3G－5

ノード故障を考慮したネットワーク信頼度計算法の開発

古屋　貴博，　杉原　豪，　巽　久行，　徳増　眞司
神奈川工科大学 工学部 情報工学科

1．まえがき

状態空間分解法による2分計算木展開を用いた，リンク故障のみを考慮するネットワークの信頼度計算アルゴリズムは著者らによって既に報告されている[1]。本報告は，ノード故障も含めた信頼度計算を，等価なノード故障のない既アルゴリズムに帰着させる方法を述べる。

2．状態空間分解法

ネットワークの信頼性を評価する1つの方法として，構成要素が稼動か非稼動かで分解を行いながら信頼度を計算する方法がある。いま，ネットワーク N の信頼度を $R(N)$ とすると，これは次の式で表わされる。

$$R(N)=P(C)\cdot R(N\mid C)+\left(1-P(C)\right)\cdot R(N-C)$$

ここで，式中の記号は

$P(C)$：C が稼動している確率
N：対象とするネットワーク
C：ネットワーク N の構成要素である1つの部分ネットワーク
$R(N\mid C)$：N のうち C が稼動している場合の信頼度
$R(N-C)$：N のうち C が故障している場合の信頼度

である。上式は，ネットワークを排他的な2つの部分に分けることによって信頼度を計算するものであり，これを状態空間分解法という。

3．ノード故障も考慮した新アルゴリズム

リンク故障のみを考慮するネットワークをリンク型ネットと呼び，その信頼度計算アルゴリズムをリンク型アルゴリズムと呼ぶ。リンク故障の他にノード故障も考慮するネットワークをノード・リンク型ネットと呼び，その信頼度計算アルゴリズムをノード・リンク型アルゴリズムと呼ぶ。今回開発した新アルゴリズムは，対象とするノード・リンク型ネットを信頼度計算上で等価なリンク型ネットに変換して，既存のリンク型アルゴリズムでその信頼度計算をするものである。以下に，ノード・リンク型ネット N とリンク型ネット N^* で使用する記号を列挙する。

ノード・リンク型 $N=(V,L,P_V,P_L)$ において，

V：ノード集合，L：リンク集合，
P_V：ノード故障関数（$P_V:V\to[0,1]$），
P_L：リンク故障関数（$P_L:L\to[0,1]$）

である。但し，

$$\forall v\in V;\ P_V(v)=p_v,\quad \forall l_{i,j}\in L;\ P_L(l_{i,j})=p_{i,j}$$

とする。また，リンク型 $N^*=(V^*,L^*,P_L^*)$ において，

V^*：ノード集合，L^*：リンク集合，
P_L^*：リンク故障関数（$P_L^*:L^*\to[0,1]$）

である。このノード・リンク型 N とリンク型 N^* との変換方法は，次のように行う。

【変換方法】

以下に考察するノードは，スタートノード s やゴールノード g ではないものとする。

（1）ノード $v(\in V)$ に対する操作［図1参照］

ノード・リンク型 N の各ノード $v(\in V)$ とノード信頼度 p_v について，これに対応するリンク型 N^* の新たなノードとして，共に信頼度1の入口側ノード v^+ と出口側ノード v^- のノードペアを対応させる。また，v^+ より v^- に至る信頼度 p_v の新たな有効リンク l_{v^+,v^-} で，2つのノードを結ぶ。図1において，

$$V^*\leftarrow\{v^+,v^-\mid v\in V\},\quad L^*\leftarrow\{l_{v^+,v^-}\mid v\in V\},$$
$$p_{v^+,v^-}(\in P_L^*)=p_v(\in P_V)\quad(\therefore\ P_L^*(l_{v^+,v^-})=p_v)$$

である。

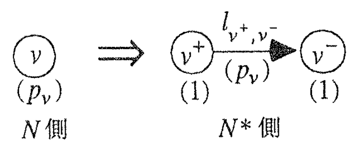

図1　ノードにおける N から N^* への変換

（2）リンク $l_{i,j}(\in L)$ に対する操作［図2参照］

a）有向リンクの場合，
N 側の $l_{i,j}$ に対して N^* 側では l_{i^-,j^+} を対応させる。

b）無向リンクの場合，
N 側の $l_{i,j}$ に対して N^* 側では2本の有向リンク l_{i^-,j^+} と l_{j^-,i^+}（いずれも信頼度 $p_{i,j}$）を対応させる。

