

連続体力学に基づくパーティクルベースモデルの変形シミュレーション

Deformational Simulation using Particle Method based on Continuum Mechanics

中川智史¹⁾, 山口哲^{2) 4)}, 平井慎一³⁾, 田中弘美¹⁾

Satoshi NAKAGAWA, Satoshi YAMAGUCHI, Shinichi HIRAI and Hiromi T.TANAKA

1)立命館大学 情報理工学部 知能情報学科 2)立命館大学 総合理工学研究機構

(〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1 立命館大学コンピュータビジョン研究室{snakagawa, hiromi}@cv.ci.ritsumei.ac.jp)

3)立命館大学 理工学部 ロボティクス学科(集積機械知能研究室 hirai@se.ritsumei.ac.jp)

4)大阪大学大学院歯学研究科 統合機能口腔科学専攻 顎口腔機能再建学講座

(〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 1-8 yamagu@dent.osaka-u.ac.jp)

1. はじめに

外科手術シミュレーションに用いる臓器変形モデリングとして代表的な方法に質点ばねモデル (Mass-Spring Model: MSM), 有限要素モデル (Finite Element Model: FEM) が挙げられる。しかし, 精度とコストのトレードオフを解決することは困難であり, 従来研究として, 様々な方法が考えられてきた。例えば, 対象物体に充填された要素の相互作用により変形を表現する充填球モデル[1]やパーティクルシステム[2], MSM に連続体の概念を導入した質点テンソルモデル[3], 境界要素法に基づくモデルなどである。しかし, 微小変形を仮定した線形の FEM では, 回転を含む大変形や異方性を表現できない。その問題を解決するため, 非線形の FEM を用いた手法[4]や, 異方性を考慮した質点テンソルモデル[5]など, 改良がなされた多くのモデルが提案されている。しかし, リアルタイムなシミュレーションを実現する事は困難である。そこで, 我々は, 連続体力学に基づくパーティクルベースモデルを用いた変形シミュレーションを提案する。本手法は, 力学的等方性を持つ物体の伸張変形, せん断変形, 体積変形の非独立性を利用し, せん断変形と体積変形をモデリングすることで連続体の概念を考慮する。

2. 連続体力学に基づく力

2.1 体積力・面積力

臓器・人体などの粘弾性物体, 川の流れ・渦など粒子の集合からなる流体などといった連続体の変形を考える際には, 連続体を構成する物体の単位要素に着目する必要がある。連続体内のある閉局面 S で囲まれた領域要素 V に及ぼす力は, 体積力と面積力に 2 分される。体積力とは, 重力, 電磁気力などの長距離力で, 物質全体の体積または質量に比例する力である。それに対して, 面積力は領域要素 V が他の領域要素と接触する場合に, その接触面を通して領域要素 V に及ぼす力である。つまり, 粒子の相互作用に依存する力である。この面積力を接触面の単位面に分配した力を応力と呼ぶ。

2.2 応力

連続体内の任意の点 P における応力とは, 点 P を通る平面 S を選び, S 上の P を含む単位面積を通して両側の連続体が及ぼしあう力のことである。ここで, ある面 S を選んだ時に, 面 S にかかる応力を $F(\mathbf{n})$ と定義し, その x 軸成分を f_x , y 軸成分を f_y , z 軸

成分を f_z と定義する。ここで, $F(\mathbf{n})$ は面 S の法線ベクトル \mathbf{n} に依存する。さらに, この面 S に対する応力は, 3 軸方向に垂直な面 S_x, S_y, S_z に対する応力 τ_{ij} ($i, j = x, y, z$) と法線 \mathbf{n} の x 軸成分 n_x , y 軸成分 n_y , z 軸成分 n_z を用いて式(1)と表せる。応力 τ_{ij} ($i, j = x, y, z$) とは i 軸方向に垂直な面にかかる j 軸方向の単位面積あたりの力のことである。 $i \neq j$ の場合の 6 成分をせん断応力と呼ぶ。これは面に沿う方向の応力であるので, 接線応力とも呼ばれる。一方, $i = j$ である場合の応力を垂直応力と呼ぶ。これは面に対する法線方向の応力であるので, 法線応力とも呼ばれる。本稿では, せん断応力を τ と表記し, これと区別するため垂直応力を σ と表記する。

