ネットワーク負荷分散制御のためのリンクメトリック最適化

野口 烈　藤村 武史　巳波 弘佳
関西学院大学 理工学部〒669-1337 兵庫県三田市学園 2-1
E-mail:{aqo22540,cgj22498,miwa}@kwansei.ac.jp

1 はじめに

Open Shortest Path First (OSPF) は，インターネットサービスプロバイダ (ISP) が提供する代表的なプロトコルである．OSPF によるルーティングではメトリックに依存した経路決定が行われるため，小さいメトリックを割り当てられたリンクに最短経路が集中しやすくなる．この問題に対して，これまでヒューリスティックな対処法として，[1] や [2] が知られている．特に [1] による，あらかじめリンクに設定しておいた容量の逆数をメトリックとして割り当てる方法が広く用いられている．しかし，この方法では，一般に容量が大きく設定されたリンクに経路が集中するため，輻輳が発生してしまった場合の影響が大きい．

本稿では，運用中のネットワークにおいて，リンクを通過する経路数（多重度）が，各リンクの容量（経路数上限）以下になるように，限定された数のリンクのみのメトリックを更新してネットワークの負荷分散を図るリンクメトリック制御問題を扱う．まず，これを負荷分散辺長決定問題として定式化し，NP 完全であることを証明した．さらに，メトリックを変更できるリンク数を 1 に限定した場合における多項式時間アルゴリズムを設計した．また，現実の様々なネットワークへ適用し，アルゴリズムの有効性を評価した．

2 負荷分散辺長決定問題

まず，ネットワークを $N=(G,c,w)$ とする．G は無向グラフ $G=(V,E)$（V は点集合，E は辺集合）を表す．辺の長さを辺長関数 $w:E\rightarrow\mathbb{R}_+$ で定義する．ネットワーク N において各辺 $e\in E$ を通過する経路数を辺多重度 $m^w(e)$ で定義する．辺多重度の上限を辺容量関数 $c:E\rightarrow\mathbb{R}_+$ で定義する．ネットワーク上での通信要求がある点対の集合を点対集合 $P=\{p_1,p_2,\dots,p_k\}$ とする．経路長は，それに含まれる辺の長さの和で定義されるとし，点対における通信経路としては経路長最小の経路（最短経路）が用いられるものとする．辺の長さを変更できる辺集合を辺長変更可能辺集合とする．

負荷分散辺長決定問題 (OLWLB)
INSTANCE: ネットワーク $N=(G=(V,E),c,w)$，辺長変更可能辺集合 $F\subseteq E$，点対集合 $P=\{p_1,p_2,\dots,p_k\}$．
QUESTION: 長さが同一の経路が複数ある場合の経路の選び方に依存せず，$m^{w'}(e)\le c(e)$ $(e\in E)$ を満たす辺長関数 w' （$e\in E-F$ においては $w'(e)=w(e)$）が存在するか？ ∎

この問題は，変更可能なリンクのメトリックだけを変更することによって，すべてのリンクにおいて経路数が容量以下になるようにできるかを問うことに対応している．また，同一経路長の経路が複数ある場合，どの経路を使うかはルータの仕様に依存しているため，一般には制御することができない．したがって，ここでは，どのような経路選択をされたとしても経路数が容量以下に収まるようにすることで，より現実的な問題設定にしている．

Theorem 2.1
OLWLB は NP 完全である． ∎

（証明） OLWLB はクラス NP に属する．実際，辺長関数が与えられたとき，各点対間の最短経路を求めれば，各辺の辺多重度が容量以下かどうか判定できるため，与えられた辺長関数が容量制約を満たすか否かのチェックが多項式時間の計算量で可能である．

次に，NP 完全である分割問題を OLWLB に多項式時間帰着できることを示す．分割問題とは，正整数の有限集合を A が与えられたとき，$\sum_{a\in A'}a=\sum_{a\in A-A'}a$ となるような部分集合 $A'\subseteq A$ が存在するか否かを問う問題である．$I(a)$ を集合 A に属する正整数 a とする．

