

3Y-5

# 重み関数に基づく任意不規則変動波形の ピーク値分布評価法

荒木勇一朗<sup>†</sup> 中本昌由<sup>‡</sup> 南原英生<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>岡山理科大学 工学部 <sup>‡</sup>広島大学 工学部

## 1 はじめに

自然界のさまざまな不規則現象の解析を行う場合、平均値や分散などの基本的統計量よりも、ピーク値に関する情報を必要とすることがしばしば生じる。例えば地震波の解析や海洋波の船舶に対する応答、騒音・振動などの人間に対する心理的影響などである。

一般に、不規則信号のピーク値分布評価は、信号の瞬時値、1階微分値に加えて2階微分値情報をも必要とし、レベル交差回数が瞬時値と1階微分値情報のみで評価可能であることと比較すれば、その厳密な理論的評価は非常に困難である。

Cartwrightらは、対象とする不規則変動波形(不規則信号)の振幅分布をガウス形に限定すれば、任意の周波数特性を有する不規則信号についてピーク値分布の評価が可能であることを示した<sup>1)</sup>。この場合、対象となる不規則信号の瞬時値・1階微分・2階微分に関する3次元確率密度関数が比較的簡単な形となることから、ピーク値分布関数とその定義式に基づいて導出されている。

逆に振幅分布が非ガウス形の場合では、狭帯域の周波数特性を仮定することによりピーク値分布評価が可能であることが知られている<sup>2)</sup>。ここでは、「対象となる不規則信号の周波数が狭帯域特性を示す場合、不規則信号があるレベルを正方向に横切る期待回数(レベル交差回数)とそのレベル以上に存在する全ピーク数はおおむね一致する」という性質を用いることにより、ピーク値分布評価法が提案されている。

しかしながら、振幅が非ガウス(任意の振幅分布)で周波数帯域が広帯域(任意の周波数特性)のような場合、上記の手法は必ずしも有効ではない。そこで我々は、レベル交差回数とそのレベル以上の全ピーク数の比率を広帯域へと一般化し、更に帯域パラメータを非

ガウス形に拡張することによりレベル交差情報に基づく広帯域非ガウス形不規則信号のピーク値分布評価法を提案した<sup>3)</sup>。本報告では、文献3)で提案されたレベル交差情報に基づくピーク値分布評価法の更なる改良を目指し、Cartwrightらが提案したピーク値分布関数に基づいて重み関数を定義し、その重み関数を用いた新たな広帯域非ガウス形のピーク値分布関数を提案する。

## 2 理論的考察

### 2.1 広帯域ガウス形信号のピーク値分布<sup>1)</sup>

信号の振幅分布がガウス形の場合、周波数特性が把握できればピーク値分布の評価は可能である。すなわち、パワースペクトル密度関数の  $n$  次モーメント  $m_n$  を用いることにより帯域パラメータ：

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (1)$$

が計算され、確率密度関数はレベル  $x$  を変数として次式で与えられる(ただし、信号の平均値を0、標準偏差を1に規格化している)。

$$p_G(x; \varepsilon_0) = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2/\varepsilon_0^2} + \sqrt{1 - \varepsilon_0^2} x e^{-\frac{1}{2}x^2} \cdot \Phi\left(-x \frac{\sqrt{1 - \varepsilon_0^2}}{\varepsilon_0}\right) \quad (2)$$

ただし、

$$\Phi(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy \quad (3)$$

### 2.2 重み関数とその性質

前節の式(2)に基づいて重み関数を定義する。まず、式(2)を

$$p_G(x; \varepsilon_0) = \varepsilon_0 P\left(\frac{x}{\varepsilon_0}\right) + \sqrt{1 - \varepsilon_0^2} \cdot \Phi\left(-x \frac{\sqrt{1 - \varepsilon_0^2}}{\varepsilon_0}\right) p_N(x) \quad (4)$$

ただし、

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad (5)$$

An evaluation of peak values distribution based on the weighting functions for arbitrary random waves  
Yuichiro ARAKI<sup>†</sup>, Masayoshi NAKAMOTO<sup>‡</sup> and Hideo MINAMIHARA<sup>†</sup>

<sup>†</sup>Faculty of Engineering, Okayama University of Science, Okayama-shi, 700-0005 Japan.

<sup>‡</sup>Faculty of Engineering, Hiroshima University, Higashi-hirosima-shi, 739-8527 Japan.

$$p_N(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}x^2} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (6)$$

と書きかえる。ここで、 $P(x)$  は原波形の振幅分布確率密度関数、 $p_N(x)$  は狭帯域特性を示す場合のピーク値分布確率密度関数であることを注目する。

このとき、確率密度関数  $p_1(x)$ ,  $p_2(x)$  に対する重み関数  $w_1(p_1(x), \varepsilon)$ ,  $w_2(p_2(x), \varepsilon, x)$  を

$$\begin{cases} w_1(p_1(x), \varepsilon) = \varepsilon p_1\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \\ w_2(p_2(x), \varepsilon, x) = \sqrt{1 - \varepsilon^2} \Phi\left(-x \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\varepsilon}\right) p_2(x) \end{cases} \quad \varepsilon \in (0, 1), x \in (-\infty, \infty)$$

