# 高い耐故障性と低いネットワーク負荷を実現するサーバ配置に関する研究

中村 亮太　　橋本 明人　　巳波 弘佳
関西学院大学 理工学部 〒669-1337 兵庫県三田市学園 2-1
E-mail:{bxr94218, miwa}@kwansei.ac.jp

## 1 はじめに

近年，大容量コンテンツの利用増加により，ネットワークトラフィックやコンテンツ配信サーバへの負荷が大きくなってきている．これは，ユーザへのサービス品質を低下させる可能性があるため，解決の方法の一つとして，ミラーサーバの配置が広く用いられている．サーバまでの距離や信頼性それぞれについて，要求を満足するサーバ配置を決定することは，これまで広く研究されてきているが，両者を考慮したものはない．本研究では，これら両者を考慮し，リンク故障時においてもサーバへのアクセスを確保した上で，サーバ集合までの距離を抑えるようなサーバ配置問題を，最適化問題として定式化する．さらに，この問題が NP 完全であることを証明し，ヒューリスティックアルゴリズムを提案する．また，数値実験により，提案アルゴリズムの有効性を示す．

## 2 サーバ配置問題

本研究では，同一コンテンツを提供するサーバ群へのアクセスの信頼性として，一定の個数のリンク故障時においても，少なくともいずれか一つのサーバへの可到達性を保証できることと考える．したがって，信頼性の尺度として，NA(Node-to-Area) 辺連結度 [1, 2, 3] を用いる．ここでは，簡単のためリンク故障のみを扱うことにする．

まず，NA 辺連結度の定義を述べる．無向グラフ $G = (V, E)$ において，点部分集合 $W$ ($W \subset V, W \neq \emptyset$) に対して，辺の部分集合 $\{(v,w) \in E \mid v \in W, w \in V - W\}$ を $E(W)$ と表し，カットという．$A \subseteq W$，$B \subseteq V - W$ であるとき，カット $E(W)$ は $A$ と $B$ を分離するといい，$E(W)$ に含まれる辺の本数をカットサイズという．$A$ と $B$ を分離する任意のカットのサイズが $k$ 以上であるとき，$A$ と $B$ は $k$ 辺連結という．$k$ 辺連結であるような最大の $k$ を $A$ と $B$ の間の局所辺連結度と言う．これは，$(k-1)$ 本以下の同時リンク故障によっても，$A$ と $B$ は通信が継続できることを意味する．

グラフ $G = (V, E)$ と，その点部分集合族 $X = \{V_1, V_2, \ldots, V_p\}$ の組 $(G, X)$ を領域グラフと言う．各 $V_i \in X$ を領域と言う．領域グラフを用いることによって，複数種類のサービスの信頼性を同時に扱うことができるようになる．領域グラフ $(G, X)$ において，各点と領域間の局所辺連結度の最小値を，領域グラフの NA 辺連結度という．NA 辺連結度が $k$ である領域グラフを $k$-NA 辺連結領域グラフという．以降は，簡単のために，領域グラフの領域は $A$ だけとする．

次に，辺不足集合を定義する．グラフ $G$ における $h(< k)$ 辺連結成分 $C \subset V$ であって，$C$ のカットサイズが $k$ 未満であるものを，$k$ 辺不足成分という．$k$ 辺不足成分 $C$ のうち，$C$ に含まれる任意の真部分集合が $k$ 辺不足成分ではないようものを，極小 $k$ 辺不足成分という．極小 $k$ 辺不足成分から 1 点ずつ選んで得られた点集合を領域とすることによって，グラフを $k$-NA 辺連結にすることができる．

信頼性を確保するサーバ配置は，サーバ数が $S$，要求 NA 辺連結度が $k$ の時，$k$-NA 辺連結になるように領域を決定する問題として定式化できる．

**NA 辺連結度保証領域決定問題**
**INSTANCE:** $G = (V, E)$，自然数 $k, S$．
**QUESTION:** 領域グラフ $(G, A)$（ただし $|A| \leq S$）における *NA* 辺連結度が $k$ であるような $A \subseteq V$ は存在するか？ ∎

