

フラクタルモデルによる画像認識

村松 翔 八木 祐治 金子 博[‡]東邦大学 情報科学科[‡]

1. まえがき

画像のモデル化にはさまざまなものが提案されているが、その中にフラクタルがある。その応用は色々あるが、例えば、画像認識の場合、通常、画像のフラクタル性を仮定し、ボックス次元を識別特徴として利用するものである。しかし、このアプローチは複雑な画像情報を単純なボックス次元に押し込める方法であり、いささか無理である。これに対して、本報告では、より具体的なフラクタルとしてブラウン運動由来のフラクタルを画像に仮定し、その画像認識能力を検討する。

2. 定常増分を持つ自己相似確率過程⁽¹⁾確率過程 Y_t が

$$Y_t = t^H Y_1 \quad (1)$$

を満たすとき、自己相似パラメータ H を持つ自己相似確率過程という。ここで、 $E(Y_t) = 0$ とし、

(1) 式の $=$ は両辺の分布関数が等しいことを示す。(1) で t_1, t_2, \dots, t_k に対して $(Y_{t_1+c} - Y_{t_1+c-1}, \dots, Y_{t_k+c} - Y_{t_k+c-1})$ の分布が c に依存しないとき、 Y_t は定常増分を持つ自己相似確率過程という。このとき、 Y_t の共分散 $\text{COV}(Y_t, Y_s)$ は

$$\text{cov}(Y_t, Y_s) = \frac{1}{2} \sigma^2 [t^{2H} - (t-s)^{2H} + s^{2H}] \quad (2)$$

となる。従って、 Y_t の共分散は移動距離の関数ではなく、位置について非定常である。これは従来の画像解析が画素値の二次定常性を仮定したことを考えると(1)のモデルが利用できないことを示している。しかし、 $X_i = Y_i - Y_{i-1}$ とすると、自己相似性から

$$\gamma(k) = \text{COV}(X_i, X_{i+k}) = \frac{1}{2} \sigma^2 [(k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H}] \quad (3)$$

となり、 X_i は二次定常であることがわかる。ここで、 σ^2 は $E(Y_i - Y_{i-1})^2$ で定義される値である。 X_i がガウス過程であるとき、フラクショナル・ブラウン運動 $B_H(t)$ (FBM) という。これは、

$$H = \frac{1}{2} \text{ のときは通常のブラウン運動 } B(u) \text{ である。}$$

FBM は $B(u)$ の重み付き積分を用い、

$$B_H(t) = \int_{-\infty}^t W_H(t, u) dB(u) \quad (4)$$

ただし、

$$W_H(t, u) = \begin{cases} (t-u)^{H-\frac{1}{2}} & 0 \leq u < t \\ (t-u)^{H-\frac{1}{2}} - (-u)^{H-\frac{1}{2}} & u < 0 \end{cases}$$

とも定義できる。

3. FBM の画像認識への応用

以下ではテクスチャ画像 X_i が FBM に従うとして話を進める。FBM は *Pentland*⁽²⁾、その他により画像認識に応用されているが、一次元の FBM を等方向に二次元に適用したもので、画像特徴としての情報量は小さい。そこで本報告ではパラメータ H を方向化し、画像情報を強化した上で、テクスチャ解析に利用する。

3-1. H の推定

(3) 式は本質的には 2 階の定常係数線形差分方程式であるが $\gamma(k)$ は自己相関であり画像上計算できる。これを解くと

$$c(k) = \frac{2\gamma(k)}{\sigma^2} \text{ として (3) を書き換えると}$$

$$(k+1)^{2H} - k^{2H} = k^{2H} - (k-1)^{2H} + c(k) \text{ となり、}$$

$$\text{逐次的に } (k+1)^{2H} - 1 = k^{2H} + \sum_{h=1}^k c(h)$$

これから

Texture Analysis Using Fractional
Brownian Motion Model
Sho Muramatsu, Yuji Yagi, and Hiroshi Kaneko
Faculty of Science, Toho University

$$H = \frac{1}{2 \log k} \log \left(k + \sum_{l=1}^{k-1} \left(\sum_{i=1}^l c(i) \right) \right) \quad (5)$$