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

3. パーティクルベースのモデル化

三次元物体の変形モデリングは, 伸張変形, せん断変形, 体積変形の 3 つの観点から行われる。例えば, 従来の MSM はエッジに沿った方向の伸張変形を考慮したものである。しかし, 力学的等方性を持つ物体において, この 3 つは独立ではなく, 伸張変形のモデリングにより, 体積変形を考慮することも可能である。例えば, 弾性係数, 粘性係数の設定により, 体積変形の効果を再現する研究がある[6]。しかし, 体積変形自体をモデリングした事例はない。さらに, 連続体力学に基づく応力の概念を MSM で表現する場合, ノードに及ぼす力を接続エッジ数で割る方法が一般的であるが, この方法は, 連続体で考慮すべき連続体要素をノードとエッジのみで表現する。それにもかかわらず, 要素内部の考慮が不十分である。そこで, エッジの伸張変形に着目するのではなく, エッジとノードから構成されるメッシュ要素に着目し, FEM などでも使用されるせん断変形力をモデリングする。パーティクルベース基盤で, せん断変形, 体積変形を再現し, コストと精度のトレードオフの解決を試みる。

3.1 せん断変形モデリング

連続体力学に基づくと応力が歪に比例するものを Hook 弾性体と呼び, 応力は歪を用いて式(2)と表される。

但し, 物体のヤング率を E , ポアソン比を ν とし, 垂直歪を ϵ , せん断歪を γ とする。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (2)$$

よって、せん断応力 τ_{xy} はせん断歪 γ_{xy} を用いて、式(3)となる。

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (3)$$

ここで、ヤング率とポアソン比から成る係数をせん断弾性率 G と呼ぶ。次に、せん断歪を、エッジおよびノードから成るパーティクルベースモデルで表現する。本研究では、ボリュームデータを四面体の集合で表現している。そこで、ある四面体要素に生じるせん断歪を定義する[7]。四面体の角度をせん断歪とすると、ある方向へのせん断変形が他の方向のせん断変形に影響を及ぼす。よって、せん断歪に用いるエッジを基点となる面に垂直な法線に射影したベクトルと、もう片方のエッジに射影したベクトルの比により定義する。四面体の各ノードに接続するエッジは3本あり、そのノードを共有する面は3面ある。共有面が3つであるから、その面に対する法線ベクトルは1つずつあり、1つのノードにつき3本の法線を考える必要がある。故に、ある四面体における1つのノードに着目する時、四面体要素にかかるせん断歪は6成分定義できる。つまり、3本の接続エッジから1本を選ぶ方法は3通りであり、そのエッジを基点とする面は1面決定される。また、その面を生成するエッジは残りの2本の接続エッジであるから、選び方は2通りである。また、面を選ぶことで法線も1意に決定される。よって、 3×2 の6通りの歪が定義できる。ノード0のせん断応力 τ_0 は、6成分のせん断歪を用いて、式(4)と表現できる。また、このように求めた6成分のせん断応力をそれぞれ面積倍し、4点に分配することで、四面体要素 T にかかる力 F をノード0, 1, 2, 3に分配できると考えられる。このように求めたノード0の力を式(5)の f_0 とする。

$$\tau_0 = -G \epsilon_{vol} \begin{bmatrix} x_{01}(t) \cdot e_{02} & x_{01}(t) \cdot e_{03} \\ x_{01}(t) \cdot n_1 & x_{01}(0) \cdot n_1 \\ x_{02}(t) \cdot e_{01} & x_{02}(t) \cdot e_{03} \\ x_{02}(t) \cdot n_2 & x_{02}(0) \cdot n_2 \\ x_{03}(t) \cdot e_{01} & x_{03}(t) \cdot e_{02} \\ x_{03}(t) \cdot n_3 & x_{03}(0) \cdot n_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$f_0^{over} = \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} S_1 e_{02} + S_2 n_1 \\ S_1 e_{03} + S_2 n_2 \\ S_2 e_{01} + S_3 n_1 \\ S_2 e_{02} + S_3 n_2 \\ S_3 e_{01} + S_1 n_1 \\ S_3 e_{02} + S_1 n_3 \end{array} \right\} \quad (5)$$

