ロバストモデル予測制御のための解法アルゴリズムの検討

栗本 祐輔 † 河辺 徹 †
† 筑波大学 システム情報工学研究科

1 はじめに

モデル予測制御は，一定のステップ毎に，ある評価規範に基づく有限時間の最適化問題をオンラインで解く制御方式であり，制御入力や状態量に課せられた制約を制御アルゴリズムの中で陽に取り扱うことが可能である [1]. しかし，ステップ毎に最適化問題を解く必要があるため，従来は，比較的動作特性の遅いシステムを対象として適用されてきた. ところが，近年の計算機性能の目覚しい発達により，動作特性が高速に変化する対象に対しても，モデル予測制御の適用が可能となりつつあり，そのための研究が盛んに行われている [2].

ところで，現実的なシステムへの実用を考えた場合に，モデルの不確かさや外乱などの影響が問題となる. そこで，あらかじめモデルの不確かさや外乱を想定し，これらに対するロバスト性を考慮することで対処することが重要である [3]. 本研究では，通常のモデル予測制御では十分に性能を発揮できないような不確かさをともなう制御対象に対しても適用可能な，ロバスト性を考慮したモデル予測制御法の確立を目指す.

そのために，各サンプリング周期毎に解くべき最適化問題を，minimax 最適化問題へと拡張する. これは，評価関数を最大化するモデルの不確かさに対して，これを最小化する制御入力を導出することで，それ以上制御性能が悪くならないという意味でのロバスト性能を保証するものである. しかし，一般に minimax 最適化問題は解析的に解くことが出来ず，計算量が多くなってしまう欠点がある. そこで本稿では，効率よくこの問題を解くための解法アルゴリズムの導出とその有効性を数値実験等により検証する.

2 モデル予測制御

モデル予測制御とは，各ステップごとに未来のシステムの挙動をモデルの基づいて予測し，オンラインで制約条件つき有限時間最適化問題を解いて求める制御入力をシステムに入力することを繰り返すものである. 状態量の予測を行う区間を予測区間，制御入力を求める区間を制御区間という. 予測区間が制御区間より長い場合には制御入力列の最後の値を基に関数的に補うことで状態量の予測を行う. モデル予測制御において解くべき最適化問題は，離散時間系の状態空間モデル

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \tag{1}$$

に制約条件を加えて以下のように定式化される.

$$\begin{aligned} \min_u J(k) &= \sum_{i=0}^{Hp} x^T(k+i)Qx(k+i) \\ &+ \sum_{i=0}^{Hc} u^T(k+i)Ru(k+i) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\text{subject to} : |u(i)| \le c(i = 1, \cdots, H_c, c : \text{定数}) \tag{3}$$

Q, R は重み付けの正定行列であり，H_p は予測区間，H_c は制御区間である. この最適化問題は二次計画問題に帰着させることが可能なため，解析的に効率よく解を得られる.

3 minimax ロバストモデル予測制御

3.1 minimax ロバストモデル予測制御

モデル予測制御では，モデルが正確でない場合にはその性能を発揮することは難しい. 一般に，制御対象のモデルを導出できても，そのモデルパラメータには計測誤差などの不確かさが含まれている. この場合，状態方程式は

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \tag{4}$$

と表せ，係数行列の各要素が時変となる. ここで，モデルパラメータの不確かさに対して，その変動範囲にある程度の見積もりをたてて，

$$[A(k), B(k)] \in \Phi \tag{5}$$

というようなモデルの集合を考える. このモデルの集合 Φ のすべての要素に対して，ロバストに性能を保証する制御入力を求める問題は，式 (2) を拡張した minimax 最適化問題として定式化できる.

$$\min_u \max_\Phi J(k) \tag{6}$$

これによって得られる制御入力 u は，それ以上 $J(k)$ の値を大きくしないという意味でのロバスト性能を保証するものとなる.

