

プログラム可能なセルラーオートマトンによる任意の論理回路の実現

1G-7

西田泰伸*

富山県立大学工学部電子情報工学科

1 はじめに

Aleksić は 1 次元 2 状態 3 近傍のセルラーオートマトンで 2 つの状態遷移関数をステップごとに使い分けることにより、任意の組み合わせ論理回路が実現できることを示した [1]。しかし、ステップごとに状態遷移関数を使い分けるのは煩雑なことであり、しかも、順序論理回路に必要な帰還の機能は実現しようがない。本稿では、2 次元 2 状態のセルラーオートマトンで 2 つの状態遷移関数をあらかじめ指定しておくことにより順序論理回路も含めた任意の論理回路を実現できることを示す。

2 2 次元 2 状態プログラム可能セルラーオートマトン

本稿で取り扱うセルラーオートマトンは有限な大きさの 2 次元 2 状態セルラーオートマトンである。n を正の整数として [n] を集合 {0, 1, ..., n-1} を表すとする。すると大きさ N x M のセル空間は [N] x [M] で表される。

各セルの取る状態は {0, 1} のいずれかである。セル (j, i) の近傍は (j-1, i-1), (j-1, i), (j-1, i+1) の 3 つとする (右の図)。境界における近傍については後で述べる。状態遷移関数は f₀ (AND) と f₁ (XOR) (表 1) を外部からプログラムで与えるとする。

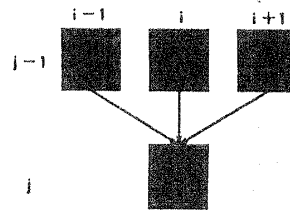


表 1: 状態遷移関数 f₀ (AND) と f₁ (XOR)

定義域	(1,1,1)	(1,1,0)	(1,0,1)	(1,0,0)	(0,1,1)	(0,1,0)	(0,0,1)	(0,0,0)
f ₀ の値	1	0	0	0	0	0	0	0
f ₁ の値	0	0	0	1	0	1	1	0

境界条件は横方向は 0 固定境界、すなわち、(j, 0) の左と (j, m-1) の右には状態 0 のセルがあるとす。セル (0, i) (0 ≤ i ≤ m-1) は入力値が与えられるか、帰還セルとして (n-1, i) の状態の値が与えられるかのいずれかとする。セル (n-1, i) の状態は出力して取り扱う。

*Construction of every logic circuit in programmable cellular automata
 Yasunobu Nishida
 Faculty of Engineering, Toyama Prefectural University, Kosugi-machi, 939-0398 Toyama, Japan
 Email: nishida@pu-toyama.ac.jp

このセルラーオートマトンに行なえるプログラムは、各セル (j, i) ($0 < j \leq n-1, 0 \leq i \leq m-1$) が状態遷移関数 f_0 か f_1 のどちらで遷移するか指定することである。以後の説明では f_0 で遷移するセルを白、 f_1 で遷移するセルを黒で表す。また、各セルの状態 0 を白、状態 1 を黒で表す。

3 任意の論理回路を実現するプログラム

配線、分岐、交差、2入力 AND と NOT の機能を実現できれば任意の組み合わせ論理回路は実現できる。これらはそれぞれ図 1 に示すプログラムにより実現される。ここで、NOT を実現するために常に 1 の状態を持つ入力セルが必要なことを注意しておく。

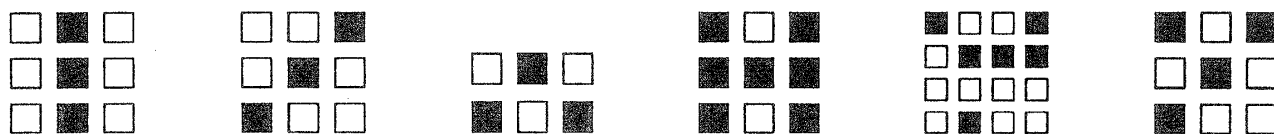


図 1: 配線 (左の 2 つ)、分岐 (左から 3 番目)、交差 (左から 4 番目)、2 入力 AND (右から 2 番目、入力は $(0,0)$ と $(0,3)$ 、出力は $(3,1)$ になる) と NOT (一番右、入力は $(0,2)$ 出力は $(2,0)$ 、 $(0,0)$ は常に 1 に固定する) を実現するプログラム

なお、2 入力 OR、2 入力 NOR、2 入力 XOR もプログラム可能であるが紙数の都合により省略する。

図 2 左に図 2 の右の等価回路を持つ RS フリップ・フロップを実現するプログラムを示す。ただし $(0,0)$ と $(0,16)$ のセルは帰還セル、 $(0,8)$ のセルは NOT を実現するため常に 1 が入力されるセルとする。セル $(0,3)$ に S 入力、セル $(0,13)$ に R 入力があり、セル $(17,3)$ の状態は Q 出力、セル $(17,13)$ の状態は \bar{Q} 出力を表す。

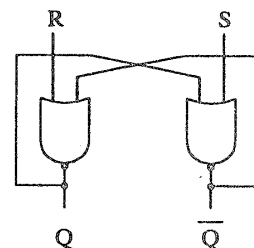
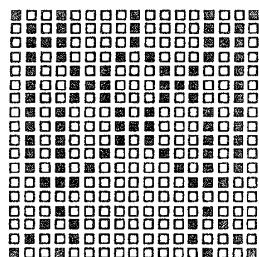


図 2: 右の等価回路の RS フリップ・フロップを実現するプログラム (左)。入出力セルなどについては本文を参照。

このプログラムでは R または S 入力に変化してから 36 ステップ後に確定した出力が得られる。その間の過渡的動作の様相は紙数の都合により省略する。

参考文献

[1] Zoran Aleksić, Computation in inhomogeneous cellular automata, in: D. Green and T. Bossowaier (ed.) *Complex Systems: From Biology to computation*, Ios Press, 1993.