ここで，分割問題の問題例から OLWLB の問題例 $(N=(G=(V,E),w,c),P,F)$ を次の様に構成する（図 1 参照）：集合 A の各元 a に対して点集合を $S^{I(a)}=\{v_1^{I(a)},v_2^{I(a)},\dots,v_a^{I(a)}\}$ とする．集合 $S^{I(a)}$ の各点は $v^{I(a)}$ と隣接し，グラフ $N_{I(a)}$ を構成する（図 1a）．各 $N_{I(a)}$ の辺 $e_1^{I(a)}$，$e_2^{I(a)}$ がそれぞれ辺 e_1，e_2 と端点を共有するグラフ N を構成する（図 1b）．図中の整数値は各辺の辺長を示す（図 1a, 1b）．グラフ N において辺 $e_8^{I(a)}$，$e_9^{I(a)}$ の容量を ∞ とし，辺長変更可能辺集合を $F=\bigcup_{a\in A}\{e_8^{I(a)},e_9^{I(a)}\}$ とする．さらに，辺 e_1，辺 e_2 の容量を $\sum_{a\in A}a/2$，辺 $e_{10}^{I(a)}$ の容量を 1，およびこれらの辺以外の容量は ∞ とする．また，集合 $P_{N_{I(a)}}$ を $P_{N_{I(a)}}=\{\{v,v_1^{I(a)}\},\{v,v_2^{I(a)}\},\dots,\{v,v_a^{I(a)}\},\{v_1'^{I(a)},v_4'^{I(a)}\},\{v_2'^{I(a)},v_3'^{I(a)}\}\}$ とし，点対集合を $P=\bigcup_{a\in A}P_{N_{I(a)}}$ とする．

分割問題に解が存在するならば，OLWLB にも解が存在することを示す．もし分割問題に解が存在するならば，$\sum_{a\in A'}a=\sum_{a\in A-A'}a$ となる部分集合 $A'\subseteq A$ が存在する．元 a が部分集合 A' に含まれるならば，辺 $e_8^{I(a)}$，$e_9^{I(a)}$ の辺長を $w'(e_8^{I(a)})=5$，$w'(e_9^{I(a)})=11$ とする．このとき点対 $(v,v_i^{I(a)})$ 間の最短経路は $e_1\rightarrow e_1^{I(a)}\rightarrow e_8^{I(a)}\rightarrow e_{11}^{I(a)}$ を通る．また，点対 $(v_1'^{I(a)},v_4'^{I(a)})$，$(v_2'^{I(a)},v_3'^{I(a)})$ 間の最短経路はそれぞれ，$e_4^{I(a)}\rightarrow e_8^{I(a)}\rightarrow e_{10}^{I(a)}\rightarrow e_7^{I(a)}$，$e_6^{I(a)}\rightarrow e_8^{I(a)}\rightarrow e_3^{I(a)}\rightarrow e_5^{I(a)}$ を通る．同様に，集合 $A-A'$ に含まれるならば，辺長を $w'(e_8^{I(a)})=11$，$w'(e_9^{I(a)})=5$ とする．このとき点対 $(v,v_i^{I(a)})$ 間の最短経路は $e_2\rightarrow e_2^{I(a)}\rightarrow e_9^{I(a)}\rightarrow e_{12}^{I(a)}$ を通る．また，点対 $(v_1'^{I(a)},v_4'^{I(a)})$，$(v_2'^{I(a)},v_3'^{I(a)})$ 間の最短経路はそれぞれ，$e_4^{I(a)}\rightarrow e_3^{I(a)}\rightarrow e_9^{I(a)}\rightarrow e_7^{I(a)}$，$e_6^{I(a)}\rightarrow e_{10}^{I(a)}\rightarrow e_9^{I(a)}\rightarrow e_5^{I(a)}$ を通る．どちらの場合も辺 $e_{10}^{I(a)}$ を通過する最短経路はどちらか一方になる．したがって，部分集合 A' が分割問題の解ならば辺 e_1 を通過する最短経路の数は $\sum_{a\in A'}a(=\sum_{a\in A}a/2)$ となり，OLWLB の解が得られた．

逆に OLWLB に解が存在するとき，分割問題に解が存在することを示す．まず，辺 $e_{10}^{I(a)}$ の容量制約を満たすためにその辺に通過する最短経路は点対 $(v_1'^{I(a)},v_4'^{I(a)})$ 間，点対 $(v_2'^{I(a)},v_3'^{I(a)})$ 間のどちらか一方になる．このとき，辺長変更可能辺の辺長は $w'(e_8^{I(a)})<w'(e_9^{I(a)})$，または $w'(e_8^{I(a)})>w'(e_9^{I(a)})$ を満たさなければならない（ただし，$w'(e_3^{I(a)})-w'(e_{10}^{I(a)})<\left|w'(e_8^{I(a)})-w'(e_9^{I(a)})\right|$）．なぜならば，もし $w'(e_8^{I(a)})=w'(e_9^{I(a)})$ ならば，両点対の最短経路が辺 $e_{10}^{I(a)}$ を通過して容量制約を満たさないからである．辺長が $w'(e_8^{I(a)})<w'(e_9^{I(a)})$ を満たす場合，点対 $(v,v_i^{I(a)})$ 間