Methods of Locating Mirror Servers with High Connectivity and Small Distances
Ryota Nakamura, Akito Hashimoto, and Hiroyoshi Miwa
Kwansei Gakuin University, 2-1 Gakuen Sanda, Hyogo 669-1337, Japan

この問題は，多項式時間で解けることが分かっている [1]．

サーバ配置設計では，上記の信頼性に加えて遅延時間の低減が必要となる．$p$ センター問題のように，最も近いサーバまでの距離の最大値が小さいことが望ましいという評価基準もありうるが，本研究では，より現実的な設定を考慮する．同一コンテンツをサービスするサーバが複数ある場合，ユーザにアクセスさせるサーバは，サーバ選択アルゴリズムによって決定される．これは，ユーザから最も近いサーバを選択するとは限らず，サーバ負荷などを考慮するものもある．ユーザがアクセスするサーバが決定すると，そのサーバに対して，OSPF などルーティングプロトコルによって最短経路を用いてアクセスする．したがって，本研究では，近いものから $r$ 個のサーバまでの距離（最短経路長）の和が小さいことが望ましいと考える．他の評価尺度として，近いものから $r$ 個のサーバまでの距離の最大値が小さいという評価尺度も考えられる．しかし，最大値を厳しく抑えることで実行不可能となり，結果的に $r$ 個のサーバまでの距離をいずれも大きくせざるを得なくなるよりも，むしろサーバまでの距離にばらつきがあっても小さいものが含まれる方が望ましく，また利用されるネットワークリソースの総和が少ない方が望ましい．この観点から，距離の和を評価尺度を用いることにする．

そこで，サーバ配置問題を次のように定式化する．

**NA 辺連結度と距離を保証するサーバ配置問題（SLCD）**
**INSTANCE:** 領域グラフ $(G, A)$（ただし $G = (V, E)$），自然数 $k, B, r$，追加サーバ数 $S$．
**QUESTION:** 領域グラフ $(G, A)$ が与えられた時，領域グラフ $(G, A')$（ただし $A \subseteq A'$ かつ $|A' - A| \leq S$）における *NA* 辺連結度が $k$，$\max_{v \in V} \sum_i d(v, s_i(v)) \leq B$（ただし，$s_i(v)$ は，$v$ から $i$ 番目に近い $A'$ の点，$i = 1, \ldots, r$）であるような $A'$ は存在するか？ ∎

この問題の解である領域 $A'$ は，信頼性と距離に関する評価尺度の条件を満たすサーバ配置ノード集合である．

## 3 SLCD の NP 完全証明

**定理**
SLCD は NP 完全である． ∎

証明：NP に属することは自明であるので，既知の NP 完全問題である 3SAT を，SLCD に多項式時間帰着できることを示す．

ここでは，3SAT の問題例（変数集合 $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$，節の集合 $C = \{C_1, C_2, \ldots, C_m\}$）から，以下のように SLCD の問題例 $((G, A), k, B, S)$ を構成する．ここで 3SAT において $n < m$ を仮定する．なお，このように限定しても NP 完全である．

まず，3SAT の問題例 $(U, C)$ に対し，$k$ 点完全グラフ $K_k^{U_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ と，点 $v_j$ $(j = 1, 2, \ldots, m)$ を用意する（ただし，$k = m + 1$）．各 $K_k^{U_i}$ の任意の 2 点を選び，それぞれ $t_i, f_i$ と定め，$C_j$ に含まれる変数 $u_i$ が肯定リテラルなら $t_i$，否定リテラルなら $f_i$ に，対応する $v_j$ との間に辺を張る．$C_j$ に対応した $k'$ 点完全グラフ $K_{k'}^{C_j}$ $(j = 1, 2, \ldots, m)$（ただし，$k' = k + 1$）を用意し，$v_j$ から $K_{k'}^{C_j}$ に含まれる $k$ 個の点に辺を張る．さらに $S = n, B = 1$ とし，$K_{k'}^{C_j}$ において $v_j$ とつながれていない点の集合を領域 $A$ とする．このようにして，SLCD の問題例が構成できる．

