Boolean モデルによるモデルベース診断

平塚 聡 * 立命館大学　柴田 明輝 † 立命館大学　房岡 璋 ‡ 立命館大学

1. はじめに

モデルベース診断（DX）では，特定の箇所が健全であることを示す Ok 述語，システムのダイナミクスを表現する述語で構成されるシステム記述（SD），および観測記述 OBS に対する機械的定理証明により Ok 述語の否定形の形で故障個所を導出する．この際の計算量は時に膨大となり，組込みシステムのオンボード診断のような即時応答性が要求される場合では特に問題となる．このため，SD を予めコンパイルすることにより診断時の計算負荷を軽減する方法が従来提案されている [1, 3]．我々は，係数の形で Ok 述語を伴う代数方程式や微分方程式で表現される動的システムのモデルを，ブール方程式集合（SBE, Set of Boolean Equations）モデルに変換し，ブール方程式を解いて Ok 述語係数を出力とする論理関数を生成する方法を提案する．

2. システム記述 SD

図 1 に示す *polybox* の例を用いて提案方法を説明する．*polybox* は 5 つのモジュールからなるシステムである．システムへの入力は a, b, c, d, e であり，何らかの物理量を表す．モジュール M_1, M_2, M_3 はそれぞれ物理量 x, y, z を出力し，これらはモジュール A_1, A_2 の入力となる．モジュール A_1, A_2 から出力される最終値は f, g である．入出力 a, b, c, d, e, f, g は観測可能，中間生成量 x, y, z は観測不可能とする．システムのダイナミクスは以下の関係で表されるとする

$$x = ac, \quad y = bd, \quad z = ce, \quad f = x + y, \quad g = y + z.$$

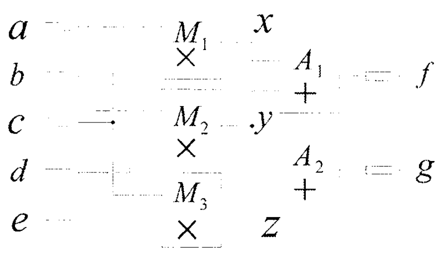

図 1: Polybox

Ok 述語として，ok 係数 A, B, C, D, E を，それぞれモジュール $M_1, M_2, M_3, A_1, A, 2$ に割当て，システム記述は以下の方程式で表される

$$x = Aac,\ y = Bbd,\ z = Cce,\ f = D(x+y),\ g = E(y+z).$$

‡A model-based diagnosis method on Boolean model
*Satoshi Hiratsuka, Ritsumeikan University
†Haruki Shibata, Ritsumeikan University
‡Akira Fusaoka, Ritsumeikan University

中間変数を除去し，次の形で SD を得る

$$f = DAac + DBbd, \qquad g = EBbd + ECce. \quad (1)$$

各入出力変数の観測値は以下の形で与える

$$a = a^*, b = b^*, c = c^*, d = d^*, e = e^*, f = f^*, g = g^*. \quad (2)$$

3. 変位モデル

モデル抽象化のため，各変数に対する動的変異をとる．Δz を z の実際の値から参照値 $\hat{z}$ を引いた値と定義し $\Delta z = z - \hat{z}$ となる．この関係を用い，代数方程式もしくは微分方程式で構成される SD は機械的に変位形式の方程式に落とすことができる．*polybox* の例では，変数と ok 係数の参照値を以下のように与える．

$$\hat{a} = a^*, \hat{b} = b^*, \hat{c} = c^*, \hat{d} = d^*, \hat{e} = e^*, \quad (3)$$
$$\hat{A} = 1, \hat{B} = 1, \hat{C} = 1, \hat{D} = 1, \hat{E} = 1, \quad (4)$$
$$\hat{f} = \hat{D}\hat{A}a^*c^* + \hat{D}\hat{B}b^*d^*, \hat{g} = \hat{E}\hat{B}b^*d^* + \hat{E}\hat{C}c^*e^* \quad (5)$$

観測値も式（1）を満たすため，

$$f^* = DAa^*c^* + DBb^*d^*,\ g^* = EBb^*d^* + ECc^*e^*. \quad (6)$$

であり，式（6）と式（5）から変位をとり

$$f^* - \hat{f} = (DA - \hat{D}\hat{A})a^*c^* + (DB - \hat{D}\hat{B})b^*d^*$$
$$\Delta f = (\Delta DA + \hat{D}\Delta A)a^*c^* + (\Delta DB + \hat{D}\Delta B)b^*d^*,$$
$$= a^*c^*\Delta A + b^*d\Delta B + (a^*c^* + b^*d^*)\Delta D$$
$$+ a^*c^*\Delta D\Delta A + b^*d^*\Delta D\Delta B.$$

