

Bak-Sneppen モデルにおけるネットワーク構造の重要性

岡本 麻衣子^{*1}

梶田 康博^{*2}

穴田 一^{*3}

武蔵工業大学大学院 工学研究科^{*1}

武蔵工業大学 工学部^{*2}

武蔵工業大学 知識工学部^{*3}

1. はじめに

脳や免疫系の能力は相互作用の絡み合いの中から生まれてくるといわれている。また経済活動や生物の進化においても相互作用が重要な役割を果たしているといわれている。ところが、相互作用が重要だといわれているにもかかわらず、相互作用のネットワーク構造を考慮した研究は少ない。

一方、生物の進化を表したモデルの一つとして Bak-Sneppen モデル[1]がある。このモデルは相互作用しあう種同士の共進化を表したモデルであるが、化石データから算出されたベキ分布と合わない。これは、Bak-Sneppen モデルが 1 次元のネットワーク構造を用いたモデルで、自然界のネットワーク構造と異なっているからであると考えられる。そこで、生物の進化に関わる自然界のネットワーク構造を、Bak-Sneppen モデルを用いて調べることを考えた。

本研究では、まず、接続数を変えた Bak-Sneppen モデルや、2 次元に拡張させたモデルを用い、Bak-Sneppen のネットワーク構造依存性を確かめることとした。その結果、ネットワーク構造によって振る舞いが異なることが確かめられた。しかし、化石データから算出されたベキ分布を再現するネットワーク構造はなかった。そこで、Bak-Sneppen モデルに、現実のネットワーク構造に近いといわれている Scale-Free ネットワークを用いることを考えた。

Bak-Sneppen モデルに Scale-Free ネットワークを用いた研究で、Sungmin Lee と Yup Kim による研究[2]があるが、この研究では同じ生成モデルで複雑さを変えた 1 種類の Scale-Free ネットワークしか用いていない。そこで、本研究では、複数の生成の仕方の異なる Scale-Free ネットワークを Bak-Sneppen モデルに用いて、その結果から、Bak-Sneppen モデルのネットワー

ク構造依存性を確かめることとした。

2. Bak-Sneppen モデル

生物の進化は自然淘汰による最適化を行っていると考えられる。この最適化のプロセスを視覚化したものが適応度地形である。適応度地形では、生物の進化は凹凸のある地形上を高みに向かって進んでいく過程にたとえられる。つまり、適応度の高低を地形上の高さ、地形上の位置を生物の表現型、そして地形上の移動を進化として表現している。

ここで疑問なのが、生物が進んでいく(進化していく)地形に変動がないのだろうかということだ。それぞれの種にとっての最適なあり方は、相互作用しあう他の種に依存する。したがって、ある種が進化すれば、相互作用しあう別の種の進化にも影響が及ぶこととなり、その結果、地形の変動が起こると考えることができる。そこで、この地形の変動の効果を適応度地形に含めたものが「結合適応度地形」である。

結合適応度地形とは、相互作用しあうような最適化のプロセスを視覚的に表現したものであり、地形上の移動を進化、そのときの相互作用による影響を地形の変動として表現したものである。

この結合適応度地形のモデルの一つが Bak-Sneppen モデルである。このモデルは生態系のネットワークを想定したものであり、生物の断続平衡進化を説明するモデルとして提案されたものである。

Bak-Sneppen モデルは、一次元トラス上に配置されている N 個の要素から構成されており、隣接する要素間には相互作用がある。それぞれの要素は内部状態 $\{b_n^i\}$ を持ち、初期値は $(0,1)$ の一様乱数によって与えられる。この内部状態 $\{b_n^i\}$ は適応度を表わしていて、以下のような手順による更新を繰り返す。

1. 内部状態 $\{b_n^i\}$ のうち最小の要素 b_n^k を選択する。

Importance of the Network Structure in Bak-Sneppen model

^{*1}Maiko OKAMOTO, Graduate School of Engineering, Musashi Institute of Technology

^{*2}Yasuhiro KAJITA, Faculty of Engineering, Musashi Institute of Technology

^{*3}Hajime ANADA, Faculty of Knowledge Engineering, Musashi Institute of Technology

2. 選択された b_n^i 、及び、その要素と相互作用のある要素、 b_n^{i+1} と b_n^{i-1} を一様乱数によって更新し、その他の内部状態はそのままにして、 $\{b_{n+1}^i\}$ とする。