構成された問題例では，$K_k^{U_i}$ のカットサイズは $m$ 未満，つまり $k - 1$ 未満であり，それぞれ $k$ 辺不足成分となっている．

また，$n < m$ より $K_{k'}^{C_j} \cup \{v_j\}$ はそれぞれ $k$ 辺不足成分となっているので，$(G, A)$ は $m+n$ 個の $k$ 辺不足成分をもつ．よって，各不足成分から領域の点を 1 つずつ選ぶこととなるが，$K_{k'}^{C_j}$ を含む不足成分には既に $A$ に含まれる点が置かれているため，残り $n$ 個の点を，不足成分 $K_k^{U_i}$ から 1 つずつ選ばなければならないことになる．なお，$v_j$ を領域の点として選ぶと，$K_k^{U_i}$ に含まれる点のうち，$v_j$ に直接辺の張られていない点からは距離が 2 となってしまい，条件を満たせないので，$v_j$ が領域の点として選ばれることはない．したがって，条件を満たすためには，各不足成分 $K_k^{U_i}$ の $t_i$ もしくは $f_i$ を領域の点として選ばなくてはならない．これより，SLCD に解があるならば，各 $K_k^{U_i}$ においてサーバが置かれた点に応じて 3SAT の解が構成できる．実際，$u_i$ の真偽割り当ては，$t_i$ が選ばれていれば真に，$f_i$ が選ばれていれば偽とし，それ以外の点が選ばれている場合は真とすればよい．これは $K_k^{u_i}$ のどの点を選んでも SLCD の条件が満たされることを意味しており，対応する変数 $u_i$ が真であっても偽であっても $(U, C)$ を充足することを示している．

逆に，3SAT の解があるならば，各変数の真偽値に応じて，真なら $t_i$，偽なら $f_i$ を領域の点として選ぶと，制約条件を満たした SLCD の解を構成できる．以上より，3SAT が SLCD に多項式時間帰着でき，SLCD は NP 完全であることが証明された． ∎

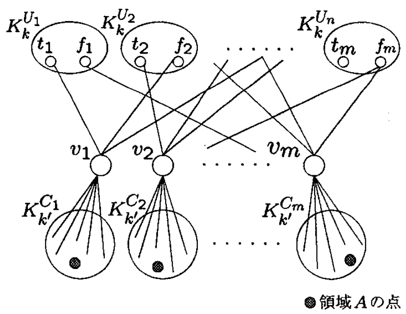


図 1　3SAT から SLCD を構成．

## 4　アルゴリズムと性能評価

SLCD は NP 完全であるので，多項式時間で最適解を求めることは困難である．$k$-NA 辺連結を満たすサーバ配置であれば，多項式時間で解ける [1]．すなわち，極小 $k$ 辺不足成分から 1 点ずつ選んで得られた点集合を領域とすることによって，グラフを $k$-NA 辺連結とすることが可能である．本研究では，NA 辺連結度と距離を保証するサーバ配置問題に対して，2 つのヒューリスティックアルゴリズムを挙げる．

なお，簡単のために，以降，$A = \emptyset$，つまり最初にサーバが 1 つも配置されていない場合を考える．

**Algorithm MIN_MAX_Distance**

$A' \leftarrow \emptyset$, すべての $w \in V$ に対して $c(w) \leftarrow 0$
極小 $k$ 辺不足成分 $S_1, S_2, \ldots, S_p$ を求める．
**for** $i = 1, 2, \ldots, p$ **do**
　$\min_{v \in S_i} \max_{w \in V}\{c(w) + d(v, w)\}$ となる $v$ を $v^*$ とする
　そのような点が複数ある場合，$\max_{w \in V}\{c(w) + d(v, w)\}$ の値をとる $w$ の個数が最小となる点を選ぶ．
　すべての $w \in V$ に対して $c(w) \leftarrow c(w) + d(v^*, w)$
　$A' \leftarrow \{v^*\}$
**end for**
**Output** $A'$