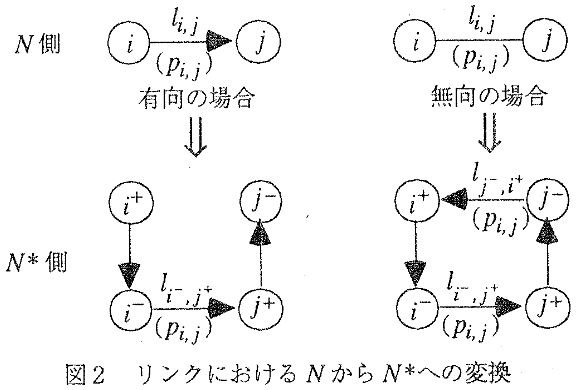

図2　リンクにおける N から N^* への変換

次に，ノード・リンク型 N とリンク型 N^* との変換等価性について述べる。

【N と N^* の等価性】

まず，N（または N^*）の信頼度 $R(N)$（または

A Computation Algorithm of Network Reliability with Node Defects.
Takahiro Furuya, Gou Sugihara, Hisayuki Tatsumi, Shinji Tokumasu
Kanagawa Institute of Technology

$R(N^*)$）は，$s \to g$（または $s^+ \to g^-$）のすべてのパスが分かれば計算できる。以下，Nについて考え，Nのパスが$A_1, A_2, \cdots, A_n$であるとすると，信頼度$R(N)$は

$$R(N) = \sum_i \Pr(A_i) - \sum_{i_1 \neq i_2} \Pr(A_{i_1} \cap A_{i_2}) + \cdots$$
$$\cdots + (-1)^{n-1} \cdot \Pr(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n)$$

で与えられる（但し，$\Pr(A)$はAの確率を示す）。よって，NとN^*のパスがそのノード／リンク列も含めて1対1対応すれば，$R(N) = R(N^*)$となるのでNとN^*の信頼度は互いに等価であることがいえる。以下に，NとN^*のパスの間で1対1関係の成立することを示す。

a）有向リンクの場合，

Nのパス（但し，$s = v_0$，$g = v_r$）を，

$$Path(v_0, l_{0,1}, v_1, l_{1,2}, v_2, \cdots, l_{r-1,r}, v_r)$$

とする。これに対して，N^*のパス

$$Path^*(v_0^+, l_{0^+,0^-}, v_0^-, l_{0^-,1^+}, v_1^+, \cdots, v_r^+, l_{r^+,r^-}, v_r^-)$$

が1対1対応する。ちなみに

$$\Pr(Path) = \Pr(Path^*) = p_0 \cdot p_{0,1} \cdot p_1 \cdot p_{1,2} \cdot \cdots \cdot p_r$$

である。

b）無向リンクの場合，

Nのパス$Path(\cdots, v, l_{v,w}, w, \cdots)$は，$N^*$のパス

$$Path^*(\cdots, v^+, l_{v^+,v^-}, v^-, l_{v^-,w^+}, w^+, l_{w^+,w^-}, w^-, \cdots)$$

に，またNのパス$Path(\cdots, w, l_{w,v}, v, \cdots)$は，$N^*$のパス

$$Path^*(\cdots, w^+, l_{w^+,w^-}, w^-, l_{w^-,v^+}, v^+, l_{v^+,v^-}, v^-, \cdots)$$

が1対1に対応する。この根拠としてN^*側では2つのパターンが同時に1つのパスで現れないことが重要であり，もしそれが起こるとサイクルができてしまう。但しNの場合，$l_{v,w}$は1本として扱われているので問題ないが，N^*の場合，l_{v^-,w^+}とl_{w^-,v^+}は本質的に同じリンク$l_{v,w}$に対応しているので，一方が正常で他方が故障という状態は存在しないことに注意する。したがって，NとN^*が等価であるためには，l_{v^-,w^+}とl_{w^-,v^+}が正常である確率（その値は$P_L(l_{v,w})$）を

$$P_L^*(l_{v^-,w^+}) \cdot P_L^*(l_{w^-,v^+}) = P_L^*(l_{v^-,w^+}) = P_L^*(l_{w^-,v^+})$$