結合適応度地形上では、ある要素に変化が起ると、相互作用の及ぶ範囲の要素の地形に変化が起ることとなり、その結果それらの要素に表現型上の変化はなくとも、適応度地形の形には影響が及ぶこととなる。つまり、上記の手続きは、1 で表現型が進化する唯一の要素を選択し、2 では、その要素の表現型の進化による他への影響(適応度地形の形の変化)を表している。

Bak-Sneppen モデルの種の寿命分布を図 1 に示す。図 1 は要素数 2048、ステップ数 1 億の場合で、x 軸は寿命を、y 軸はそれぞれの寿命の頻度を表し、両軸とも対数で表されている。この図よりベキ分布の指数は約 1.6 であることがわかる。

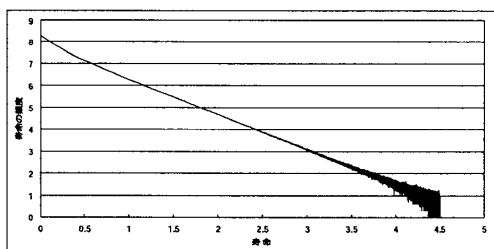


図 1 Bak-Sneppen モデルの寿命分布 (N=2048, 1 億ステップ)

横軸は寿命、縦軸は寿命の頻度を表す(両対数目盛)

ところが、化石データより算出された結果から、生物の種の寿命分布は指数 2 のベキ分布に漸近することがわかっており、Bak-Sneppen モデルの種の寿命分布と化石データとは合わないことが知られている。これは Bak-Sneppen モデルのネットワーク構造が生物におけるネットワーク構造とは異なっている可能性があることを示していると思われる。

3. 結果

Bak-Sneppen モデルの接続数を変えたモデルや、2 次元に拡張したモデル、Bak-Sneppen モデルに Scale-Free ネットワークを取り入れたモデル、ランダムネットワークを取り入れたモデルなど、ネットワーク構造の異なる複数のモデルを用いた結果、それぞれのモデルにおいて、ベキ指数と平均接続数との間に関係があること、さらに、Scale-Free ネットワークを取り入れた場合とランダムネットワークを取り入れた場合

では、ベキ指数と平均接続数との関係に違いがあることがわかった。

Bak-Sneppen モデルにランダムネットワークを取り入れた場合と、Scale-Free ネットワークのモデルである、複写除去モデルと最近接結合モデルを取り入れた場合の結果を図 2 に示す。この図は、寿命分布のベキ指数と平均接続数との関係を表して、図よりベキ指数と平均接続数に関係があることが伺える。また、Scale-Free ネットワークを取り入れた場合と、ランダムネットワークを取り入れた場合とでは、その関係にそれぞれ違いがあることもわかる。

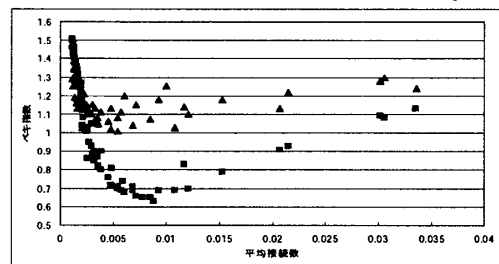


図 2 ベキ指数と平均接続数の関係 (N=2048, 1 億ステップ)
横軸は平均接続数、縦軸はベキ指数を表わす
三角形の点は Scale-Free ネットワークを取り入れた場合、
四角形の点はランダムネットワークを取り入れた場合

また、ネットワークの固まり具合を表わすクラスター係数を用いて、Bak-Sneppen モデルのクラスター係数依存性を調べた結果、Scale-Free ネットワークを取り入れた場合、その指数はクラスター係数に依らないこと(図 3)もわかった。

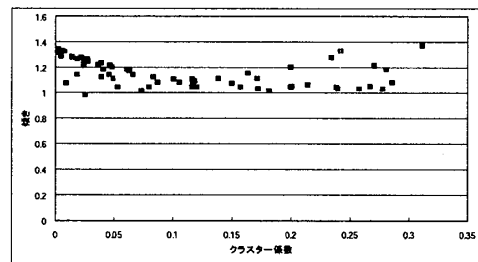


図 3 クラスター係数と指数の関係 (N=2048, 1 億ステップ)
横軸はクラスター係数、縦軸は指数を表わす

発表ではこれらの結果をもとに、Bak-Sneppen モデルのネットワーク構造依存性について発表する予定である。

参考文献

- [1]P.Bak and K.Sneppen : "Punctuated Equilibrium and Criticality in a Simple Model of Evolution", Phys. Rev. Lett. 71, 4083(1993)
- [2]Sungmin Lee and Yup Kim : "Coevolutionary dynamics on scale-free networks", Phys.Rev.E 71, 057102(2005)