これは，領域までの距離の和が大きくならないように，各不足成分から点を選んでいっていることになる．

**Algorithm Average_Distance**

$A' \leftarrow \emptyset$, すべての $w \in V$ に対して $c(w) \leftarrow 0$
極小 $k$ 辺不足成分 $S_1, S_2, \ldots, S_p$ を求める．
**for** $i = 1, 2, \ldots, p$ **do**
　$\min_{v \in S_i} \sum_{w \in V}\{c(w) + d(v, w)\}$ となる $v$ を $v^*$ とする
　そのような点が複数ある場合は，点番号の小さいものを選ぶ．
　すべての $w \in V$ に対して $c(w) \leftarrow c(w) + d(v^*, w)$
　$A' \leftarrow \{v^*\}$
**end for**
**Output** $A'$

これは，各不足成分から点を選ぶ際，他のすべての点までの距離の和が大きくならないようにしていることになる．

これらのアルゴリズムの評価のために，CAIDA (Cooperative Association for Internet Data Analysis) [4] において公開されている実際の ISP バックボーン NW を表すグラフ，Barabási と Albert によるモデル（BA Model）が生成するグラフ，複数のサブネットワークが階層的につながっている形状の NW を表すグラフ（NW1, NW2）のそれぞれにおいて，信頼性が求められていないと思われる箇所，すなわち次数 1 の点と，それに繋がる辺を削除した NW（ここではコア NW と呼ぶ）に対し，上記のアルゴリズムを適用し，サーバ配置を決定する．

このサーバ数は NA 辺連結度を 2 にするために最低限必要なサーバ数である．また，ここでは，$r = 2$ とし，近いものから 2 個のサーバまでの距離の和を挙げる．表 1 にその結果を挙げる．なお，各不足成分から点番号最小の点を選択する，最小番号選択アルゴリズム (Min_Vertex_Number) を比較対象のアルゴリズムとした．

表 1　コア NW の必要サーバ数とアルゴリズムによる距離の和．

| ネットワーク | 点数 | 辺数 | 必要サーバ数 | 2個のサーバまでの距離の和 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Average_Distance | MIN_MAX_Distance | MIN_Vertex_Number |
| AGIS | 68 | 78 | 2 | 1076 | 1094 | 1378 |
| ATT | 40 | 114 | 1 | 63 | 63 | 95 |
| At_Home_Network | 44 | 52 | 1 | 191 | 194 | 320 |
| Verio | 33 | 74 | 1 | 52 | 52 | 70 |
| BBN_Planet | 14 | 22 | 1 | 22 | 22 | 22 |
| Allegiance_Telecom | 43 | 85 | 1 | 83 | 83 | 132 |
| RNP | 11 | 18 | 1 | 10 | 10 | 18 |
| UUNET | 106 | 299 | 1 | 193 | 220 | 331 |
| BA_Model | 100 | 197 | 1 | 216 | 216 | 317 |
| NW1 | 94 | 162 | 12 | 479 | 482 | 524 |
| NW2 | 94 | 169 | 5 | 656 | 656 | 685 |

表 1 からわかるように，サーバまでの距離の和は，提案アルゴリズムによるものの方が，最小番号選択アルゴリズムのものと比較すると同じか小さい．

以上から，提案アルゴリズムによって得られるサーバ配置は，信頼性を満たすと同時にサーバまでの距離の和を比較的小さくできていることがわかる．

## 5　まとめ

本研究では，高い耐故障性とネットワークの負荷低減を実現するサーバ配置問題を定式化を行い，その NP 完全性を証明した．さらに，ヒューリスティックアルゴリズムを検討し，その評価を行った．その結果，提案アルゴリズムは，いずれも実際のネットワークへの配置において有効であることがわかった．

## 参考文献

[1] H.Ito, M.Yokoyama, “Edge Connectivity between Nodes and Node-Subsets”, Networks, Vol. 31, No.3, pp. 157–164, 1998.
[2] H.Miwa, H.Ito, “Sparse Spanning Subgraphs Preserving Connectivity and Distance between Vertices and Vertex Subsets”, IEICE Trans. Fundamentals, Vol. E81-A, No 5, pp. 832–841, 1998.
[3] 滝根, 伊藤, 西尾, “ネットワーク設計理論”, 岩波書店, Jun., 2001.
[4] http://www.caida.org/data/