

傾斜スプラインによる曲線生成

3N-3

—有理スプラインによる曲線表現—

東京電機大学 ○伊勢史章 齊藤 剛

1 はじめに

近年、自動車などの工業製品の外形形状には高品位な曲面が要求されている。特に意匠性の高い形状では、その写り込み映像の質が曲面の重要な評価基準となっている。このような曲面を生成するには、その基本となる曲線の曲率変化を滑らかにする必要がある。

筆者らは、これまでに曲率変化が滑らかな曲線の生成法として、スプラインの幅が路長と共に変化する「傾斜スプライン」のモデル構成し、報告した^{1,2)}。本モデルを用い、スプラインの傾斜を制御することで、両端点での拘束条件を満たし、かつ、生成曲線の曲率パターンの制御が可能となった。

これまでの報告では、傾斜スプラインモデルから生成される曲線を円弧列の形で表現した。この形式は単純であったが、直接既存のCADシステムで利用することは困難であり、また、曲線数が多くなり曲面化も困難となる。そこで本報告では、実際のCADシステムでの扱いを容易にするため、円弧列にて生成された曲線を「曲線の合成」という手法により、3次有理 Bézier 曲線で近似表現する方法について報告する。

2 2つの3次有理 Bézier 曲線の合成

「曲線の合成」は、3次有理 Bézier 曲線の分割手順の逆の手順をとることで行なう。すなわち、生成された円弧を3次有理 Bézier 曲線で表し、連続する2つの曲線が、1つの3次有理 Bézier 曲線を分割した曲線であると考え、もとの3次有理 Bézier 曲線を近似的に求めるという手順である。

図1において、 $P_0 \sim P_3$ を3次有理 Bézier 曲線の制御点とすると、両端点での曲率(κ_0, κ_1)、接線方向(α, β)、そして、重み(ω_1, ω_2)の間には、次の式(1),(2)の関係が成り立つ。

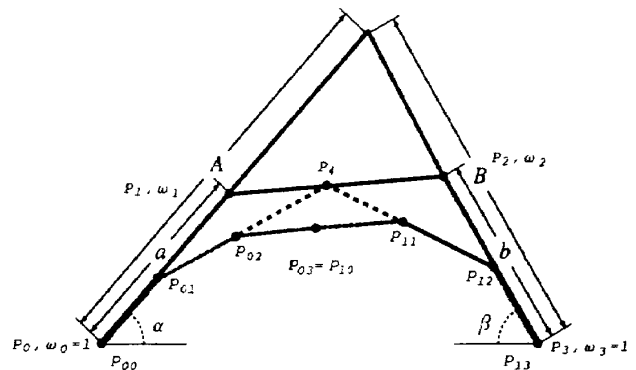


図1 2つの3次有理 Bézier

$$\omega_1 = \frac{2}{3} \sin(\alpha + \beta) \sqrt[3]{\frac{(A-a)(B-b)^2}{a^4 b^2 \kappa_0^2 \kappa_1}}, \quad (1)$$

$$\omega_2 = \frac{2}{3} \sin(\alpha + \beta) \sqrt[3]{\frac{(A-a)^2 (B-b)}{a^2 b^4 \kappa_0 \kappa_1^2}}. \quad (2)$$

また、 $P_0 \sim P_3$ をある t で分割したとすると、その各々の制御点は $p_{0i}, p_{1i} (0 \leq i \leq 3)$ となる。

ここで、 p_{0i}, p_{1i} を、合成すべき与えられた2つの3次有理 Bézier の制御点と仮定し、 $P_1, P_2, \omega_1, \omega_2$ を以下の方法により近似的に求める。

a をある値に仮定すると、 P_1 が定まる。この P_1 から P_4 を通る直線と、 p_{12}, P_3 との交点として P_2 が定まり、 b が定まる。この a, b から式(1),(2)を用いて ω_1, ω_2 が定まる。

一方、 p_{0i}, p_{1i} を分割された結果と仮定すると、

$$|P_0 - p_{01}| : |p_{01} - P_1| = t * \omega_1 : (1-t) \quad (3)$$

$$|P_2 - p_{12}| : |p_{12} - P_3| = t : (1-t) * \omega_2 \quad (4)$$

の関係が成り立つ。これが成り立つように a および t を定める。これにより、2つの曲線を合成した1つの3次有理 Bézier の制御点および重みが求まる。

この2つの曲線の合成を繰り返し適用することにより、円弧列の近似を行なう。ここで、曲線合成の評価は、近似的に求めた t における合成曲線の曲率が、合成前の2曲線が取る曲率の間にあることとする。

