変動レベルの有限区間情報に基づく各種統計量の算出

3Y－4

高田祥聡†，南原英生†

（岡山理大・工）

1．はじめに 不規則騒音に関する各種の統計量や評価量は、通常、実測データに基づいて算出される。しかし、現実の実測状況では、原波形 $x(t)$ が何らかの原因により信号波形の上部や下部が振幅制限された形態でデータ記録される場合がある。また、上位レベルや下位レベルのデータが十分に摂取できない、などの理由により、それらのデータを直接統計量の算出に用いられないことがある。このような場合、有限区間情報として観測されたデータに対して定義式通りに統計的な平均操作やフーリエ変換を機械的に適用しても、元の波形に関する統計情報を正確に検出できないことは明らかである。すなわち、何らかのデータ処理を施してこの振幅制限の影響を予め取り除く必要がある。

このような見地から、任意変動波について、有限区間情報のモーメント統計量に基づいて原波形の統計量推定に関する研究を行ってきた [1)2)]。本報告では、振幅制限の影響を受けたデータの時間率から一旦、エルミート展開表示の展開係数を推定する。次に、これらの統計量を用いて振幅制限を受けた時間率を再評価し、統計量の推定値を逐次改善する方法について検討した。

2 理論的考察 原波形 $x(t)$ が何らかの原因によりその一部があるレベル（下限レベル α_1、上限レベル α_2）で制限された波形 $x_t(t)$ として記録されたとき、あるいは、データの数が十分ではなく、有限区間 $[\alpha_1, \alpha_2]$ の振幅情報のみが信頼できるとき、これらの有限区間情報に基づいて原波形に関する各種の統計量を推定することが本研究の目的である。

2.1 有限区間情報に基づく展開係数の推定 原波形 $x(t)$ の振幅分布が非ガウス形の任意分布を示す場合、特にガウス分布を基幹とするとき統計的エルミート展開表示が可能となり、分布の母数である各展開係数を $A_1, A_2, \cdots, A_n$ とすれば、$x(t)$ の確率密度関数 $p(x)$ は次式のように直交展開表現される。

$$p(x) = N_0(x)\Big\{1 + \sum_{n=1}^{N} A_n H_n(x)\Big\}, \qquad (1)$$

$$N_0(x) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2}), A_n \equiv \frac{1}{n!}\Big\langle H_n(x)\Big\rangle$$

上式は、平均値 0、標準偏差 1 の標準正規分布を展開の基幹にしているため、実際の平均値、標準偏差からのずれは展開係数 A_n に反映されることになる。

このとき、振幅制限を受けた波形 $x_t(t)$ の確率密度関数 $p_t(x)$ は、(1) 式とデルタ関数を用いて次式のように表される[1)]。

$$p_t(x) = p(x)u(x) + \beta_1\delta(x-\alpha_1) + \beta_2\delta(x-\alpha_2) \qquad (2)$$

ただし、

$$u(x) \equiv \begin{cases} 1 & \alpha_1 < x < \alpha_2 \\ 0 & x \le \alpha_1, \quad \alpha_2 \le x \end{cases},$$

$$\beta_1 \equiv \int_{-\infty}^{\alpha_1} p(x)dx, \quad \beta_2 \equiv \int_{\alpha_2}^{\infty} p(x)dx \qquad (3)$$

ここで、$x_t(t)$ の 1 次, 2 次, $\cdots$, n 次モーメントは定義により次のように計算される。

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = I_1 + A_1 I_2 \quad + \cdots + \beta_1\alpha_1 + \beta_2\alpha_2 \\ m_2 = I_2 + A_1 I_3 \quad + \cdots + \beta_1\alpha_1^2 + \beta_2\alpha_2^2 \\ \quad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ m_n = I_n + A_1 I_{n+1} + \cdots + \beta_1\alpha_1^n + \beta_2\alpha_2^n \end{array}\right\} \qquad (4)$$

(4) 式において、α_1, α_2 は予め与えられ、$m_1, m_2, \cdots, m_n$ は $x_t(t)$ から直接計算できる統計量である。また、I_n は標準正規分布に関する n 次モーメントであるので予め求めておくことができる。従って、β_1, β_2 が振幅制限を受けた観測データの時間率から推定することができるなら、各展開係数 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ は (4) 式の n 元連立方程式の解として求められ、これを用いて振幅制限の影響を取り除いた各種統計量の推定が可能になる。特に、平均値 μ、標準偏差 σ は、エルミート多項式の展開係数の定義により次のように表される。

$$\mu = A_1, \qquad \sigma = \sqrt{2A_2 - A_1^2 + 1}$$

2.2 再評価手法を用いた展開係数の推定 β_1, β_2 は (3) 式に基づいて、下限および上限で振幅制限を受けた観測データの時間率から推定することができる。しかし、データが無限個数でない限りこれらの値は真値のまわ

An estimation method of statistical quantities based on the limited fluctuation level range.

Yoshiaki TAKADA†, Hideo MINAMIHARA†

†Faculty of Engineering, Okayama University of Science, Okayama-shi, 700-0005 Japan.

