

冗長化による誤り検出のための最適チェックポイント間隔

5Q-10

中川 さより† 福本 聡‡ 石井 直宏†

†名古屋工業大学知能情報システム学科

‡愛知工業大学情報通信工学科

1 はじめに

冗長化による誤り検出と誤りマスクを行うプロセスの実行について考察する。

二重化による誤り検出は、機能的に等価な2つのモジュールで並列冗長構成し、2つのモジュールから得られる結果の比較により行う(図1)。モジュールの結果は定期的なチェックポイント[1]ごとに比較し、結果が一致しなければ、結果が一致した最後のチェックポイントの状態に戻って再試行を行う[2]。

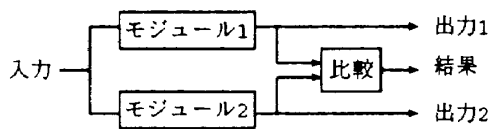


図 1: 二重化による誤り検出

三重化による誤りマスクは、3つのモジュールに同じ入力を与え、それぞれの結果の多数決をとれば、1つのモジュールに誤りが生じてもその多数決出力は正しい結果となる。モジュールの結果の多数決はチェックポイントごとに行う(図2)。

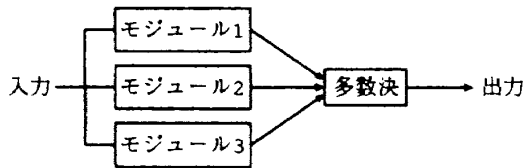


図 2: 三重化による誤りマスク

冗長化による問題は、結果を比較したり多数決をとったりするためのオーバーヘッドと、誤り検出後の再試行のオーバーヘッドのトレードオフである[1]。これらのオーバーヘッドを考慮して、プロセスが終了す

るまでの期待時間を求め、それを最小にするような最適なチェックポイント間隔について議論する。また、二重化システム、モジュールを三重化するTMR (Triple Modular Redundancy) システムに対する最適チェックポイント数と最適チェックポイント間隔についての数値例を与える。

2 二重化システム

1つのプロセスが本来必要とする処理時間を  $S$  とし、チェックポイント数を  $N(N = 1, 2, \dots)$  とすると、チェックポイント間隔  $T$  は  $T \equiv S/N(T > 0)$  で表すことができる。

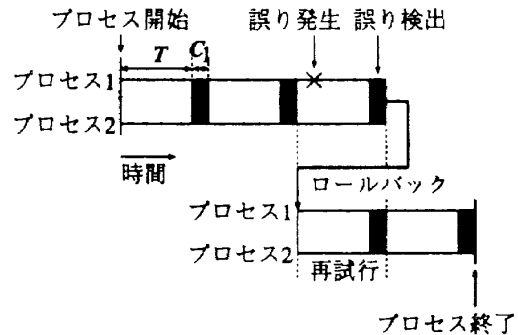


図 3: 二重化プロセスによる実行例

それぞれのチェックポイントで2つのモジュールの結果を比較するのに必要なオーバーヘッドを  $C_1$  とする。システムの誤り発生率は一定値  $\lambda$  と仮定すると、2つのプロセスに誤りが発生しない確率は  $e^{-2\lambda T}$  となる。そのとき、プロセスが終了するまでの期待時間  $L_1$  は、

$$L_1(T) = S \left( 1 + \frac{C_1}{T} e^{2\lambda T} \right).$$

$L_1(T)$  を最小にするような最適なチェックポイント間隔  $\tilde{T}_1$  は、

$$\tilde{T}_1 = \frac{C_1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\lambda C_1}} - 1 \right).$$

ここで、二重化システムにおけるチェックポイント間隔の最適化方針を考える。

- (i)  $\tilde{T}_1 < S$  のとき、 $\lfloor S/\tilde{T}_1 \rfloor = N$  を求め、 $L_1(N)$  と  $L_1(N + 1)$  を比較する。ここで、 $\lfloor x \rfloor$  は

Optimal Checkpoint Interval for the Error Detection by Redundancy

Sayori Nakagawa†, Satoshi Fukumoto‡, Naohiro Ishii†  
†Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466-8555, Japan

‡Aichi Institute of Technology, 1247 Yachigusa, Yakusa-cho, Toyota 470-0392, Japan

$x$  を超えない最大の整数を表す.  $L_1(N) \leq L_1(N+1)$  ならば, 最適チェックポイント数は  $N_1^* = N$  であり, そうでなければ, 最適数は  $N_1^* = N+1$  である. よって, 最適チェックポイント間隔は  $T_1^* = S/N_1^*$  となる.