ここで問題の簡単化のため，故障個所が 1 つであると仮定すると $\Delta D\Delta A = 0, \Delta D\Delta B = 0$ となる．同様の操作を $\hat{g}, g^*$ に対しても行い

$$\Delta f = a^*c^*\Delta A + b^*d^*\Delta B + (a^*c^* + b^*d^*)\Delta D, \quad (7)$$
$$\Delta g = b^*d^*\Delta B + c^*e^*\Delta C + (b^*d^* + c^*e^*)\Delta E. \quad (8)$$

となる．

4. 符号代数式モデル

変位を正負値で表現するモデルを得るため，符号代数系 [5] を導入し値 Eq の符号を $[Eq]$ と表現する．符号代数系では，変数の値は $+, -, 0, ?$ の 4 値であり，表 1 に示す演算子 $\oplus, \ominus, \otimes, \oslash$ を用いる．これらの演算子は四則演算の交換律，結合律，分配律を満たす．情報の欠損を防ぐため，$[x+y]$ が観測可能である場合は $[x] \oplus [y]$ ではなく $[x+y]$ を用いる．

表 1: 符号代数演算規則

⊕	−	0	+	?
−	−	−	?	?
0	−	0	+	?
+	?	+	+	?
?	?	?	?	?

⊗	−	0	+	?
−	+	0	−	?
0	0	0	0	0
+	−	0	+	?
?	?	0	?	?

⊖	−	0	+	?
−	?	−	−	?
0	+	0	−	?
+	+	+	?	?
?	?	?	?	?

⊘	−	0	+	?
−	+	U	−	U
0	0	U	0	U
+	−	U	+	U
?	?	U	?	U

polybox による例では，式 (7) (8) を符号代数式に変換して

$$\begin{aligned}[\Delta f] &= [a^*c^*]\otimes[\Delta A]\oplus[b^*d^*]\otimes[\Delta B] \\ &\quad \oplus[(a^*c^*+b^*d^*)]\otimes[\Delta D], \quad (9)\\ [\Delta g] &= [b^*d^*]\otimes[\Delta B]\oplus[c^*e^*]\otimes[\Delta C] \\ &\quad \oplus[(b^*d^*+c^*e^*)]\otimes[\Delta E]. \quad (10)\end{aligned}$$

を得る．この式に観測値が代入された式の解は *DX* における conflict set に相当する．ここでは $\Delta f, \Delta g$ を残余と呼び，少なくとも一方が 0 でないときには故障が存在することを示す．

5. ブール方程式 *SBE* モデル

ブール代数上の方程式モデルに変換するため，符号代数の変数 x に対して

$$([x]=+)\equiv X_s\bar{X}_v,\quad ([x]=-)\equiv \bar{X}_sX_v,$$

$$([x]=0)\equiv X_sX_v,\quad ([x]=?)\equiv \bar{X}_s\bar{X}_v$$

と 2 つの命題記号の積で表現する．これにより

$$\begin{aligned}(x=a\oplus b) &\equiv (X_s=A_sB_s)\wedge(X_v=A_vB_v),\\ (x=a\ominus b) &\equiv (X_s=A_sB_v)\wedge(X_v=A_vB_s),\\ (x=a\otimes b) &\equiv (X_s=(A_s+B_v)(A_v+B_s))\\ &\quad \wedge(X_v=(A_s+B_s)(A_v+B_v)),\\ (x=a\oslash b) & \\ &\equiv (X_s=(A_s+B_s)(A_v+B_v)(\bar{B}_s+\bar{B}_v))\\ &\quad \wedge(X_v=(A_s+B_s)(A_v+B_v)(B_s+B_v)).\end{aligned}$$

となる．ここで，*polybox* の各変数，係数について以下のブール変数を対応させる

$$[\Delta A]\Leftrightarrow(\alpha_s,\alpha_v),\ [\Delta B]\Leftrightarrow(\beta_s,\beta_v),\ [\Delta C]\Leftrightarrow(\gamma_s,\gamma_v),$$
$$[\Delta D]\Leftrightarrow(\delta_s,\delta_v),\ [\Delta E]\Leftrightarrow(\epsilon_s,\epsilon_v),\ [a^*c^*]\Leftrightarrow(a_s,a_v),$$
$$[a^*c^*+b^*d^*]\Leftrightarrow(b_s,b_v),\ [b^*d^*]\Leftrightarrow(c_s,c_v),$$
$$[c^*e^*]\Leftrightarrow(d_s,d_v),\ [b^*d^*+c^*e^*]\Leftrightarrow(e_s,e_d),$$
$$[\Delta f]\Leftrightarrow(f_s,f_v),\ [\Delta g]\Leftrightarrow(g_s,g_v).$$

