

## AHP における比較支援法

但野 友美<sup>†</sup> 川村 秀憲<sup>†</sup> 鈴木 恵二<sup>†</sup> 大内 東<sup>‡</sup>

北海道大学大学院情報科学研究科<sup>†</sup> 北海商科大学<sup>‡</sup>

**Abstract:** 人間の主観的な勘や経験等を数値化した意思決定支援手法に Saaty の Analytic Hierarchy Process (AHP) がある。AHP は問題を階層構造に分解し、各レベルの項目間で親要素に対する一対比較を行い、全体の総合評価を算出する。そのため、代替案数が多くなると一対比較の総数が増え、全ての対を比較することが困難となる問題がある。本研究では最も良い代替案の一つを求める場合に注目し、一対比較が全て終わらなくても解が一意に求まる場合、それ以上の入力を省略することで、問題を解決する方法として比較支援法を提案する。入力数における解が一意に求まる入力パターン数を調査する実験を行った結果、全入力パターンの 33%は従来の半数の一対比較を行った時点で解が求まる可能性があることが明らかとなった。

### 1. はじめに

人間の主観的な勘や経験等を数値化した意思決定支援手法に Saaty の AHP (Analytic Hierarchy Process) [1][2]がある。AHP は問題を階層構造に分解し、各レベルの項目間で親要素に対する一対比較を行うことにより、全体の総合評価を算出する意思決定支援手法の一つである。人間の嗜好やイメージなどの主観的判断による指標を一対比較により数値化することが出来、手続きが簡単で理解しやすいことから様々な意思決定問題へ応用されている[3][4]。

AHP において複数の代替案を評価する際、代替案の数が多くなると一対比較の総数が増え、すべての対を比較することは困難となる。このような問題を多数代替案問題という。

### 2. AHP における多数代替案問題

AHP では、重要度を推定する際に、一対比較表 (Table1)を基に階層構造における各レベルの全ての評価項目間、代替案間の一対比較を行い、完全な逆行列の形をした一対比較行列を作成してから、固有値・固有ベクトル法などを用い重要度を求める方法が使われてきた。この方法は相対評価法と呼ばれている。相対評価法での一対比較数は評価項目数  $m$ 、代替案数  $n$  の場合、次の式であらわされる。

$${}_m C_2 + {}_n C_2 \times m = m(m-1)/2 + mn(n-1)/2 \quad (1)$$

ここで、評価項目数が多い場合は多階層化することにより、一対比較回数を抑えることが出来るが、

代替案については階層化出来ないため、数が多くなると分析不可能となる。

多数代替案問題の解決方法として、各評価基準に対する各代替案の評価を一対比較ではなく絶対評価で行う絶対評価法[5][6]等が研究されている。しかし、絶対評価方法は評価尺度を媒介しての代替案間の間接的な比較が有効な場合に適用可能であり、代替案の評価が完全な推移関係にあることを前提としている。そのため、代替案間の直接的な比較が有効であり、推移関係にない評価を行う際には一対比較を通して代替案の比較を行う必要がある。

Table1. 一対比較表

一対比較値	意味
1(1/1)	両方の項目が同じくらい重要
2(1/2)	列の項目の方が行より若干重要
3(1/3)	列の項目の方が行より重要
4(1/4)	列の項目の方が行よりかなり重要
5(1/5)	列の項目の方が行より絶対的に重要
カッコ内	行の項目より列の項目が重要

### 3. 比較支援法

利用者が AHP を用いて代替案の重要度を計算する目的は、各代替案の相対的な重要度を求めたい場合、代替案の中から最も良い案の一つ求めたい場合など様々な状況が考えられる。本研究では、利用者が最も良い代替案を求めたい場合に焦点を絞り、多数代替案問題を解決する新たな方法として比較支援法を提案する。比較支援法は利用者が未入力の一対比較値について、入力される全てのパターンと解として最も良い代替案を列挙し、全てのパターンにおいて解が一意の値をとる場合に一対比較を停止する。これまでの研究において階層構造が 2 階層の場合についてまとめた[7]。本稿では 3 階層に拡張した場合について述べる。

A Comparison Support Method of the Analytic Hierarchy Process

<sup>†</sup> Yumi Tadano, Hidenori Kawamura and Keiji Suzuki, Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University