となり、自己相関 $\gamma(1), \dots, \gamma(k-1)$ からパラメータ H を推定することができる。

3-2. テクスチャ解析への応用

3-2-1. テクスチャデータ

Brodatz⁽³⁾ から採取した図のテクスチャ画像について実験する。現画像として 5 カテゴリ 512×512 メッシュのテクスチャが用意され、256×256 メッシュで 4 パターンとして実験する。ここで各画像は 256×256 メッシュ、256 レベルに量子化されており、任意の方向 θ に依存した H_θ を持つ FBM に従うと仮定する。

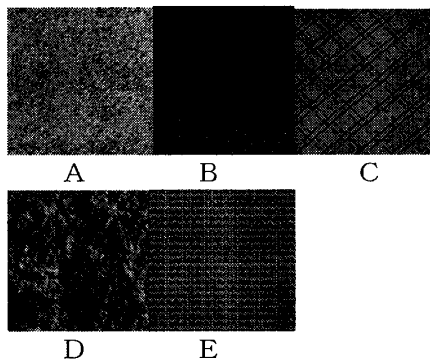


図 1

3-2-2. 計算手順

各方向単位に画素地をならべ、それを前記の X_i とみなし、 $\gamma(1), \gamma(2), \dots, \gamma(32)$ まで計算する。32 で止めるのは 32 までの共分散でテクスチャ性が表現できていると考えるからである。 H_θ の方向も任意に考えられるが、ここでは 4 方向、すなわち、水平方向 (H 方向)、垂直方向 (V)、右下方向 (SD)、左下方向 (SU) についてそれぞれ H を抽出する。H, V 方向についてはそれぞれ 256 行あるので、それらの平均を H の値としている。一方、SD 方向、SU 方向各列 (配列数) が一定ではないので、対角線に沿った中央部 3 列について計算し、それらの平均をとっている。

3-3. 実験結果

3-3-1. クラス内 H_θ の安定性

一例としてカテゴリ A の 4 サンプルについての 4 方向 H_θ 値を表 2 に示す。H, V については一様性が顕著なことがわかる。また、SD, SU については H, V に比べ、安定性が劣るが、これは推定時のデータ数が少量なためと思われる。

	A-1	A-2	A-3	A-4
H	0.66	0.69	0.66	0.67
V	0.65	0.65	0.65	0.65
SD	0.53	0.59	0.67	0.67
SU	0.69	0.76	0.52	0.64

表 1

3-3-2. クラス間の H_θ 値比較

表 2 にクラスの異同の伴う H_θ の変化を示す。これらの値は各クラス当り 4 パターンの平均である。クラスにより H_θ 値が変化の様子がわかる。また、方向により 0.5 を切る H_θ を持つテクスチャの存在 (E) 方向に依存して、異なるタイプ (4 方向で一樣な H_θ 、4 方向でバラつきある H_θ をもつ等) を持つテクスチャのあることがわかる。これらの情報を整理すればテクスチャの解析に利用できると考えられる。

	A	B	C	D	E
H	0.66	0.84	0.69	0.80	0.46
V	0.65	0.74	0.70	0.82	0.64
SD	0.53	0.58	0.65	0.82	0.42
SU	0.69	0.72	0.85	0.71	0.52

表 2

4. むすび

Fractional Brownian Motion のテクスチャ画像解析への応用について検討した。従来、このアプローチの研究では、特徴パラメータ H を最尤法、又は、スペクトル解析で求める。本研究では、共分散関数がみだす差分方程式により求めた。今後の課題として、本手法と最尤法との比較、具体的識別実験への適用がある。

[文献]

- (1) Beran, J. : "Statistics for Long-Memory Processes" Chapman & Hall(1994)
- (2) Pentland, A. P. "Fractal Based Description of Natural Scenes" IEEE PAMI-6(1984)
- (3) Brodatz, p. : "Textures", Dover(1966)