Investigation into Solving Algorithm for Robust Model Predictive Control Problem

† Yusuke KURIMOTO(kuri@acs.cs.tsukuba.ac.jp)
† Tohru KAWABE(kawabe@cs.tsukuba.ac.jp)
Graduate School of System and Information Engineering, University of Tsukuba (†)

3.2 解法

式 (6) で定式化された minimax 最適化問題は一般に解析的に解くことは難しいため，繰り返し計算が必要となる．そこで，グリッドサーチや PSO(Particle Swarm Optimization)[4] などを組み合わせて解く方法を各種シミュレーションしてみたが，計算時間，結果とも満足のいくものではなかった．しかし，各種シミュレーションの状況や結果を解析したところ，ほとんどすべての場合において，評価関数を最大化するモデルパラメータは与えられたモデル集合の端点の組み合わせになることがわかった．厳密に，一般的なケースでこのことを証明することは難しいが，$A(k), B(k)$ の各要素が独立に変動する場合には，詳細は省略するが，証明可能である．そこで本稿では，この事実を用いて，式 (6) の問題を解く際に，モデルパラメータの端点の組み合わせに絞って，分枝限定的に解くアルゴリズムを開発した．このアルゴリズムの性能をシミュレーションにより解析した結果を次章で述べる．

4 結果

4.1 制御対象

制御対象の例として倒立振子制御問題を取り上げる．これは，図 1 に示されたシステムであり，台車に入力 u の力を加えて前後に素早く移動することで，棒の鉛直方向の角度 θ をできる限り小さくし，かつ，台車が止まっている状態にすることを目的としたシステムである．図 1 におけるモデルパラメータは，M：台車

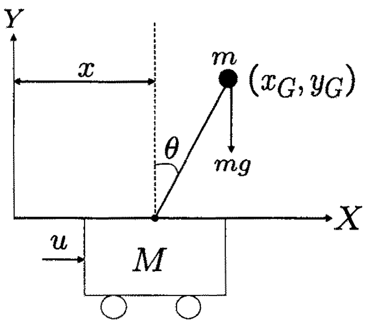

図 1: 倒立振子制御問題

の質量，l：棒の長さ，m：おもりの質量，θ：棒と鉛直方向との角度，x：水平方向の変位をそれぞれ表している．ここで，M, m, l が不確かさを含んだパラメータとして以下のように設定した．

$$2 \leq M \leq 5,\ 0.05 \leq m \leq 0.15,\ 0.5 \leq l \leq 1.5$$

4.2 結果

前節で示した条件のもとで，通常のモデル予測制御 (モデルパラメータの上下限の中間値で固定) と minimax ロバストモデル予測制御のシミュレーション結果を図 2 に示す．制御対象の実際の値は以下のように変動していると仮定した．

$$M = 5,\ m = 0.15,\ l = 1.5$$

図 2 において，出力は θ としている．図より明らか

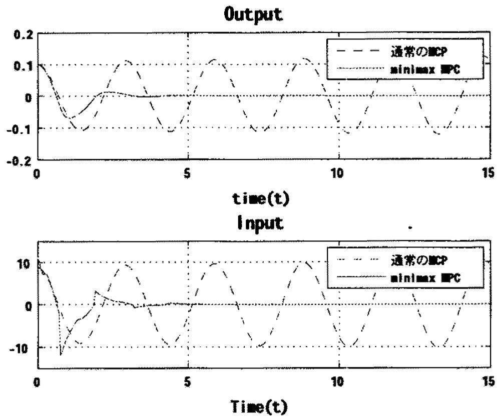

図 2: 通常の MPC と minimaxMPC の比較

なように，通常のモデル予測制御では出力 θ が発散してしまい，制御できていない．一方，提案アルゴリズムによる minimaxMPC では効果的に制御できていることが分かる．

5 まとめ

ロバストモデル予測制御を実現するために，minimax 最適化問題の効果的な一つの解法アルゴリズムを導出し，その性能を検討した．

参考文献

[1] Jan M.Maciejowski 著; 足立修一，菅野政明訳；モデル予測制御－制約のもとでの最適制御，東京電機大学出版局 (2005)

[2] 河辺徹, 平田健太郎：拘束条件つき有限時間 minimax receding horizon 制御問題の一解法, 日本機械学会論文集 (C1 編), Vol.70, No.695, pp.1992-1998,2004

[3] 木村英紀，藤井隆雄，森武宏著；ロバスト制御；コロナ社 (1994)

[4] J.Kennedy and R.Eberhart,"Particle Swarm Optimization,"Proceedings of IEEE the International Conference on Neural Networks,1995.