

B-spline 曲面の制御点の削減手法と削減後の制御点を用いた曲面生成手法

林本 法也† 福井 幸男 三谷 純 西原 清一‡

† 筑波大学第三学群情報学類 ‡ 筑波大学大学院システム情報工学研究科コンピュータサイエンス専攻

1 はじめに

近年の CG 技術の目ざましい発展・多様化に伴い、複雑な形状オブジェクトのモデリングが容易になってきている。パラメトリック曲面はオブジェクトの表現手法の一つであり、形状の大域的操作が容易で、少ない制御点で滑らかな曲面を表現できる。

3次元スキャナから取得した点群データを忠実にパラメトリック曲面に変換するとデータ量は膨大になり、かつ変形制御も困難になり、パラメトリック曲面の特徴が全く活かされなくなる。

そこで本稿では、少ない制御点で滑らかな曲面を生成するために、パラメトリック曲面の制御点を削減し元の曲面との誤差を最小化する手法を提案する。

また、本稿で使われる曲面のデータとして本研究で行われている人体に適合した製品設計に関する研究で用いられる靴型モデルを使用した。

2 研究分野の概要

2.1 B-spline 曲線・曲面

B-spline 曲線は、制御点とノットベクトルと呼ばれる数列で構成されるパラメトリック曲線の一種である。その式は陽関数で表わされる。ノットベクトルの種類によって一様、開一様、非一様の 3 種にさらに分類される。B-spline 曲面は制御点列と u, v の 2 方向のパラメータを持つので、二つのノットベクトルによって構成される。

2.2 オスロアルゴリズム

オスロアルゴリズム (Oslo Algorithm)[1] とは、B-spline 曲線において元の曲線の形状を維持したまま、既存のノットベクトルに新たなノットを挿入することで新たな制御点を生成する手法である。元の制御点列を $Q_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 、新しい制御点列を $R_j (j = 1, 2, \dots, m) (m > n)$

とすると (1) 式で表わされる。

$$R_j = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} Q_i \quad (1)$$

ここで、係数 $\alpha_{i,j}$ は、元のノットベクトルとノットを追加した新たなノットベクトルを用いて計算される。元のノットベクトルを $[x_0 \ x_1 \ \dots \ x_{n+k}]$ 、新たなノットベクトルを $[y_0 \ y_1 \ \dots \ y_{m+k}]$ としたとき、 $\alpha_{i,j}$ は、(2) 式で表わされる ($k (= \text{次数} + 1)$ は位数である)。

$$\alpha_{i,j}^k = \begin{cases} 1, & x_i \leq y_j \leq x_{i+1} \text{ のとき} \\ 0, & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (2)$$

$$\alpha_{i,j}^k = \frac{y_{j+k-1} - x_i}{x_{i+k-1} - x_i} \alpha_{i,j}^{k-1} + \frac{x_{i+k} - y_{j+k-1}}{x_{i+k} - x_{i+1}} \alpha_{i+1,j}^{k-1}$$

3 制御点削減アルゴリズム

3.1 オスロアルゴリズムの逆変換

(1) 式を行列式表現で表わすと $R = AQ$ のようになる。

ここで、上式の係数行列 A の逆行列 A^{-1} が求められ、 m 個の制御点列より R から点数の減った新しい n 個の制御点列 Q が求められ、制御点の削減が可能となる [2] (以下この逆変換を逆オスロアルゴリズムと表記する)。

しかし、 A^{-1} は一般に正方行列ではないため、逆行列が存在しない。そこで特異値分解を用いて一般逆行列を求める。ここで得られる逆行列は擬似逆行列であるので、 R は近似解となる。つまり、削減前後の曲線には少なからず誤差が含まれることになる。

3.2 基本方針

B-spline 曲面は u, v 二つのパラメータを持つので、それぞれのパラメータについて制御点の削減を行う。 v 方向での制御点の削減には、3.1 で述べた逆オスロアルゴリズムを実行するが、削減する制御点の選択には曲率を考慮する。具体的には曲率の低い箇所の制御点を削減することによって、削減前後の曲面の誤差を最小化することを目標とする。

3.3 本手法の手順

本手法のフローチャートを図 1 に示す。

Method of Reducing B-spline Surface Control Points for Considering Curvature

†Noriya HAYASHIMOTO ‡Yukio FUKUI Jun MITANI Seiichi NISHIHARA

†College of Information Science, University of Tsukuba

‡Department of Computer Science, Graduate school of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

