsilon_2(1-m1)\}m1<0$
③(0, 1−m2)	$1-m2>0$	$-m1+\{1+\varepsilon_2(1-m2)\}m2<0$
④(x*、y*)(注)	Case1： $-m1+\{1+\varepsilon_1(1-m2)\}m2>0$ $x^*>(m2-m1)/m1\varepsilon_2$ Case2： $A<-m1+\{1+\varepsilon_1(1-m2)\}m2<0$ $x^*>(m2-m1)/m1\varepsilon_2$ $B>0$	Case1： $\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_1+\varepsilon_2-2\varepsilon_1\varepsilon_2(1-x^*-y^*)>0$ Case2： $\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_1+\varepsilon_2-2\varepsilon_1\varepsilon_2(1-x^*-y^*)>0$

Copyright © 2010 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.

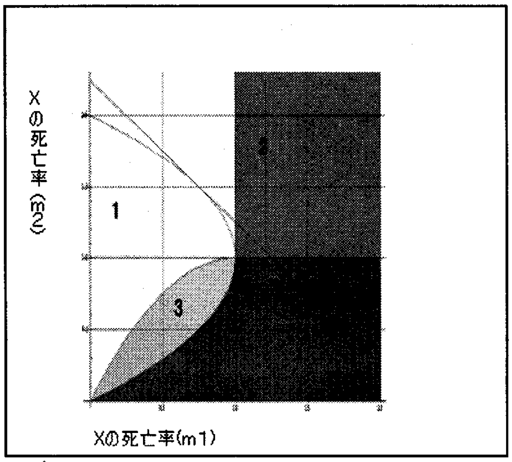
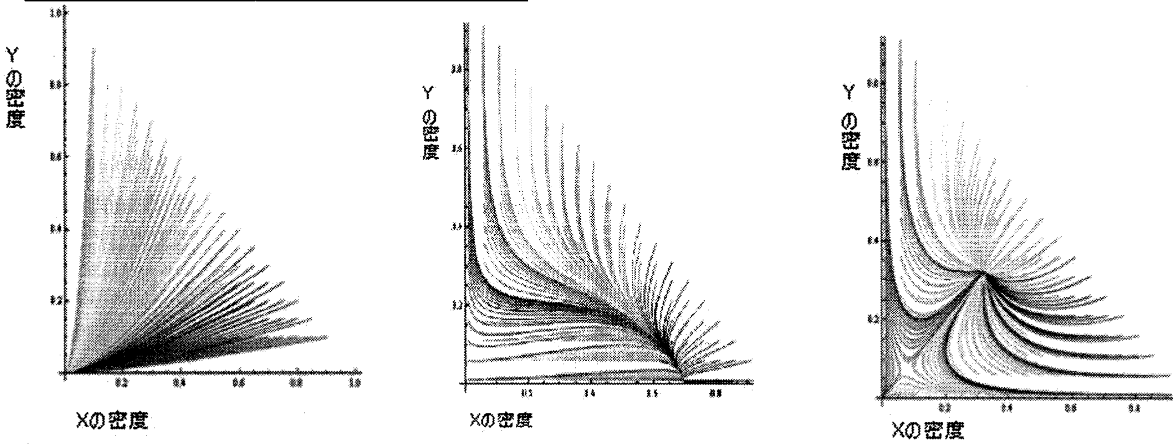


図１．基礎方程式の Phase Diagram（ε１＝ε２＝１と固定）。縦軸と横軸は両種の死亡率を表わす。個体群動態は、４通りに区別される。状態①：両種絶滅、状態②と③：１種絶滅（１種生存）、状態④：両種共存。



(a)　両種絶滅　　(b)　１種絶滅　　(c)　両種共存

図２．個体群動態。(a)（b）(c)は、表１の①②④にそれぞれ対応する。

結果

表１をもとにPhase Diagramを作成すると図１のようになった。各Phaseの個体群動態は、図２のように表現できた。

考察

今回用いた平均場理論の基礎方程式を解析すると、図１のようなPhase Diagramができた。これらは実際の微生物共生系の個体群動態と良く一致している[3]。本講演では、２次元格子モデルを用いたコンピュータシミュレーションとの比較も行う予定である。

参考文献

[1] P.J. Mumby et al.(2007).Theresolds and the resilience of Caribbean coral reefs. Nature. Vol 450. pp. 98-101.
[2] K. Tainaka et al. (2003). The effect of mutualism on community stability. J. Phys. Soc. Jpn. Vol.72. pp. 956-961.
[3] C. Katsuyama et al. (2009). Complementary cooperation between two syntrophic bacteria inpesticide degradation. J. Theor. Biol. Vol. 256. pp. 644-654.

Copyright © 2010 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.