進化的計算手法を用いた多変量システムの因果推定と予測問題への応用

鈴木 智也 † 上岡 祐太 †† 佐藤 春樹 ‡

† 同志社大学理工学部 †† 同志社大学大学院 ‡ 同志社大学工学部

1 はじめに

自然界の多くのシステムは，複数の要素が複雑に相互作用する多変量システムである．システム全体の振舞いは複雑になり，その結果，予測や制御が困難になる．本研究では，この多変量システムを効果的に予測する手法を議論する．

もしシステムを構成する 1 つの要素 i を予測対象とする場合，観測できる全要素の振舞いを予測のための情報として利用することができる．しかし，どの要素が要素 i に影響を及ぼしているのか同定することは難しい．もし要素 i と関連しない要素までも予測に利用してしまうと，予測モデルは複雑になり，情報量基準の観点や予測精度の観点から適切であるとは言えない．つまり，要素 i と直接的に相互作用する要素 i_j の振舞いのみを予測の手がかりにする必要があり，そのためには，全変数から要素 i_j を同定する方法が必要となる．このようにシステム全体の因果構造を同定できれば，予測に限らず，システム全体の理解に役立つ．

このような動機から，各要素の振舞いの相関係数や偏相関係数などを見積り，類似性をもとに因果の有無を判別する方法がある．しかし自然界の多くのシステムは非線形性を有するので，常に線形統計量で因果推定を行えるとは考え難い．そこで本研究では，遺伝的アルゴリズム (以下 GA) を用いて，要素 i を最適に予測できるように使用する情報を厳選する†．さらに，この予測精度の最適化によって，要素 i と相互作用する変数 i_j を特定する．

この手法の有用性を検証すべく，複雑系を模擬する数理モデルを用いてシミュレーションを行い，因果構造の同定精度を評価する．さらに，同定された因果構造を踏まえて予測をする場合と単純に観測しうる全変数を用いて予測をする場合の予測精度を比較する．これによって，予測に用いる情報を厳選する効果を検証する．最後に，実際の多変量システムとして実際の為替取引市場を予測対象とし，本手法の応用について検討する．また実際のシステムは，構造が動的に変化する可能性があるので，予測モデルを動的に最適化し，その有用性の検証を行う．

2 GA を用いた多変量システムの因果推定

多変量システムを構成する i 番目の要素の振舞いを $x_i(t)$ とすると，システム全体の振舞いは以下のように記述される．

$$V(t) = \{x_1(t), x_2(t), \cdots, x_i(t), \cdots x_N(t)\} \tag{1}$$

本研究では，$V(t)$ の将来変動を予測するために，近傍の振舞いを参考にすることで，局所線形近似的に非線形予測を行う．そのため $V(t)$ の近傍点 $V(k_n)$ を $t-L \le k_n < t$ より探し，その 1 ステップ後の振舞いを平均化することで，$V(t+1)$ の予測値 (次式) を得る．

$$\tilde{V}(t+1) = \langle V(k_n+1) \rangle_n \tag{2}$$

しかし，一般的に式 (1) を適切に構成することは容易ではない．観測した変数が，システムに内在する変数であるのかは不明であるし，もし内在する変数だとしても予測対象とする変数と直接的に関連しているとは限らない．例えば，変数 i が変数 i_1, i_2, i_3 の影響を受けていれば，変数間の因果構造は次式のように書ける．

$$x_i(t+1) = \mathbf{F}\left(x_i(t), x_{i_1}(t), x_{i_2}(t), x_{i_3}(t)\right). \tag{3}$$

ここで，$\mathbf{F}$ は関数，i は目的変数，$i_{1\sim3}$ は説明変数である．この場合は，式 (1) を

$$V(t) = \{x_i(t), x_{i_1}(t), x_{i_2}(t), x_{i_3}(t)\} \tag{4}$$

に修正し，式 (2) を適用する方が優れた予測精度を期待できる．

本研究では，このような因果構造を観測データのみから推定するために，GA を用いる．GA で用いる遺伝子型を $g_i = \{11001\cdots\}$ のように表現し，$g_i(j) = 0$ であれば変数 i の予測の際に，式 (4) の $V(t)$ として変数 j を用いないことを意味し，$g_i(j) = 1$ であれば変数 j を用いることを意味している．さらに，各遺伝子型の適合度を求めるために，各 $V(t)$ を用いて，過去に観測されたデータを予測することで予測精度を算出し，その予測精度を適合度とした．予測精度の算出においては，真値と予測値との相関係数を用いた．また本研究では，遺伝子型数を 30，世代数を 100，交叉確率を 0.9，突然変異確率を 0.1，エリート個体率を 0.1 に設定し，GA のアルゴリズムによって各遺伝子型を進化させた．

この手法の有用性を検証するために，次式の数理モデルを用いてシミュレーションを行った．

$$x_i(t+1) = \mathbf{F}\left((1-\epsilon)x_i(t) + \frac{\epsilon}{N_i}\sum_{j\in\{i_j(p)\}}^{N_i} x_j(t)\right) \tag{5}$$

