1U－9

命題様相論理式を充足させるモデルの自動生成に関する研究[1]

†堀田 高広[2]，‡渡辺崇[3]
†名古屋大学人間情報学研究科,[4] ‡名古屋大学情報メディア教育センター[5]

1 はじめに

様相論理は命題の真偽を状況に依存する形で決めることができる論理体系である。様相論理は必然性および可能性と言った概念を表現できるよう、古典論理を拡張したもので、"□"（必然性記号)、"◇"（可能性記号）の2つの様相記号が導入されている。本研究では matrix 法とよばれる prefixed tablau 法の一種である様相論理式の証明法に基づいて、与えられた多重命題様相論理式に対してその論理式を真とするモデルを自動的に生成するための手法について行う。これは、与えられた状況で妥協可能なエージェントの信念のあり方の推定などに有用である。

2 matrix 法について

matrix 法 [L.A.Wallen 90] は背理法に基づいて証明の対象となる論理式を偽であると仮定した上で、その構成要素に分解し、式中に矛盾を発見することによりその恒真性を立証する手法である。その際の矛盾の判定の範囲を規定するのが atomic path と呼ばれる概念であり、formula tree の各ノードに付けられた position の列により表される。論理式の分解は Kripke モデルの性質を良く反映した形で行なわれるため、実際に kripke モデルを構成する為に必要な情報を得ることが容易である。

3 モデル生成のアルゴリズム

様相論理に対しては、原始命題に対する付値が可能世界ごとに異なること、および可能世界は互いに到達可能関係により結び付いていると言うことを考慮しなければならない。モデルの作成を行うため、matrix 法で定義されている prefix のほかに、命題多重様相論理を取り扱うために agent prefix を導入し、エージェント i を各様相記号"$\Box_i, \Diamond_i$"で表す。モデルの作成は以下の基本操作の組み合わせにより行われる：

1. **付値の追加** モデルに対して付値の規定を行なう操作である。真か偽かの2値の論理を扱っているので $w \models \langle P, 0\rangle$ と $w \models \langle P, 1\rangle$ の2つを付値として同時に規定することはできない。このようなとき付値の追加は失敗する。
2. **到達可能関係の追加** 到達可能関係の追加は π_0-type の式を対象に行なわれる。π_0-type の式は付値の追加が成功する可能世界の存在を要求するため、既存の到達可能関係において付値の追加が不可能な場合には新規の世界が到達可能なものとして追加される。
3. **atomic path の検証** atomic path の矛盾の検証を行なう操作である。2により述べられた矛盾は付値の追加においての失敗を導くため、ここでは1により述べられた矛盾の判定を行なうことになる。
4. **到達可能関係の変化後の再検証** 到達可能関係の追加操作により、付値の追加操作によりすでに規定されている ν-type の式の充足性が損なわれる恐れがある。その検証のために行なわれる操作である。この検証の中で新たに付値の追加を行なうことで ν-type の式の充足性を保つことができれば成功である。
5. **式の検証** 上記の1~4の操作を組み合わせて行なう全体的な操作である。atomic path ごとに行なわれる操作で、すべての atomic path に対してこの操作が失敗したときが充足モデルの生成の失敗となる。

---

[1] Auto Model Generation of Validation for Propositional Modal Logic Formula
[2] Takahiro Hotta
[3] Takashi Watanabe
[4] Graduate School of Human Informatics, Nagoya university,Furou,Chikusa,Nagoya,464,Japan
[5] Center for Information Media Studies, Nagoya university,Furou,Chikusa,Nagoya,464,Japan

処理の例

与式: $w1 \models P \wedge (\neg\Box_a P \wedge (\Box_b P \wedge (\Box_a(\Box_b P \vee \Box_b\neg P) \wedge \neg\Box_b\neg\Box_a P)))$

可能世界: $\{w1, w2, w3\}$

atomic path： (P1 P5 P7 P8(1) P10 P11(1) P14)

初期モデル： *agent* a: $R_a = \{\{w1\},\{w2\},\{w3\}\}$, *agent* b: $R_b = \{\{w1\},\{w2\},\{w3\}\}$

付値： 設定なし

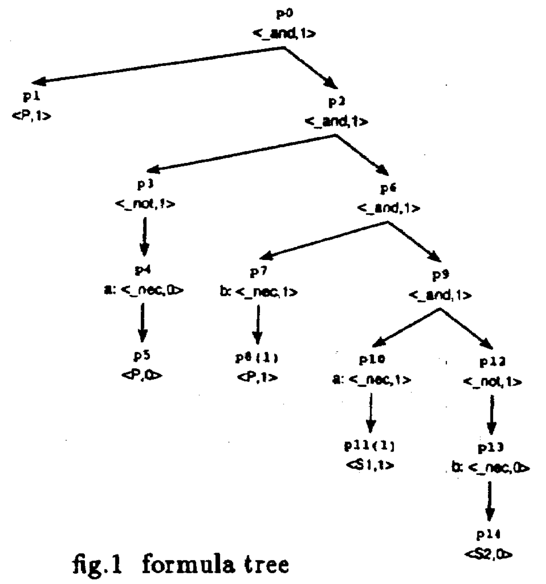

fig.1 formula tree

position	operator	sign	ptype	stype	prefix	agent prefix
P0	$\wedge$	1	α	$\nu 0$	(P0)	
P1	P	1	Atom	$\alpha 1$	(P0)	
P2	$\wedge$	1	α	$\alpha 2$	(P0)	
P3	$\neg$	1	α	$\alpha 1$	(P0)	
P4	$\Box_a$	0	π	$\alpha 1$	(P0)	
P5	P	0	Atom	$\pi 0$	(P5)	(a)
P6	$\wedge$	1	α	$\alpha 2$	(P0)	
P7	$\Box_b$	1	ν	$\alpha 1$	(P0)	
P8(1)	P	1	Atom	$\nu 0$	(P8(1))	($\underline{b}$)
P9	$\wedge$	1	α	$\alpha 2$	(P0)	
P10	$\Box_a$	1	ν	$\alpha 1$	(P0)	
P11(1)	$S1$	1	Atom	$\nu 0$	(P11(1))	($\underline{a}$)
P12	$\neg$	1	α	$\alpha 2$	(P0)	
P13	$\Box_b$	0	π	$\alpha 1$	(P0)	
P14	$S2$	0	Atom	$\pi 0$	(P14)	(b)

table.1 indexed formula table

到達可能関係：$R_a = \{\{w1\ , w2\}, \{w3\}\}$　$R_b = \{\{w1, w3\}, \{w2\}\}$ と充足可能な解釈として table.2 が得られる：

world	true formula	false formula
w1	P, $\Box_a S1$, $\Box_b P$	
w2	$\Box_b\neg P$	P
w3	P	$S2$

table.2 satisfiable interpritation

4 まとめ及び今後の課題

本研究において(多重)命題様相論理式を充足させるモデルの生成手法を提案した。式の追加などの際に与えられたモデルにおいて充足不能な論理式でもモデルの生成ができるように充足不能となる式においても最小限の範囲での弱めた形(ex. □を◇へ)に変形することにより、充足させるモデルの作成を可能とする手法の提案を目指したい。

5 謝辞

本研究の遂行にあたり元研究科院生の原山唱一さんに心より深く感謝致します。

参考文献

[L.A.Wallen 90] Lincorn A. Wallen. Automated Proof Search in Non-Classical Logics: Efficient Matrix Proof Methods for Modal and Intuitionistic Logics. The MIT Press, 1990