2K－1

広帯域非ガウス形不規則信号のピーク値に関する各種統計量の推定

中本昌由[†]　荒木勇一朗[†]　南原英生[†]　太田光雄[‡]
[†]岡山理科大学 工学部　[‡]近畿大学 工学部

1. はじめに

不規則波形のピーク値に関する信号処理法は，騒音・振動の統計的評価や地震波の分析など，さまざまな工学的分野に応用されている．

ピーク値分布の理論的評価は，一般に，瞬時値と一階微分情報に加えて二階微分情報までも必要とするため，非常に困難である．文献1)によると，周波数特性が広帯域(任意の周波数帯域)の場合，振幅分布をガウス形に限定すれば，ピークの評価が可能であることが示されている．逆に，振幅分布が非ガウス形(任意分布)の場合では，周波数特性を狭帯域に限定することにより，レベル交差に基づいてピークの評価が可能であることが，文献2)により，示されている．

ところが，実分野の不規則波形が典型的なガウス分布に従う場合や，周波数成分が狭い範囲に限定されることは少ないという観点から，文献3)で我々は，広帯域でかつ非ガウス形の不規則波形に対応できる新たなピーク値分布評価法を，二階微分情報を必要としないレベル交差情報に基づいた形で提案した．これは，文献1),2)の手法よりも有効な近似的評価法であるが，平均レベル以上のみのピーク値分布を考察対象としたために，確率密度関数として厳密な定義がなされていないという問題点がある．

本報告では，文献3)による手法を踏まえ，平均レベル以上だけでなく，平均レベル以下のピーク値分布をも評価できる手法を提案する．これにより，任意レベルを考察対象とすることが可能な，新たなピーク値分布の確率密度関数を導出する．

また，計算機シミュレーションでは，まず，本手法による平均レベル以下のピーク値分布評価の有効性を確認する．次いで，新たに導出した確率密度関数をもとにピーク値の各種の統計量(平均と分散)を推定し，実験値と比較する．

An estimation method of some kinds of statistical quantity for peak values of non-Gaussian type random signals with wide frequency band

Masayoshi NAKAMOTO[†], Yuichiro ARAKI[†], Hideo MINAMIHARA[†] and Mitsuo Ohta[‡]
[†]Faculty of Engineering, Okayama University of Science, Okayama-shi, 700-0005 Japan.
[‡]Faculty of Engineering, Kinki University, Higashi-hirosima-shi, 739-2115 Japan.

2. 広帯域ガウス形信号のピーク値分布[1)]

信号の振幅分布がガウス形の場合，そのピーク値分布の確率密度関数は，レベル x および周波数帯域に関係するパラメータ ε_0 を用いて，次式で与えられる(ただし，信号の平均を 0，標準偏差を 1 に規格化する)．

$$p_G(x;\varepsilon_0)=\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2/\varepsilon_0^2}+\sqrt{1-\varepsilon_0^2}\,xe^{-\frac{1}{2}x^2}\cdot Q\left(-x\frac{\sqrt{1-\varepsilon_0^2}}{\varepsilon_0}\right) \tag{1}$$

ただし，

$$Q(\alpha)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_\alpha^\infty e^{-\frac{1}{2}y^2}dy \tag{2}$$

また，ε_0 は，パワースペクトル密度関数の n 次モーメント m_n を用いて，次式で定義される．

$$\varepsilon_0=\sqrt{\frac{m_0m_4-m_2^2}{m_0m_4}} \tag{3}$$

3. 狭帯域非ガウス形信号のピーク値分布[2)]

また，対象とする不規則信号の周波数スペクトルが狭帯域特性を持つ場合は，レベル交差回数とそのレベル以上のピーク数は一対一に対応することから，レベル交差評価関数：

$$N(x)=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m_2}{m_0}}e^{-\frac{1}{2}x^2}F_0(x) \tag{4}$$

ただし，

$$F_k(x)=\sum_{m=2}^{\infty}H_{m-2}(0)\sum_{n=0}^{\infty}A(n,m)H_{n+k}(x)+\frac{\sqrt{2\pi}}{2}\sum_{n=0}^{\infty}A(n,1)H_{n+k}(x)+\sum_{n=0}^{\infty}A(n,0)H_{n+k}(x) \tag{5}$$

$H_n(x)$：Hermite多項式，$A(n,m)$：展開係数

によってピーク数が簡易的に評価できることが知られている．そのピーク値分布の確率密度関数は，レベル x として，次式によって与えられる．

$$p_N(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}F_1(x)}{F_0(0)} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \tag{6}$$