Traffic Engineering by Polynomially Solvable Link Metric Optimization
Akira Noguchi, Takeshi Fujimura, and Hiroyoshi Miwa
Kwansei Gakuin University, 2-1 Gakuen Sanda, Hyogo 669-1337, Japan

の最短経路は $e_1 \to e_1^{I(a)} \to e_8^{I(a)} \to e_{11}^{I(a)}$ を通る．また，$w'(e_8^{I(a)}) > w'(e_9^{I(a)})$ を満たす場合 $e_2 \to e_2^{I(a)} \to e_9^{I(a)} \to e_{12}^{I(a)}$ を通る．以上の考察より，$w'(e_8^{I(a)}) < w'(e_9^{I(a)})$ を満たす a の集合を A' とすると，辺 e_1 の辺多重度は $\sum_{a \in A} a/2$ 以下でなければならないので，$\sum_{a \in A'} a$ は $\sum_{a \in A} a/2$ と等しくなる．よって，OLWLB の解から分割問題の解が構成できる．

以上より，分割問題が OLWLB に多項式時間帰着できることが示された．したがって，OLWLB は NP 完全問題である．

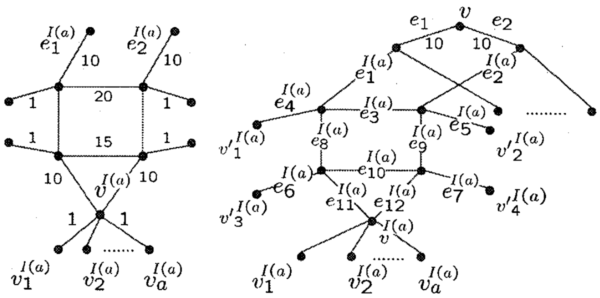

図 1a. $N_{I(a)}$.　　図 1b. N.

図 1　分割問題から OLWLB への帰着．

3　多項式時間アルゴリズム

負荷分散辺長決定問題は一般には NP 完全であるが，辺長変更可能辺を 1 辺だけに限定した場合は，多項式時間アルゴリズムで解を得ることができる．問題例を，$(N = (G = (V, E), w, c), P, F = \{e^*\})$ とする．辺長関数 w による点対 p_i の最短経路長を l_i^w と表記し，辺長変更可能辺 e^* の辺長が $w(e^*) = \infty$ のとき，点対 p_i の最短経路長を l_i^∞ と表記する．同様に，$w(e^*) = 0$ のとき，点対 p_i の最短経路長は l_i^0 と表記する．各点対において，必要ならば点対の番号を付けかえ $l_i = l_i^\infty - l_i^0$ を降順ソートする．e^* の辺長に依らず，$l_i = \infty$ ならば点対 p_i の最短経路は必ず e^* を通過し，$l_i = 0$ ならば e^* を通過しない．簡単化のために l_i は 0 でも ∞ でないと仮定する．一般性を失わず，$l_1 > l_2 > \ldots > l_k$，$l_{k+1} = 0$ とする．

すべての $i = 1, 2, \ldots, k$ に対し $l_{i+1} + \epsilon < l_i$ を満たす実数 ϵ が存在する．$w'(e^*) = l_j + \epsilon$ とするとき，点対 p_i $(1 \leq i \leq j-1)$ の最短経路長が $l_i^0 + l_j + \epsilon\ (< l_i^\infty)$ となるので，これらの最短経路は e^* を通過する．したがって，e^* の辺長を $l_{j-1} + \epsilon$ から $l_j + \epsilon$ に変更することにより，e^* を通過する経路を，点対 p_1 から点対 p_{j-2} の最短経路数 $j-2$ 本から，新たに点対 p_{j-1} の最短経路を e^* に通過させて $j-1$ 本にすることができる．

