

粒子法を用いた流体と剛体との物性に基づく安定な相互作用シミュレーション

黒瀬 翔†

† 東京大学大学院情報理工学系研究科

高橋 成雄†‡

‡ 東京大学大学院新領域創成科学研究科

1 はじめに

ゲームや映画の分野において流体と剛体が相互作用を行うというシーンは数多く登場する。これらの多くはコンピュータグラフィックス (CG) を用いて製作されており、流体と剛体が次のタイムステップにおいてどの位置に移動するかを計算により求め、その挙動を描いていく。そのような計算手法には様々なものがあり、格子法に基づいた手法では流体解析のもとで流体と剛体との相互作用を実現させているもの [3] や粒子法においては Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法と剛体の連成解析方法を提案しているもの [6] もある。

剛体との衝突応答には大きく分けて 3 つの方法がある。最も多く用いられるのがペナルティ法と呼ばれるものであり、これは剛体への侵入量 (ペナルティ) を反発力として物体に返す方法である。実装が簡単かつ計算が高速であることが特徴であるがバネ係数、ダンパ係数の値の取り方に敏感であり、またタイムステップも大きく取れないという問題がある。2 つ目は撃力ベース手法と呼ばれるもので、衝突応答に撃力を用いるものである。こちらも実装は簡単で計算も高速であるが、同じようにタイムステップを大きく取れないという問題があると同時に、多くの点で衝突が起こる場合に向いていない。3 つ目は制約ベース手法と呼ばれるもので、物理的制約を拘束条件としてその条件の基で衝突の際に発生する力を解析的に求める手法 [1] である。 n 個の衝突点に対し $O(n^3)$ の計算量を持つが、Baraff ら [2] によりこの計算を高速に解く手法が提案されている。解析的に値を導くのでパラメタの値に広く対応できるという利点がある。

多くの手法がペナルティ法、撃力ベース手法のいずれかを用いているがこれらは先に述べたように、設定した数値に対し非常に敏感であるという問題がある。そのため、例えば、非常に粘性のある流体と反発係数の高い剛体との相互作用といった要求に応じた数値設定は困難である。そこで本研究では、3 つ目に挙げた制約ベース手法を用いることでパラメタの数値設定に広

く対応し、計算値が簡単に発散せず、安定に振る舞う流体と剛体の相互作用計算手法を提案する。

2 剛体モデル

剛体計算手法には様々なものがあり、その大半がポリゴンを用いて計算を行っている。ポリゴンを用いることで複雑形状を精度良く表現できるが、形状が複雑になればデータ量が膨大となり流体との衝突検出に複雑なアルゴリズムを要したり、慣性テンソルを求める際にも、形状を細かな三角錐に分割するなどの作業が必要となる。そこで本研究では剛体を粒子の集まりとしてその形状を近似する。これにより流体と剛体との衝突検出やその相互作用を容易に記述でき、さらに剛体の慣性テンソルも剛体を構成する各粒子の慣性テンソルの足し合わせによって簡単に求めることができる。

2.1 初期慣性テンソルの導出

慣性テンソルは剛体の回転運動に関わる値で、シミュレーションステップ毎に更新していく必要がある。しかし初期状態の慣性テンソルとその時刻での剛体の向きを表わす行列を作用させれば導出できるため、初期状態の慣性テンソルさえ求めておけばよい。ここで、重心からの相対ベクトルが $\mathbf{r}_i = (r_{ix}, r_{iy}, r_{iz})$ で質量 m_i の質点 i の慣性テンソル \mathbf{I}_i は

$$\mathbf{I}_i = m_i \begin{pmatrix} r_{iy}^2 + r_{iz}^2 & -r_{ix}r_{iy} & -r_{ix}r_{iz} \\ -r_{iy}r_{ix} & r_{ix}^2 + r_{iz}^2 & -r_{iy}r_{iz} \\ -r_{iz}r_{ix} & -r_{iz}r_{iy} & r_{ix}^2 + r_{iy}^2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

と表わされ、さらに粒子そのものの慣性テンソル \mathbf{I}_{sphere} は粒子半径を L とすれば、

$$\mathbf{I}_{sphere} = \frac{2m_i}{5} \begin{pmatrix} L^2 & 0 & 0 \\ 0 & L^2 & 0 \\ 0 & 0 & L^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

である。剛体の初期慣性テンソル \mathbf{I}_{init} は各粒子の積分で表すことが出来るため、

$$\mathbf{I}_{init} = \sum_i (\mathbf{I}_{sphere} + \mathbf{I}_i) \quad (3)$$

となる。

Physically-based stable simulation for interaction between rigid bodies and fluid using particle.