3.2 体積変形モデリング

四面体 T の符号付き体積を V_{ijkl} とすると、体積歪は式(6)のように表される。この体積歪 γ_{vol} を用いて、四面体に発生する内圧 p は式(7)となる。

$$\gamma_{vol} = \frac{V_{ijkl} - V_{ijkl}^{int}}{V_{ijkl}} \quad p = -\frac{E}{3(1-2\nu)} \gamma_{vol} = -K\gamma_{vol} \quad (7)$$

但し、ヤング率とポアソン比から成る係数を体積弾性率 K と呼ぶ。体積力とは内圧が生じた際に、体積が収縮するのを防ぐ力であるため、外向きの法線を利用する。よって、ノード0に働く力 f_0 は外向きの法線ベクトルとノード0を共有する3面の面積を用いて式(8)と表される。

$$f_0^{vol} = \frac{1}{3} p (S_{012} \vec{n}_{012} + S_{013} \vec{n}_{013} + S_{023} \vec{n}_{023}) \quad (8)$$

4. 実験結果

本システムの構成を説明する。開発言語として C++、表示用のグラフィックライブラリに OpenGL を用いた。仮想物体の変形をシ

ミュレートするための変形計算は4次の精度を持つ RK 法を用いる。ボリュームデータは1辺が 32[mm]、ノード数が 125 個、四面体数が 374 個の立方体である。さらに、座標軸は以下のように設定し、 $y=0$ [mm] のノードを固定する。また、 $y=32$ [mm] のノードを1秒間、1.7[mm/sec] で鉛直下方に移動させることで強制変位を与える。その時の結果を図1に示す。また、この結果は最大応力値により色表示したものであり、最大応力値が 0.01 以下の場合に青、0.9 以上の場合に赤色で示している。また、従来の MSM との変形計算の処理時間を比較したグラフが、図2である。



図1：せん断応力表示

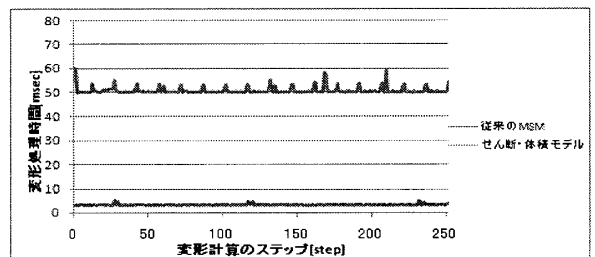


図2：変形計算の処理時間の比較

5. まとめ・考察

図2より、変形計算1[step]にかかる処理時間は10倍以上であることが分かるが、この結果は本モデルの特性からは予想できた範囲であり、変形計算の並列化などにより、リアルタイムシミュレーションが可能であるといえる。また、図1の右下図から $y=0, 16, 32$ [mm] の部分が膨張する傾向が見られたのに対して、 $y=8, 24$ の部分は収縮する現象が見られる。この原因は、四面体の鏡面性に依存するか、本モデルが垂直応力を考慮しないために得られたと考えられる。今後は、さらに検討を行う。

6. 参考文献

- [1] 鈴木薫之ら, "バーチャル手術システムに適した弾性臓器モデルの開発", 電子情報通信学会論文誌, Vol.J86-D II, No.9, pp.1341-1349, 2003
- [2] M.Pithioux et al., "a new particle system for the introduction of on-line physical be-haviour to three-dimensional synthetic objects", Journal of Computers and Graphics, Vol.29, No.1, pp.135-144, 2005
- [3] S.Cotin et al., "A hybrid elastic model for real-time cutting deformations, and force feedback for surgery training and simulation" Journal of The Visual Computer, Vol.16, No.8, pp.437-452, 2000
- [4] G.Picibono et al., "Non-linear anisotropic elasticity for real-time surgery simulation", Journal of Graphical Models, Vol.65, No.5, pp.305-321, 2003
- [5] G.Picibono et al., "Improving realism of a surgery simulation: Linear anisotropic elasticity, complex interactions and force extrapolation", Journal of Visualization and Computer Animation, Vol.13, No.3, pp.147-167, 2002
- [6] 高間康史ら, "柔軟物体の適応的四面体ボリュームメッシュのオンラインリメッシュ法", 日本バーチャルリアリティ学会論文誌, Vol.13, No.1, pp.69-78, 2008
- [7] 友國誠至, "実時間計算を考慮したレオロジー物体モデリング", 修士論文, pp.1-47, 2005