りにばらつくことになる。一方、(3) 式の右辺には明らかに展開係数 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ が含まれていることから、振幅制限を受けた観測データの時間率から推定した β_1, β_2 を初期値とみなして (3) 式を用いて β_1, β_2 を再評価し、$A_1, A_2, \cdots, A_n$ の推定値を逐次改善していくことができる。つまり、次の手順を繰り返すことにより、振幅制限の影響を取り除いた展開係数の推定が可能となる。

1) 振幅制限を受けた観測データの時間率から推定した β_1, β_2 を初期値とみなして、(4) 式を $A_1, A_2, \cdots, A_n$ について解く。

2) $A_1, A_2, \cdots, A_n$ の真値への収束を目指して (a) と (b) を繰り返し、統計量を逐次改善する。

   (a) 推定した $A_1, A_2, \cdots, A_n$ を (3) 式に代入し、β_1, β_2 を再評価する。

   (b) 再評価した β_1, β_2 を用いて、(4) 式を $A_1, A_2, \cdots, A_n$ について解く。

2.3 条件付平均値に基づく一次相関情報の検出 相関関数を計算する方法としては、定義式に基づいてデータを掛け合わせて平均をとる方法や、フーリエ変換に基づく方法などがあるが、当然、これらの適用に当たってはデータの全振幅情報を必要とする。別の方法として、時間経過の姿で眺めた騒音・振動波の τ だけ離れた 2 時点におけるレベル値の結合確率分布表現に統計処理を施すことによって、一次相関情報を定義式に基づく方法とは異なった形で導くこともできる [3]。

つまり、$x(t)$ の時間経過に着目し、条件レベル値 ξ に合致したレベル瞬時値 $x(t)$ から τ だけ離れたレベル瞬時値 $x(t+\tau)$ の平均値を条件付平均値 $m(\xi;\tau)$ とするとき、一次相関関数 $\rho(\tau)$ は次式のように表される。

$$\rho(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\xi) \frac{m(\xi;\tau) - \mu}{\xi - \mu} d\xi \qquad (5)$$

ここで、$k(\xi)$ は

$$k(\xi) = \frac{p(\xi)}{\sigma}(\xi - \mu)$$

で定義され、条件レベル値 ξ に合致したデータが一次相関関数算出に寄与する重みを表している。

(5) 式は、一次相関情報が全振幅情報を必要とせず、原波形の平均値や条件付平均値などの統計量に基づいて算出されることを示している。従って、前節による手法を用いて一旦、展開係数が推定できると、次の手順を繰り返すことによって、振幅制限の影響を取り除いた一次相関関数の推定が可能となる。

1) 本手法を用いて原波形に関する平均値 μ 、標準偏差 σ を推定する。

2) 必要な τ の値だけ (a) と (b) を繰り返す。

   (a) 予め設定した条件レベル値 ξ に合致した時点から τ だけ離れた時点での観測データに本手法を適用し条件付平均値 $m(\xi;\tau)$ を推定する。

   (b) 振幅制限の影響を取り除いた平均値、条件付平均値を (5) 式に代入し、一次相関関数を推定する。

3 実験的考察 Fig.1 は実測道路交通騒音データを正規化した後、上限を人工的に制限し ($\alpha_2 = 3.0 \sim -3.0$)、本手法を用いて平均値の推定を行った結果である。また、Fig.2 は同じく上限レベルを制限し ($\alpha_2 = 0.9$)、本手法から推定した展開係数を (3) 式に代入し β_1, β_2 を再評価することにより平均値を推定した結果である。

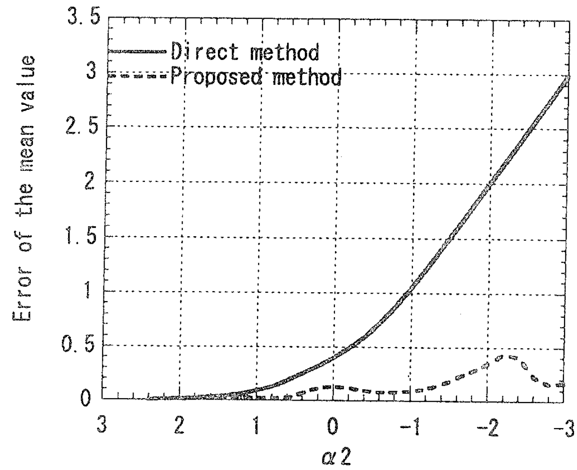

Fig.1 Estimation errors of the mean value for the actual road traffic noise.

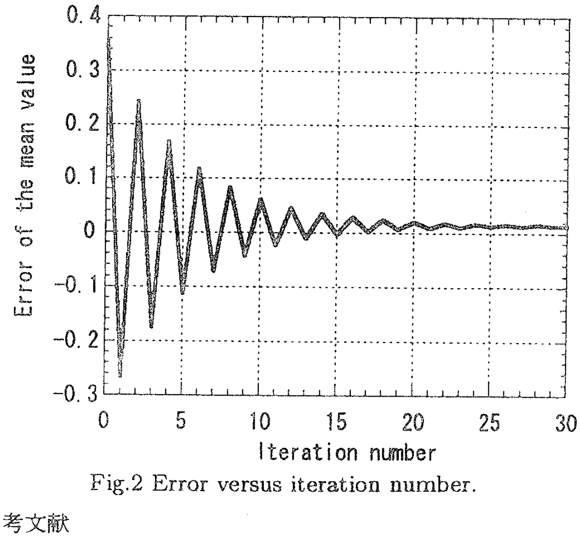

Fig.2 Error versus iteration number.

参考文献

1) H.Minamihara et al., J. Acoust. Soc. Jpn(E) 16(3) 185-188 (1995).
2) 高田他：電気・情報関連学会中国支部講演論文集 (1998), p215.
3) H.Minamihara et al., Acoustics Letters, 10(11) 186-190 (1987).