

経済モデルに現れる過渡的カオス現象

田中美栄子・田伏正佳
宮崎大学工学部情報工学科

mieko@cs.miyazaki-u.ac.jp

1 T-8

1. はじめに

カオスと周期運動との境目（カオスの縁）は生命現象などの創発性を含む複雑な現象に深い関連を持つものとして注目を集めている。我々は以前からこのような現象を生成する数理モデルのシミュレーションを試みてきたが、閉じた取引者のモデルを考えてその結果として出てくる平均価格の推移を長時間にわたって見て行くと、初期にはシステム全体が連動して大きな振動を起し、対応するパワースペクトルには低振動数領域に目立ったピークが現れ、高振動数領域は f^{-2} 型となるが、途中で連動が壊れてしばらくの間弱いカオスとしての運動が続いた後、比較的多くの場合に完全周期運動に引き込まれていってしまうという現象が見られる。モデルの大きさ、すなわち取引者の数が100人位のときは、何人かが資産をなくして取引に参加できなくなったのち、すなわち寡占状態が起きた後このような周期運動になるが、取引者の数がこれより少ないときはもとの人数のまま周期運動に陥ってしまうことが多い。一方、取引者の数が100人位のときは多体効果のためシステムが安定に保たれるが、これより少ないときは安定性が崩れやすいことがわかっている。

Transient Chaos Generated in a Model of Economic Systems

Mieko Tanaka-Yamawaki and Masayoshi Tabuse

Dept. Computer Science and Systems Engineering,
Miyazaki University

Miyazaki 889-2192 Japan

前大会では、取引エージェントのモデルを紹介し、そこに弱いカオスと見られる時系列が現れ、その Lyapunov 指数が非常に小さい正の値をとること、また、パワースペクトルが f^{-2} の Lorentz 型を示すこと等について報告した[1]。また、平均価格振動のスペクトルに低周波数のピークが現れるとき、すなわちシステム全体が連動するような価格振動が起きるとき、それがどのようなメカニズムで起きているかを考察し、各エージェントの価格変動が数ステップを単位とする「要素」からなりたっており、この「要素」が異なるエージェントの価格同士の連動した動きを形成する、いわゆる自己組織化メカニズムについて考察した。

本報告では同じモデルから生成される平均価格時系列がしばらく弱いカオスとして変動した後で、周期運動に落ち込む場合に重点を置いて考察する。

経済学を複雑系として見直す試みは様々に行われているが、大きく分けて株価などの時系列データの解析から、経済現象以外の様々な現象に共通して現れる数学的パターンを見出すことにより、新しい原理を引きだそうとするボトムアップ的な方向と、我々の研究のようにまずモデルを決めてシミュレーションを行い、そこから出てくる結果を様々に解析することで、モデルの要素が出力に及ぼす効果を見て行こうとするトップダウン的な方向とがある。前者の例としてボストン大学の Mantegna と Stanley による Standard & Poor 500 株価指数の1分毎変動が従来予想されているガウス分布でなく Levy 分布になるとの報告[2]が最近注目を集めている。これに関連して東京証券株価指数 TOPIX が同じ形の分布になっているという報告もあり[3]、今後の展開が期待される。後

者のアプローチは多くの研究者がとっており、とくにサンタフェ研究所関連の出版物には多く見られる。

2. 取引モデルに現れる様々な時系列

我々の考察しているモデル[1]の長時間シミュレーションで生成される時系列には周期的なもの、カオス的なもの、そしてその中間である過渡的カオスで最終的には周期運動に引き込んでしまうもの等様々な性質のものが現れる。本報告では特に過渡的カオスで周期運動に至るものについて考察したい。なお、以上様々な時系列に共通する性質としては基本的にパワースペクトルが f^{-2} の Lorentz 型を示すものばかりが現れることは注目に値する。すなわち、株価指標の時系列がレビ分布になることが本当だとしても、それを導く単純なモデルを設定してトップダウンにレビ分布を導くことは容易なことではない。

3. 過渡的カオス

まず、取引者が 100 人の場合のシミュレーション結果で、どのくらいの確率で過渡的カオスになるかをモデルのパラメータ a 、 b を 0.1 以下の範囲で変化させて調べてみた。時間の遅れは最小値の 1 に選んでおり、これは事実上時間の遅れのない取引に等しい。10 万回までのシミュレーションで約 1-2 割が完全周期運動に陥ってしまうことが観察された。このとき、2~数人が全く同じ動きをするといういくつかの組への分化が起きる。

4. 取引者の数が少ない場合

取引者の数が 100 人というのはシミュレーション・サイズとして大きすぎず、また、多体効果も十分に出るため、我々も最初この人数から始めた。その結果パワースペクトルはすべて f^{-2} の

Lorentz 型となったが、これは多体効果のせいであるのか、それともモデル特有の性質であるのかを見るために、取引者を 30 人にまで減らしてみる。これ以上少ないと多体効果による安定な振動が起きない。つまり、自己組織化によって生成されるシステム全体の連動した動きが見られなくなる。

5. 結論と今後の展望

ここでは経済現象を簡単な数理モデルで表してそのシミュレーション結果を調べることにより、モデルの要素の何が本質的かを見出そうとする試みの一つから現れる、過渡的カオス現象について、取引に参加するエージェントの数を 2 種類に変化させて、取引から脱落するエージェントが次第に増加して寡占に陥る際、弱いカオスと見られる価格の振動が、完全な周期運動に引き込まれる様子を調べてみた。エージェントの数が 100 人に比べて小さい値の時はシステムの安定性が弱く途中で価格が急騰してしまうことが多いが、調べたパラメータ領域内では約半数の例が全員参加のまま完全周期運動に陥るといった結果となった。これがどのような経過を経ておこるのかはまだ明らかではなく、ミクロな解析が必要となる。

参考文献

- [1] 田伏正佳、田中美栄子、“景気循環モデルにおける時系列データの解析と価格変動のメカニズム”、情報処理学会第 56 回 (平成 10 年前期) 全国大会講演論文集(2)428-429 頁.
- [2] R.N.Mantegna and H.Eugene Stanley, Nature, vol. 376, 1995, pp.46-49.
- [3] 柳川一貴、“短い時間での株価変動を起こす要因” 修士論文、日本大学理工学研究科 (1998.3), 1997 年日本物理学会秋の分科会講演概要集 801 頁、1998 年演概要集 652 頁.