4．広帯域非ガウス形信号のピーク値分布

4.1 平均レベル以上が考察対象の場合

ここでは，文献3)の手法（広帯域非ガウス形信号のピーク値分布評価法）について述べる．まず，式(4)とすべてのレベルに存在する全ピーク数 M を用いて，ε_0 を拡張した帯域パラメータを

$$\varepsilon_1 \equiv \sqrt{1-\left(\frac{N(0)}{M}\right)^2} \tag{7}$$

と定義する．

さらにこの帯域パラメータ ε_1 を用いることにより，あるレベル x を正の方向に切る交差回数とそのレベル x 以上のピークの比率は

$$\gamma(x;\varepsilon_1) = \frac{e^{\frac{1}{2}x^2}}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}Q\left(\frac{x}{\varepsilon_1}\right) + Q\left(-x\frac{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}{\varepsilon_1}\right) \tag{8}$$

によって近似的に評価される．このため，広帯域の周波数特性を有する不規則信号についても，レベル交差評価関数 $N(x)$ に基づいてピーク値分布の評価が可能となり，ピーク評価関数を次式で定義する．

$$p_1(x;\varepsilon_1) \equiv -\frac{1}{M}\frac{\partial}{\partial x}\{\gamma(x;\varepsilon_1)N(x)\} \tag{9}$$

式(4),(8)を式(9)に代入すると最終的に次式が得られる．

$$p_1(x;\varepsilon_1) = \left\{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}e^{-\frac{1}{2}x^2}F_1(x)Q\left(-x\frac{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}{\varepsilon_1}\right)\right.$$
$$+\big(F_1(x)-xF_0(x)\big)Q\left(\frac{x}{\varepsilon_1}\right)$$
$$\left.+\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2/\varepsilon_1^2}F_0(x)\right\}/F_0(0) \tag{10}$$

これが，平均レベル以上 $(x \geq 0)$ を考察対象にしたピーク値分布評価関数であり，スペシャルケースとして周波数特性が狭帯域の場合は式(6)と一致し，また振幅分布がガウス形の場合は式(1)と一致する．

4.2 平均レベル以下が考察対象の場合

次に，平均レベル以下を考察対象にした場合，レベル x の負の極限値 $x=-\infty$ では

$$\lim_{x\to-\infty}\gamma(x;\varepsilon_1) = \infty \tag{11}$$

となるから，平均レベル以下 $(x<0)$ では，式(10)によるピーク評価は適さない．そこで，式(1)の帯域パラメータとして非ガウス性を反映させた関数を適用すると，式(1)が，近似的ではあるが，非ガウス形不規則信号にも有効であることが実験的にも確認されている．このことから，一試みとして

$$p_2(x;\varepsilon_1) = p_G(x;\varepsilon_1) \tag{12}$$

を $(x<0)$ のピーク値分布評価関数として採用する．

以上の議論を踏まえて広帯域非ガウス形のピーク値分布の確率密度関数を導出する．すなわち，$x \geq 0$ では式(10)を用い，$x<0$ では今回提案した式(12)を用いて，新たに

$$p_W(x;\varepsilon_1) \equiv \begin{cases} p_1(x;\varepsilon_1) & (x \geq 0) \\ p_2(x;\varepsilon_1) & (x < 0) \end{cases} \tag{13}$$

と定義する．

5．シミュレーション実験による確認

理論の正当性を確認するために，計算機シミュレーションによって理論と実験の比較を行った．ここでは，文献3)で考察対象とした広帯域非ガウス形信号(シミュレーション信号A)を用い，そのピーク値を標本し，平均・分散を計算した(実験値)．また，ピーク値の平均 μ_P と分散 σ_P^2 は，ピーク値分布の確率密度関数 $p(x)$ を用いて，それぞれ

$$\mu_P = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx, \quad \sigma_P^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2p(x)dx - \mu_P^2$$

により計算される．表1は，文献1)による手法である $p(x)=p_G(x;\varepsilon_0)$ の場合(手法1)，文献2)による手法である $p(x)=p_N(x)$ の場合(手法2)，および本手法である $p(x)=p_W(x;\varepsilon_1)$ の場合について，ピーク値の平均・分散の推定を行い，実験値と比較した結果である．本手法が，従来法(手法1・手法2)に比べて，より有効な推定法であることが確認できる．

表1：ピークの平均・分散の推定．

	実験値	手法1	手法2	本手法
平均	1.10	1.02	1.25	1.11
分散	0.44	0.62	0.31	0.44

6．参考文献

1) D.E.Cartwright and M.S.Longuet-Higgins, Proc. Soc, vol.A237, no.212, pp.212-232, (1956).

2) 南原，西村，太田，音響学会誌, vol.37, no.3, pp.116-122, (1981).

3) 中本，南原，太田：レベル交差情報を用いた広帯域非ガウス形不規則信号のピーク値分布評価法, 電子情報通信学会論文誌 (A), (掲載予定).