†Sho KUROSE ‡Shigeo TAKAHASHI

†Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo

‡Graduate School of Frontier Science, The University of Tokyo

2.2 衝突応答

流体粒子と剛体との衝突が検出されるとその接点には力が生じる。本研究では Baraff らの手法 [1] を基にその力を計算する。\$n\$ 個の接触点が発見された場合、その接触点 \$i (i = 1, \dots, n)\$ において剛体に働く撃力 \$p_i\$ と衝突前の相対法線速度 \$v_i\$、衝突後の相対法線速度 \$v'_i\$ は線形の関係にあり、

$$\begin{pmatrix} v'_1 \\ \vdots \\ v'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \\ = \mathbf{A}\mathbf{p} + \mathbf{v} \quad (4)$$

と表わせる。ここで行列 \$\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}\$ の成分 \$A_{ij}\$ は剛体の質量、姿勢、接点 \$i\$ の位置で定まる値である。またこのとき、以下に示す物理的制約

- 流体粒子が剛体内に侵入しない
 - 生じる力は反発力であり時間に対し連続な関数となる
 - 接触が起こった瞬間にしか力は発生しない
- を定式化するため、以下の条件

$$v'_i \geq -\varepsilon_i v_i \quad (5)$$

$$p_i \geq 0 \quad (6)$$

$$p_i(v'_i + \varepsilon_i v_i) = 0 \quad (7)$$

を満たすような実行可能な解 \$\mathbf{V}'\$ および \$\mathbf{p}\$ を求める問題となる。ただし、\$\varepsilon_i\$ は接点 \$i\$ での跳ね返り係数である。この問題は、線形計画法における線形相補性問題であり、Dantzig のアルゴリズム [5] を拡張した手法を用いることで高速に解くことが可能である。

このようにして導出された接触力を、流体粒子と剛体のお互いに作用させることで流体と剛体の挙動を正確に計算していく。

3 流体解析

本研究では流体解析手法に Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法を用いている。SPH 法を用いて流体シミュレーションを計算機に実装する手法はいくつか存在するが本研究では Clavet ら [4] の手法を基に行っている。この手法では、粒子にかかる力を逐次的に加えることで粒子位置の発散をおさえているため、比較的広い範囲での数値設定が可能である。

4 結果

図 1 に本研究手法にて行ったシミュレーション結果を示す。静止している剛体が、側面から流れ込んできた流体に押され、力を受けて傾いていく様子が見取れる。

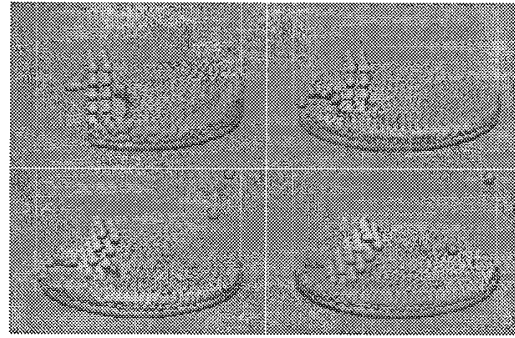


図 1: 流体から力を受けて倒れる剛体

5 結論

本研究では、流体と剛体との相互作用シミュレーションにおいて、接触時に生じる力を物理的制約に基づき解析的に解くことで安定なシミュレーションを行う手法を提案した。流体と剛体の相互作用シミュレーションでは設定すべきパラメタが数多くあり、一つのパラメタが計算結果に大きな影響を及ぼす可能性があるため、注意深くパラメタを設定せねばならず、またその数値設定の範囲も狭い。本手法を用いることで従来の手法より広い範囲でのパラメタに対して安定な計算を行うことができ、結果として効率の良いシミュレーションが可能となると考えられる。

参考文献

- [1] D. Baraff.: Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies, *Computer Graphics Proceedings (SIGGRAPH 89)*, Vol. 23, pp. 223-232 (1989).
- [2] D. Baraff.: Fast contact force computation for Nonpenetrating Rigid Bodies, *Computer Graphics Proceedings (SIGGRAPH 94)*, pp. 23-34 (1994).
- [3] M. Carlson, P. J. Mucha and G. Turk.: Rigid fluid: animating the interplay between rigid bodies and fluid, *ACM Trans. Graph.*, Vol. 23, No. 3, pp. 377-384 (2004).
- [4] S. Clavet, P. Beaudoin and P. Poulin.: Particle-based Viscoelastic Fluid Simulation, In *ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation 2005*, pp. 219-228 (2005).
- [5] R. W. Cottle and G. B. Dantzig.: Complementary pivot theory of mathematical programming, *Linear Algebra and Its Applications*, Vol. 1, pp. 103-125 (1968).
- [6] S. Koshizuka, A. Nobe and Y. Oka.: Numerical Analysis of Breaking Waves Using the Moving Particle Semi-implicit Method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 26, pp. 751-769 (1998).