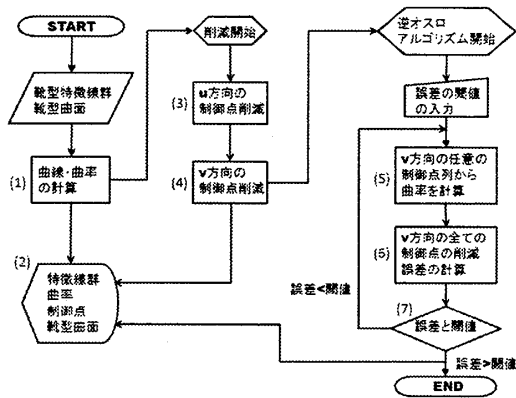


図 1: 本手法の処理の流れ

- 靴型の特徴線群を生成するため曲線・曲率を生成する。
- 描画ウィンドウ上でオブジェクトを選択し、随時描画する。
- 靴型の特徴線群と合致、もしくは最近傍にある曲面の u 方向の制御点列のみ抽出する (図 2 参照)。
- v 方向の制御点列から曲線を生成し、曲率を計算する。曲率に応じて削減する制御点を変化させる。
- 削減する制御点を決めるため曲率の最小値を計算。
5. で求めた曲率の最小値に対応する制御点に対して、v 方向の全ての制御点列に逆オソロアルゴリズムを実行する。
- 削減前後の v 方向の曲線の誤差の平均と閾値との関係によって、処理を分岐させる。終了後に曲面を生成する。

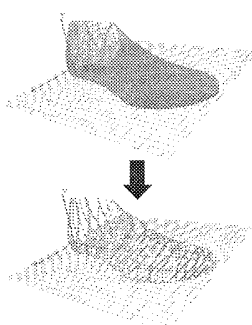


図 2: u 方向の制御点の削減
上図: 削減前
下図: 削減後

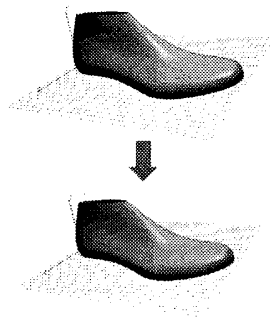


図 3: 逆オソロ実行後の曲面
閾値: 0.01mm
圧縮率: 0.13%
制御点数: $2.3 \times 10^6 \rightarrow 2900$

4 評価と考察

4.1 評価手法

評価手法は、削減する制御点を決定する際に曲率を考慮する本研究の手法と、無作為に選択する手法を用いて、同じ閾値における圧縮率を比較する。圧縮率は、(3)式で表すとする。()内は制御点数である。削減前の制御点数は約 230 万点である。

$$\text{圧縮率 (\%)} = \frac{\text{削減後の制御点数}}{\text{削減前の制御点数}} \times 100 \quad (3)$$

4.2 考察

4.1 節で述べた評価手法を用いて評価を行った結果を表 1 に示す。また削減前後の曲面を図 3 に示す。

閾値	提案手法	無作為 (曲率を考慮しない)
0.01(mm)	0.13	0.11
0.05(mm)	0.10	0.06

表 1: 提案手法と無作為による圧縮率の比較結果

圧縮率では無作為のほうが多く削減しているが、曲面にうねり等のノイズが発生していた。これは無作為に選択しているために曲率の高い箇所も削減しているためと考えられる。

5 まとめ

本稿では、膨大なデータ量をもつパラメトリック曲面の制御点を削減し、元の曲面との誤差を最小化する手法と削減後の制御点を用いた曲面生成手法を提案した。そして、評価によって誤差を抑えながら制御点の削減が行えることがわかった。しかし、底面部のデータ削減において閾値が大きくなると結果が出ないという不具合が生じているので、修正が必要である。

今後は、靴型のみならず様々な曲面に本手法を適用させ、その結果から本手法の修正・拡張を行いロバスト性を持つ、より安定したシステムへと改善する必要がある。

参考文献

- Chen E., Lyche T. and Riesenfeld R. Discrete B-spline and Subdivision Techniques in Computer-Aided Geometric Design and Computer Graphics. Computer Graphics and Image Processing, 14, pp.87-111, 1980.
- 山崎一生, 高橋真一. B スプラインの制御点の削減. 電子情報通信学会論文誌 A, Vol.J75-A, No.10, pp.1605-1608, October, 1992