これは複雑系を模擬したカオス結合系として広く研究されている数理モデルである．N_i は要素 i と結合している要素数，ϵ はその結合強度を表す．ただし各要素の結合パターンはレギュラーグラフだけでなく，WS モデル [2] を導入することで，スモールワールドネットワークやランダムネットワークに変更可能にした．WS モデルにおけるノードのランダム再結合変数を p とすると，$\{i_j(p)\}$ は要素 i と結合する変数 j の集合を表している．また関数 $\mathbf{F}$ として，広く研究されているロジスティック写像 $\mathbf{F}(x) = 1 - ax^2$ を採用した．

シミュレーションでは，まず各要素の時系列データ $x(t)$ を元に，カオス結合系の因果構造の同定を行う．もし GA で最適化された遺伝子型が $g_i^* = \{11001\cdots\}$ で，その適合度 (予測精度) が e である時，要素 j から要素 i への因果を表す推定行列 $M_{i\leftarrow j}$ の i 行を $e \times g_i^*$ で置き換える．以上を全ての要素 $(i = 1 \sim N)$ について行えば，$i \leftarrow j$ の因果を有向かつ重み付きで推定できる．また，$M_{i,j} = (M_{i\leftarrow j} + M_{i\leftarrow j}^{\mathrm{T}})/2$ とすることで双方向の因果推定に対応できる．本研究では，式 (5) の数理モデルを解析対象とするので双方向の因果を推定した．

推定精度の算出には，次式を用いた．

$$E = \frac{|\{\tilde{i_j}\} \cup \{i_j\}|}{|\{i_j\}|} \tag{6}$$

Evolutionary Computation Method for Predicting Multivariate System and Estimating Its Causality

† Tomoya Suzuki (tsuzuki@mail.doshisha.ac.jp)
†† Yuta Ueoka (dti0771@mail4.doshisha.ac.jp)
‡ Haruki Sato (bte7117@mail4.doshisha.ac.jp)

† 全要素数を N とすると，要素 i_j の組合せ数は $C = 2^N$ となる．つまり組合せ爆発を起こす指数関数であるので，この問題は組合せ最適化問題として捉えられる [1].

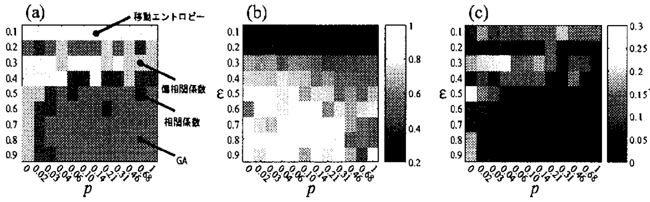

図 1: (a) 最良の同定精度 E が得られた推定手法. (b) 図 (a) で示した最良の方法で得られた同定精度 E. (c) 図 (b) で示した同定精度と GA を用いた場合の同定精度の差.

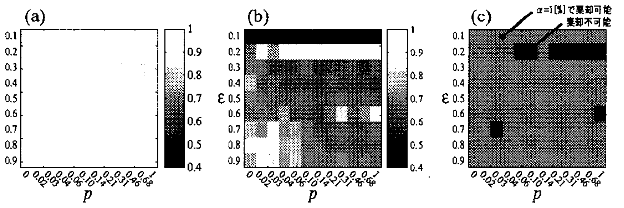

図 2: (a)GA で同定した因果構造で $V(t)$ を構成し, 予測した時の予測精度 $\langle G_i \rangle_i$. (b) 全変数を用いて $V(t)$ を構成し, 予測した時の予測精度 $\langle A_i \rangle_i$. (c)$\{G_i\} > \{A_i\}$ に関する有意差検定.

ここで, $\{i_j\}$ は正解の因果構造に対応し, $\{\tilde{i_j}\}$ は推定された因果構造を意味している. ただし, $|\{\tilde{i_j}\}| = |\{i_j\}|$ となるように, $M_{i,j}$ 中の上位の要素より $\{\tilde{i_j}\}$ を決定した.

なお先攻研究 [3] では, 相関係数, 偏相関係数, 相互情報量, 移動エントロピー [4] を用いて各要素間の振舞いの類似度を評価することで $M_{i,j}$ を算出し, 因果構造の同定を行っている. 本研究では, 式 (5) 中の p と ϵ を変化させながら, これらの手法と GA による手法の比較を行った.

図 1 にシミュレーション結果を示す. ただし, 数理モデルにおける要素数 N を 30, 非線形予測に用いる学習データ長 L を 100 に設定した場合である. これらのパラメータを可変させた場合においても同様の傾向が得られた. 傾向としては, 数理モデルのパラメータである結合強度 ϵ と結合のグラフ構造 p が変わっても, 概ね GA を用いた因果構造推定法が最良であることが分かる. さらに図 1(c) に示すように, 例え GA を用いた推定法が最良でない場合でも, 最良手法との推定誤差は僅かであるので, 因果構造の同定にとって GA は有用であると言える.