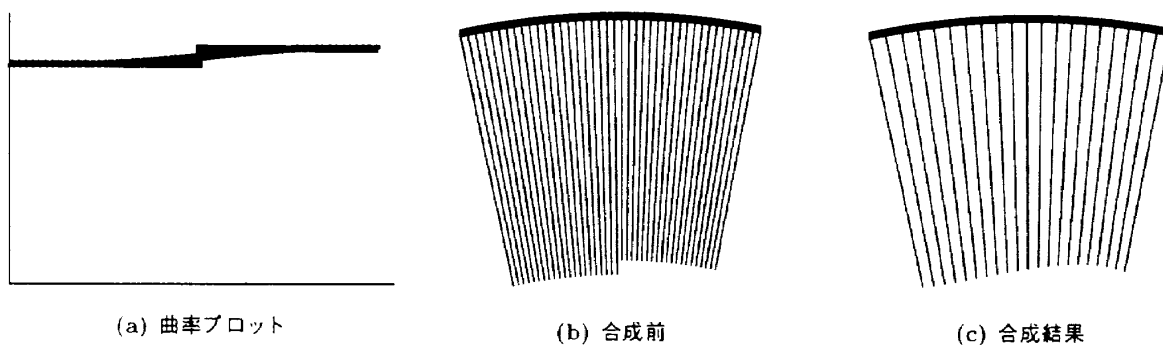


図 2: 2 つの 3 次有理 Bézier 曲線の合成

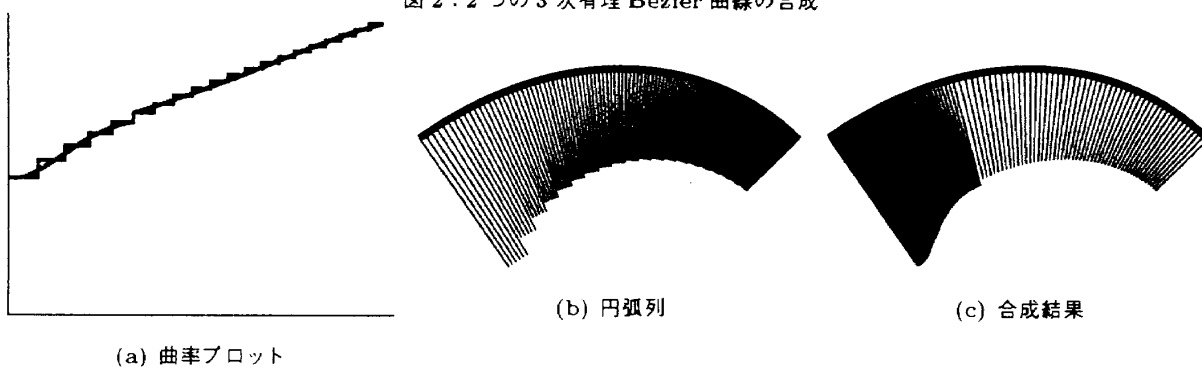


図 3: 20 個の円弧列の合成例 1

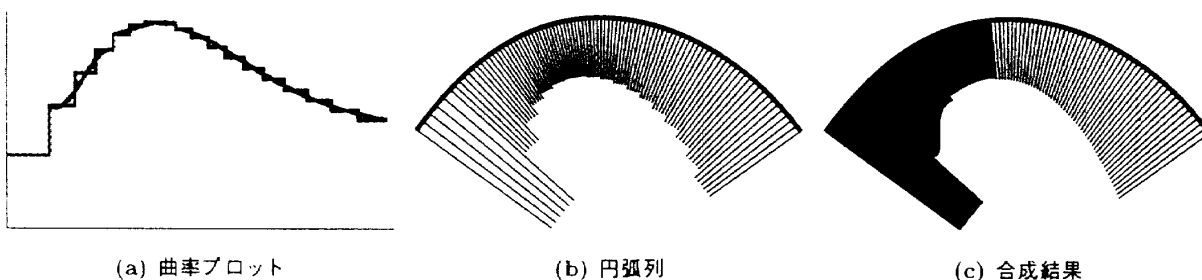


図 4: 20 個の円弧列の合成例 2

3 曲線の合成例

生成例を以下に示す。

2 つの曲線の合成例: 図 2 は、本手法の基本となる 2 つの 3 次 Bézier 曲線の合成例である。(a) は、横軸に曲線の路長、縦軸に曲率を示した曲率プロットである。

合成例 1: 図 3 は 20 個の円弧列で生成された曲線であり、曲率が単調に増加している例である。図 (c) に示すように、2 セグメントに合成された。

合成例 2: 図 4 は曲率の変化が大きい部分を含む曲線の合成例である。図 (c) に示すように、4 セグメントとして合成された。第 1 セグメントはそのままである。これは本手法において、曲率差が大きい曲線の合成で、必ずしも合成条件を満たす i を求められないため

ある。

4 おわりに

本報告では、「曲線の合成」という手法により、傾斜スプラインモデルより得られた円弧列を、少数の 3 次有理 Bézier 曲線で近似表現する方法について述べた。今後の課題としては、曲率が反転している場合の扱いがある。

参考文献

- 1) 伊勢, 渡辺, 斉藤:「傾斜スプラインモデルを用いた複合曲線の生成」平成 10 年情報処理学会春期全国大会
- 2) 伊勢, 渡辺, 斉藤:「傾斜スプラインによる曲率変化の滑らかな曲線の生成」平成 9 年情報処理学会秋期全国大会
- 3) 渡辺, 斉藤, 東:「傾斜スプラインを用いた曲率変化の滑らかな曲線の構成方法」平成 7 年情報処理学会全国大会