<sup>‡</sup> Azuma Ohuchi, Hokkai School of Commerce

Figure1 は階層構造が 3 階層以上の場合における比較支援法のシーケンス図である。ここで、“\*”はワイルドカードを表し、値が“\*”である要素は全ての一対比較値が入力される。class1 は値が“\*”である要素に入力される値を代入し、user があらかじめ求めた評価項目の重要度を用い、その入力パターンにおける最も良い代替案を求める。また、class2 は class1 が求めた最も良い代替案が過去に求めたものと一致するか調べる。loop2 によって未入力の一対比較値について入力される全ての入力パターンの解が一致するかどうか分かり、解が一致しない場合は user が新たな一対比較値を入力する。

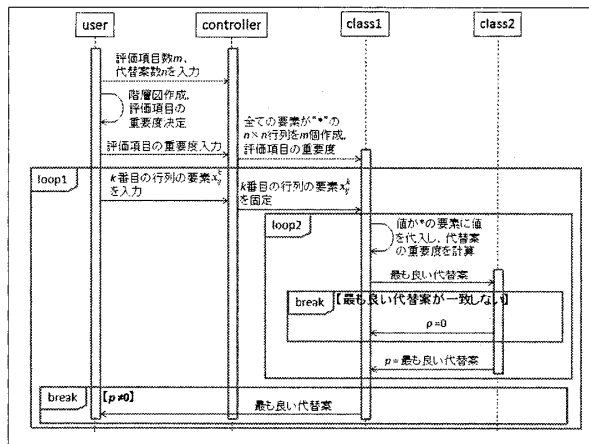


Figure1 比較支援法：シーケンス図

#### 4. 実験

入力数における解が一意に求まる入力パターン数を調査する実験を行った。

##### 4.1. 実験設定

階層構造が 2 階層であり、代替案数が 4 である場合について調査を行った。一対比較行列は全ての対角成分は 1 であり、要素  $x_{ij}$  は要素  $x_{ji}$  の逆数となる。そのため、代替案数 4 の場合は右上の 6 つの要素について入力パターンを考慮する。各要素は 9 パターンの数値が入力可能であることから (Table1), 全ての入力パターンは  $9^6=531441$  となる。

##### 4.2. 結果

入力数	解が一意に求まるパターン数
1	0
2	0
3	174960
4	320760
5	569921
6	531441

Table2 は各入力数における解が一意に求まる入力パターン数を表している。結果、一番良い代替案を求めるためには最低 3 つの一対比較が必要であることが分かった。

#### 4.3. 考察

結果より、全入力パターンの 33% は 3 つの一対比較を行った時点で解が求まる可能性があることが分かった。しかし、本実験は入力順序を考慮していない。そのため、3 つの一対比較を行った時点で解が求まる入力パターンでも、最初の 3 つの入力で該当する要素を入力しなければ解は求まらない。そのため、実際の入力数はさらに増えると考えられる。実際の入力コストを求めるためには入力パターンと入力順を考慮したさらなる実験が必要である。

#### 5. 結論

本論文では、利用者が代替案の中から最も良い案の一つ求めたい場合に焦点を絞り、多数代替案問題を解決する方法として比較支援法を提案した。比較支援法は利用者が未入力の一対比較値について、入力される全てのパターンと解として最も良い代替案を列挙し、全てのパターンにおいて解が一意の値をとる場合に一対比較を停止することで多数代替案問題を解決する。実験より全入力パターンの 33% は 3 つの一対比較を行った時点で解が求まる可能性があることが分かった。そのため、解が一意に求まる時点で一対比較を停止することにより、利用者の負担を軽減できる可能性が示された。今後、実際の入力コストを求めるためさらなる実験が必要である。

#### 参考文献

- [1] Thomas, L. Saaty, How To Make A Decision: The Analytic Hierarchy Process. Interfaces, Vol.24, No.6, 1994; pp.19-43.
- [2] 刀根薫: ゲーム感覚意思決定法, 日科技連出版社, 1995
- [3] Omkarprasad, S. Vaidya and Sushil, Kumar, Analytic hierarchy process: An overview of applications, European Journal of Operational Research, vol 169, pp.1-29.
- [4] 木下栄蔵: AHP による首都機能移転地域選定に関する分析, オペレーションズ・リサーチ, pp. 19-27, 2000
- [5] 木下栄蔵: よくわかる AHP 孫子の兵法の戦略モデル, オーム社, 2006
- [6] 木下栄蔵: 孫子の兵法の数学モデル—最適戦略を探る意思決定法 AHP, 講談社, 1998
- [7] Yumi Tadano, Hidenori Kawamura, Keiji Suzuki and Azuma Ohuchi, Termination Process of the Analytic Hierarchy Process, 13<sup>th</sup> Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems, Hakata, 2009