これにより，以下に示す *polybox* に対する *SBE* モデルが得られる

$$\begin{aligned}f_s &= (\alpha_s+a_v)(\alpha_v+a_s)(\beta_s+c_v)(\beta_v+c_s)(\delta_s+b_v)(\delta_v+b_s),\\ f_v &= (\alpha_s+a_s)(\alpha_v+a_v)(\beta_s+c_s)(\beta_v+c_v)(\delta_s+b_s)(\delta_v+b_v),\\ g_s &= (\beta_s+c_v)(\beta_v+c_s)(\gamma_s+d_v)(\gamma_v+d_s)(\epsilon_s+e_v)(\epsilon_v+e_s),\\ g_v &= (\beta_s+b_s)(\beta_v+b_v)(\gamma_s+d_s)(\gamma_v+d_v)(\epsilon_s+e_s)(\epsilon_v+e_v).\end{aligned} \quad (11)$$

6. *SBE* モデルの解

故障診断に必要な値は ok 係数の変位であるが，これは式 (11) の右辺のギリシア文字変数に相当する．この方程式を解くことにより診断のための *SBE* モデルを生成することができる．この式変形は標準的な方法で容易に行うことができる [2].

$$\begin{aligned}\alpha_s &= f_s\bar{a}_v+f_v\bar{a}_s,\quad \alpha_v=f_s\bar{a}_s+f_v\bar{a}_v,\\ \beta_s &= f_s\bar{c}_v+f_v\bar{c}_s+g_s\bar{c}_v+g_v\bar{c}_s,\\ \beta_v &= f_s\bar{c}_s+f_v\bar{c}_v+g_s\bar{c}_s+g_v\bar{c}_v,\\ \gamma_s &= g_s\bar{d}_v+g_v\bar{d}_s,\quad \gamma_v=g_s\bar{d}_s+g_v\bar{d}_v,\\ \delta_s &= f_s\bar{b}_v+f_v\bar{b}_s,\quad \delta_v=f_s\bar{b}_s+f_v\bar{b}_v,\\ \epsilon_s &= g_s\bar{e}_v+g_v\bar{e}_s,\quad \epsilon_v=g_s\bar{e}_s+g_v\bar{e}_v.\end{aligned}\quad (12)$$

診断の例として，入出力値 $a^*=b^*=c^*=d^*=e^*=1, f^*=3, g^*=2$ が観測されたとする．このとき $(\alpha_s,\alpha_v)=(\delta_s,\delta_v)=(1,0)$, $(\beta_s,\beta_v)=(\gamma_s,\gamma_v)=(\epsilon_s,\epsilon_v)=(1,1)$. となるため，$\Delta A>0$, $\Delta D>0$, $\Delta B=0$, $\Delta C=0$, $\Delta E=0$. が得られる．すなわち，モジュール M_1 もしくは A_1 が異常であることが示される．

7. おわりに

制御理論の分野において，類似の手法として解析的冗長性を用いる *FDI* という方法がある [4] が，提示手法では ok 係数を用いた論理関数の形で診断システムを構築するため，専用 LSI による診断に適している．

参考文献

[1] Barrett, A.: Model Compilation for Real-Time Planning and Diagnosis with Feedback. Proc of Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI 2005) (2005)

[2] Brown, F. M.: Boolean Reasoning - The Logic of Boolean Equations. Kluwer Academic Publishers (1990)

[3] Cascio, F., Console, L., Guagliumi, M., Osella, M., Panati, A., Sottano,S., Dupre, D. T.: Generating on-board diagnosis of dynamic automotive systems based on qualitative models. AI Communications, vol.12 no.1, pp. 33-43 (1999)

[4] Isermann, R.: Model-based Fault-detection and Diagnosis - Status and Applications. Annual Reviews in Control, vol. 29 pp. 71-85 (2005)

[5] Williams, B.C.: MINEMA: A symbolic approach to qualitative algebraic reasoning. Proc. 7th National Conf. on Artificial Intelligence, pp. 264-269 (1988)