と定義すれば

$$p_G(x, \varepsilon_0) = w_1(P(x), \varepsilon_0) + w_2(p_N(x), \varepsilon_0, x)$$

と表すことができる。ここで、信号の周波数特性が狭帯域の場合、

$$\lim_{\varepsilon_0 \rightarrow 0} p_G(x, \varepsilon_0) = p_N(x)$$

となる。すなわち、 $p_N(x)$  に対する重みが 1,  $P(x)$  に対する重みが 0 となっていることを示している。また、変動が非常に激しくなる (1 回のゼロ・クロッシングに対して無限数のピーク値が存在する) 場合は

$$\lim_{\varepsilon_0 \rightarrow 1} p_G(x, \varepsilon_0) = P(x)$$

となって、元の分布 (振幅分布確率密度関数) と一致する。これは、 $p_N(x)$  に対する重みが 0,  $P(x)$  に対する重みが 1 となっていることを表している。

### 2.3 重み関数に基づくピーク値分布評価法

前節の議論から、振幅情報は  $P(x)$  と  $p_N(x)$  の中に多く反映され、周波数情報は重み関数  $w_1(y(x), \varepsilon)$ ,  $w_2(y(x), \varepsilon, x)$  に大きく依存していると考えられる。この仮定のもとで、振幅分布の仮定をガウス形から非ガウス形に拡張すると (5), (6) 式は既発表の結果を考慮してそれぞれ次式のように表すことができる。

$$\check{P}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \sum_{n=0}^{\infty} A(n, 0) H_n(x) \quad (7)$$

$$\check{p}_N(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} F_1(x)}{F_0(0)} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (8)$$

なお、 $A(n, m)$ ,  $H_n(x)$  ( $n, m = 0, 1, 2, \dots$ ) は、それぞれ展開係数と Hermite 多項式を表しており、これらを用いて  $F_0(x)$ ,  $F_1(x)$  は計算される<sup>3)</sup>。また、非ガウス

分布での条件下では、帯域パラメータはゼロクロッシング  $N(0)$  とすべてのレベルに存在する全ピーク数  $M$  を用いて、

$$\varepsilon_1 \equiv \sqrt{1 - \left(\frac{N(0)}{M}\right)^2} \quad (9)$$

と定義されている<sup>3)</sup>。狭帯域の場合、信号の性質から  $N(0)$  と  $M$  はほぼ等しいから  $\varepsilon_1 \rightarrow 0$  となり、更に 1 回のゼロ・クロッシングに対して無限個のピーク値が存在する場合も  $\varepsilon_1 \rightarrow 1$  となることから、 $\varepsilon_1$  は  $\varepsilon_0$  と同様の性質を有することがわかる。したがって、新たなピーク値分布関数は、式(7),(8),(9)と重み関数を用いて

$$\begin{aligned} p_1(x; \varepsilon_1) &= w_1(\check{P}(x), \varepsilon_1) + w_2(\check{p}_N(x), \varepsilon_1, x) \\ &= \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2/\varepsilon_1^2} \sum_{n=0}^{\infty} A(n, 0) H_n\left(\frac{x}{\varepsilon_1}\right) \\ &\quad + \left\{ \sqrt{1 - \varepsilon_1^2} \Phi\left(-x \frac{\sqrt{1 - \varepsilon_1^2}}{\varepsilon_1}\right) \right\} \\ &\quad \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} F_1(x)}{F_0(0)} \end{aligned} \quad (10)$$

のように表される。

### 3 計算機シミュレーション

シミュレーションにより不規則信号を発生させ、実際に標本したピーク値により得られた実験値と、式(10)による理論曲線を比較した結果を Fig.1 に示す。

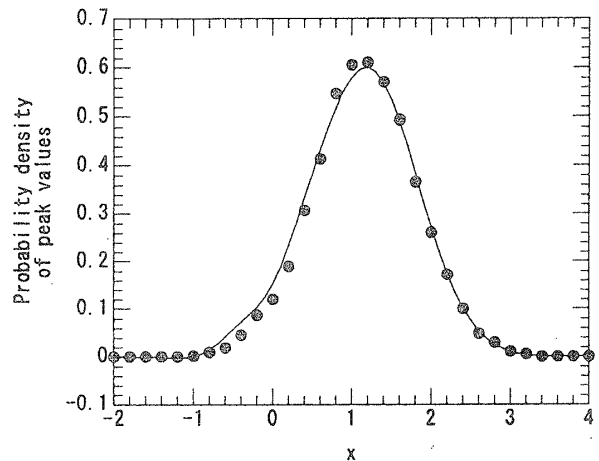


Fig.1 A comparison between theoretical curve (—) and experimental value (●).

### 参考文献

- 1) D.E.Cartwright and M.S.Longuet-Higgins, Proc. Soc, vol.A237, no.212, pp.212-232, (1956).
- 2) 南原, 西村, 太田, 音響学会誌, vol.37, no.3, pp.116-122, (1981).
- 3) 中本, 南原, 太田: 電子情報通信学会論文誌 (A), vol.J82-A, No.3, pp.471-481, (1999).