として計算する必要がある。こうすれば，l_{v^-,w^+}が正常かつl_{w^-,v^+}が故障である確率（その値は0）は

$$P_L^*(l_{v^-,w^+}) \cdot \left(1 - P_L^*(l_{w^-,v^+})\right) = 0$$

となって問題は生じない。以上で，NとN^*の等価性が証明された。

これより，状態空間分解法の2分計算木展開を用いたN^*に対するリンク型アルゴリズムは，上で述べたようにNが有向の場合，NとN^*は完全に等価であるのでそのまま適用できる。しかしNが無向の場合，上に述べた条件より，2分計算木展開の段階で次の規則1もしくは規則2を追加することで殆どそのまま適用できる。

【規則1】l_{v^-,w^+}（l_{w^-,v^+}）を展開したら，それより以降ではl_{w^-,v^+}（l_{v^-,w^+}）を展開できないものとする。

あるいは，

【規則2】l_{v^-,w^+}（l_{w^-,v^+}）を展開したら，それ以降では$P_L^*(l_{w^-,v^+}) = 0$（$P_L^*(l_{v^-,w^+}) = 0$）とする。

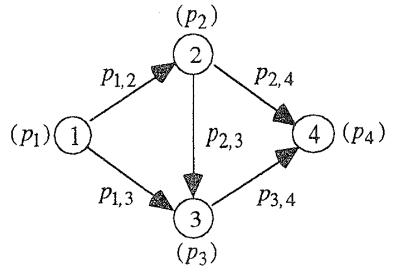

図3　ノード数4のリンク型ネットN

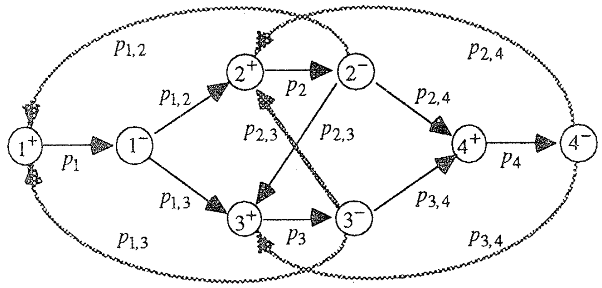

図4　図3に等価なノード・リンク型ネットN^*

4．実行結果

図3に，実験で用いたノード数4の有向（各リンクの矢印をとれば無向）リンク型ネットNを示し，それに等価なノード・リンク型ネットN^*を図4の細実線（無向の場合は太点線$l_{3^-,2^+}$も含める，但し太点線のうち，1^+に入るものや4^-から出るものは除外する）で示す。実験は，このノード数4とノード数6（ここではノード数6の図は省略する）のリンク型ネットについて，すべてのリンクおよびノードの信頼度を0.9として行った。表1に実験結果を示す。文献[1]の結果と比較して，ノード故障も考慮したため当然信頼度が低くなるが，計算時間に影響する状態空間分解法の2分計算木の展開節点数はかなり多くなっていることが分かる。

表1　実験結果

	4ノード				6ノード			
	有向		無向		有向		無向	
	N	N*	N	N*	N	N*	N	N*
ノード数	4	8	4	8	6	12	6	12
リンク数	5	9	5	10	8	14	8	18
パス数	3	3	4	4	5	5	8	8
信頼度	.971	.932	.978	.938	.952	.859	.967	.878
展開節点数	16	31	20	37	48	113	68	149
＋系列数	4	5	5	6	9	12	13	14
－系列数	5	11	6	13	16	44	22	57

5．あとがき

本研究の目的は，ノード故障を含むネットワークの信頼度計算を，等価なノード故障のないリンク型ネットに変換して，従来のリンク型アルゴリズムで計算することである。今後の課題としては，計算効率を高めつつ，より大きなネットワークへの実験等が挙げられる。

参考文献

[1] 古屋，巽，徳増：信頼性設計のための新2分計算木法の試作と評価，情報処理学会第57回全国大会，3C-3，1998.10.