次に, GA で同定した因果構造によって式 (4) の $V(t)$ を構成して予測した場合と, 単純に全変数を用いた $V(t)$ で予測した場合の予測精度を比較する. なお, 前者の予測精度を G_i, 後者の予測精度を A_i とする. 図 2(a)(b) によれば, GA を用いて予測に用いる情報を厳選した方が, 予測精度が向上することが分かる. さらに, $\{G_i\} = \{A_i\}$ の帰無仮説に対してウィルコクスン符号付順位検定を行ったところ, 有意水準 $\alpha = 1[\%]$ で帰無仮説を棄却でき, $\{G_i\} > \{A_i\}$ を積極的に主張することができる (図 2(c)).

3 実際の多変量システムの予測への応用

実際の多変量システムとして, 1996 年の外国為替市場における 25 種の取引価格を予測する. 各取引価格は 30 分毎に記録され, 時系列データを構成している. さらに比較対象として, 式 (5) の数理モデルも予測する. ただし本節では, 実システムは一般的に予測が難しいことから, 1 ステップ後の変動が上昇するか, または下降するかを予測した. つまり $\hat{x}_i(t+1) - x_i(t) > 0$ であれば上昇, $\hat{x}_i(t+1) - x_i(t) < 0$ であれば下降と予測し, その的中率を予測精度 P_i とした. また, GA を用いず全変数を用いて予測する方法を "方法 1" とし, GA を用いて予測モデルを最適化する方法を "方法 2" とする. ただし, 最適化は最初の 1 回のみ行われ, 最適化された予測モデルは時間が経過しても継続使用される. しかし実際のシステムを対象とする場合, 外部の影響によってシステムの構造が変化する可能性を考慮する必要がある. つまり, 予測開始時刻が変わる毎に因果構造を推定し直し, 再度予測モデルを最適化する必要がある. この動的最適化による予測法を "予測法 3" とし, 有用性の評価を行った.

表 1: 外国為替取引市場の予測結果.

	$\langle P_i \rangle_i$	R	予測法 1 との有意差検定
予測法 1	56[%]		
予測法 2	56[%]	44[%]	棄却不可
予測法 3	60[%]	96[%]	棄却可能 ($\alpha = 1[\%]$)

表 2: 数理モデル (式 (5)) の予測結果.

	$\langle P_i \rangle_i$	R	予測法 1 との有意差検定
予測法 1	84[%]		
予測法 2	88[%]	73[%]	棄却可能 ($\alpha = 1[\%]$)
予測法 3	92[%]	80[%]	棄却可能 ($\alpha = 1[\%]$)

予測結果を表 1,2 に示す. $\langle P_i \rangle_i$ は各要素の予測精度の平均値, R は予測法 1 に対して予測精度が向上した要素の割合を示している. さらに前節と同様にウィルコクスンの符号付順位検定を行った.

結果として, 予測法 1 に対する GA による最適化の有用性 (予測法 2) または動的最適化の有用性 (予測法 3) を確認できる. しかし, 外国為替市場においては予測法 2 の有用性を確認できない. これは外国為替市場の構造が動的変化している事実を示唆している. よって, 実システムを対象とする場合は, 予測法 3 のような動的最適化法が効果的である.

4 まとめ

本研究では, 多変量システムの予測において, 予測に用いる情報を厳選する手法を議論した. その選択基準として, 過去のデータに対する予測精度を最良にする予測モデルを見つける必要があるが, これは組合せ最適化問題となるため, その解法として本研究では GA を採用した. さらに計算機実験を通じて以下を示した.

- 最適化された予測モデルを参照することで, システムの因果構造を同定できる.
- 最適化された予測モデルを用いれば, 新規データに対しても精度良く予測できる.
- 実システムのように構造が動的に変化する場合, 予測モデルを毎回最適化することで予測精度を向上できる.

なお本研究の一部は, 日本学術振興会科学補助金若手研究 (B)(No.20700217) およびケン・ミレニアム株式会社物理学者支援プログラムの援助により行われました.

参考文献

[1] 鈴木智也, 佐藤春樹, 金子彰吾: "多変量予測モデル構築における組合せ最適化問題," 電子情報通信学会 2008 年総合大会講演論文集 基礎・境界, 2009.

[2] D. Watts and S. Strogatz: "Collective dynamics of 'small-world' networks." Nature, vol.393, pp.440–442, 1998.

[3] Y. Ueoka, T. Suzuki, T. Ikeguchi, Y. Horio: "Efficiency of Statistical Measures to Estimate Network Structure of Chaos Coupled Systems," Proc. NOLTA'08, 2008.

[4] T. Schreiber: "Measuring Information Transfer," Physical Review Letters, vol.85, pp.461–464, 2000.