以上の考察に基づき，$j = 1, 2, \ldots, k+1$ の順に以下の手順を繰り返すアルゴリズムによって解を求めることができる：辺長変更可能辺 e^* の辺長を $w'(e^*) = l_j + \epsilon$ とする．このとき，各点対の最短経路を計算し，各辺の辺多重度 $m^{w'}(e)$ を求める．もし各辺の辺多重度が容量以下ならば，そのときの e^* の辺長を解として出力する．$j = k+1$ でも容量制約が満たされなければ，どのような辺長を e^* に与えても各辺の経路数を容量以下にすることができないと出力する．このアルゴリズムでは，辺長を変更するたびに k 点対の最短経路を計算し，各辺の辺多重度が容量を以下か否かの確認を行っている．最短経路を求めるためのダイクストラ法の計算量は $O(|E| + |V| log|V|)$ であり，最大 $k+1$ 回の辺長の更新をするため，計算量は全体で $O(k^2 \cdot (|E| + |V| log|V|))$ である．

4　性能評価

3 章で述べた多項式時間アルゴリズムの性能を評価する．ここでは，CAIDA[3] において公開されている実際の ISP バックボーンネットワークのグラフ構造を利用した．各辺長は実際に定義されている容量の逆数を与える．

点対集合を与えたとき，少なくともある 1 辺の辺長を適切に設定すれば容量制約を満たせるのであれば実行可能，どの 1 辺の辺長を変更しても容量制約を満たせない辺があるのであれば，実行不可能とする．この実行可能性は 3 章のアルゴリズムにより多項式時間で判定できる．

点対数が多いほど，ネットワーク上に多くの経路が存在するため，容量制約を満たすことは困難になる．したがって，より多い点対数まで実行可能にできる辺長決定アルゴリズムは性能が良いと考えられる．ここでは，容量の逆数を用いるだけのアルゴリズム [1] と，本アルゴリズムとの性能を比較する．ある点対数のすべての点対集合の各々に対して 2 つのアルゴリズムを適用したとき，本アルゴリズムだけが実行可能となった割合を，その点対数における成功率とする．点対集合の組合せは極めて多いため，ここでは各点対数ごとに点対集合を 5 種類ランダムに生成し，そのうち本アルゴリズムだけが実行可能となった割合を成功率として用いることにした．点対数を 1 対から全点対まで変化させたとき，成功率がどのように変化するかを，ここでは，AGIS（点数 82，辺数 92）および CAIS Internet（点数 37，辺数 44）の結果のみ，図 2 および図 3 に挙げる．なお，他のネットワークにおいても同様の結果が得られている．

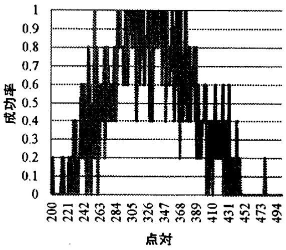

図2 AGISにおける成功率の変化．

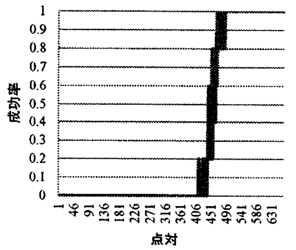

図3 CAIS Internetにおける成功率の変化．

点対数が少なければ両アルゴリズムに差は見られない．点対数が多くなるにつれ，本アルゴリズムでは容量制約を満たすように適切に辺長を決定できるが，既存アルゴリズムではできない可能性が高くなっている．特に AGIS では 280 対から 370 対間，CAIS Internet では 440 対から全点対間においてその可能性が高かった．また，本アルゴリズムにおいて解が存在する点対数は，[1] のアルゴリズムより多く，AGIS では約 1.6 倍，CAIS Internet では約 1.5 倍である．なお，AGIS において，点対数が十分大きくなると再び差がなくなってくるのは，どちらのアルゴリズムを用いても実行不可能となるからである．

以上の結果から，辺長変更可能辺を 1 辺に限定したとしても，容量制約を満たす辺長決定ができることがわかる．

5　まとめ

本研究では，限定された数のリンクのみのメトリックを変更し，リンクを通過する経路数を容量以下にすることによってネットワークの負荷分散を図る，リンクメトリック制御を扱った．まず，これを負荷分散辺長決定問題として定式化し，この問題が NP 完全であることを証明した．さらに，メトリックが変更可能なリンク数が 1 の場合における多項式時間アルゴリズムを設計した．また，現実の様々なネットワークへ適応し，リンク数を限定した本アルゴリズムであっても有効性が見られることがわかった．

参考文献

[1] Cisco, "OSPF デザインガイド", `http://www.cisco.com/JP/support/public/ht/white_paper/102/1020646/1-j.shtml`.

[2] B. Fortz, M. Thorup, "Internet Traffic Engineering by Optimizing OSPF Weights", Proc. IEEE INFOCOM, pp.519-528, Tel Aviv, Israel, 26-30 Mar., 2000.

[3] `http://www.caida.org/`.