(ii)  $\bar{T}_1 \geq S$  のとき, 最適チェックポイント数は  $N_1^* = 1$  であり, 最適間隔は  $T_1^* = S$  である.

### 3 TMR システム

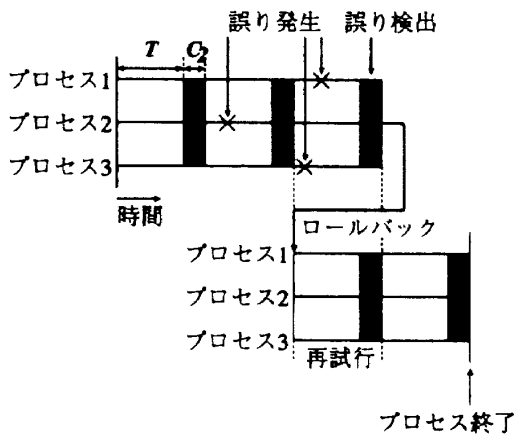


図 4: 三重化プロセスによる実行例

TMR システムは, 2つ以上のプロセスの結果が一致すれば, その結果は正しいと推定する. TMR システムが  $((j-1)t, jt]$  の後, プロセスの実行を続けることができる確率は  $e^{-3\lambda t} + 3e^{-2\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})$  で与えられる. よって, 3つのモジュールの結果に対して多数決をとるのに必要なオーバヘッドを  $C_2$  とすると, プロセスの終了までの期待時間  $L_2$  は,

$$L_2(T) = \frac{S(1 + C_2/T)}{3e^{-2\lambda T} - 2e^{-3\lambda T}}$$

$L_2(T)$  を最小にするような最適なチェックポイント間隔  $\bar{T}_2$  は,

$$(e^{\lambda T} - 1) \left( T^2 + C_2 T - \frac{C_2}{2\lambda} \right) - \frac{C_2}{6\lambda} = 0$$

を満たすような, 有限で唯一の解として求めることができる.

TMR システムにおけるチェックポイント間隔の最適化方針は, 二重化システムと同様である.

### 4 数値例

表 1 は二重化システムにおける  $\lambda S = 10^{-1}$  で,  $\lambda C_1$  を変化させたときの,  $\lambda \bar{T}_1$ , 最適チェックポイント数  $N_1^*$ ,  $\lambda T_1^*$  の値を与える. 同様に, 表 2 は TMR システムの場合の数値例を示す. オーバ

ヘッド  $C_1$  と  $C_2$  が増加するならば, チェックポイント数は減少し, それに伴ってチェックポイント間隔は増加する.

表 1. 二重化システムに対する最適チェックポイント数と最適チェックポイント間隔

$\lambda C_1 \times 10^3$	$\lambda \bar{T}_1 \times 10^2$	$N_1^*$	$\lambda T_1^* \times 10^2$
1.0	2.19	5	2.00
2.0	3.06	3	3.33
3.0	3.73	3	3.33
4.0	4.28	2	5.00
5.0	4.76	2	5.00
10.0	6.59	2	5.00
20.0	9.05	1	10.00

表 2. TMR システムに対する最適チェックポイント数と最適チェックポイント間隔

$\lambda C_2 \times 10^3$	$\lambda \bar{T}_2 \times 10^2$	$N_2^*$	$\lambda T_2^* \times 10^2$
0.1	2.61	4	2.50
0.2	3.30	3	3.33
0.3	3.79	3	3.33
0.4	4.18	2	5.00
0.5	4.51	2	5.00
1.0	5.72	2	5.00
5.0	9.97	1	10.00

### 5 まとめ

簡単な確率モデルを使って, 二重化システムと TMR システムについて, チェックポイントの最適間隔と最適数について解析的に述べた. また, 両システムに対するチェックポイントの最適数と最適間隔の数値例を与えた.

### 謝辞

この研究は文部省科学研究費補助金による研究成果の一部である.

### 参考文献

- [1] 福本 聡, 海生 直人, 尾崎 俊治, “コンピュータシステムの障害回復技術,” 日本 OR 学会誌, vol. 40, no. 4, pp. 198-204, April 1995.
- [2] D. K. Pradhan, N. H. Vaidya, “Roll-Forward and Roll Back Recovery: Performance-Reliability Trade-off,” Proc. 24nd Int. Symp. Fault-Tolerant Comp., pp. 186-195, 1994.