

# 傾斜スプラインモデルを用いた複合曲線の生成

3 T-1

東京電機大学 ○伊勢史章 渡辺由美子 斉藤 剛

## 1 はじめに

近年、高品位曲面が工業製品の外形形状に要求され、特に意匠性の高い形状では、その写り込みが曲面の重要な評価基準となっている。このような曲面を生成するためには、その基本曲線の曲率を滑らかに変化させる必要があり、種々の生成法が提案されている<sup>1)</sup>。

筆者らは、曲率が単調に増加する曲線の生成法として、幅が路長とともに変化する「傾斜スプライン」のモデルを構成した<sup>1,2)</sup>。これにより、曲率変化が滑らかな曲線が生成できるとともに、スプラインの傾斜を制御することにより、両端点での拘束を満たしつつ、生成曲線の曲率パターンの制御が可能であることを示した<sup>2)</sup>。筆者らは、これまで、曲率が単調に増加する曲線生成を行い、それらの接続により曲線全体を構成するとした。しかし、実際の曲線構成では、曲率が極値を持つ位置や変曲点の位置を設定するのは困難である。

本研究では、この問題点を解決した新たな傾斜スプラインモデルを構成し、曲率が滑らかに変化する曲線の生成を行う。また、これらの接続により、複合曲線の生成ができることを示す。

## 2 傾斜スプラインモデル

本稿で提案する傾斜スプラインのモデルを図1に示す。本モデルは、前モデルと同様に、生成曲線を多辺形の各々の辺に内接する円弧列で近似する。多辺形の*i*番目の辺の長さを  $l_i + l_{i+1}$  とし、各頂点角  $\theta_{i+1} - \theta_i$  は、一定  $\Delta\theta$  とする。そこで、近似円弧列に蓄えられる弾性エネルギーが最小となる多辺形の形状を求める。円弧列全体に蓄えられる弾性エネルギーは

$$E = \sum_{i=0}^n \left\{ \tan \frac{\Delta\theta}{2} \cdot \frac{1}{l_i} \cdot \Delta\theta \right\} \cdot m_i \quad (1)$$

と表される。

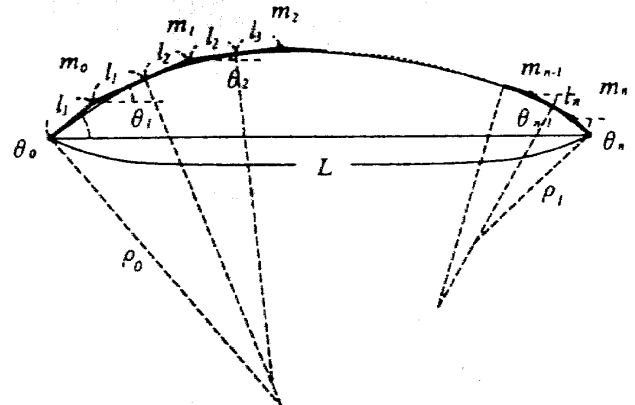


図1 傾斜スプラインモデル

ここで、 $m_i$ は辺の曲がり角に対応した係数である。この係数の分布が傾斜スプラインの形状を表し、この分布状態を変えることにより、生成曲線の曲率パターンの制御が可能となる。本法では、 $m_i$ は生成曲線の路長に比例するものとし、

$$m_i = m_0(1 - L_i/L_n) + m_n(L_i/L_n) \quad (2)$$

とした。ここで、 $L_i = \sum_{j=0}^i l_j$ であり、*i*番目の頂点までの路長である。一方、始終点に関する拘束として、

$$\begin{aligned} g_1 &= \sum_{i=0}^n l_i \cos \theta_i - L = 0, \\ g_2 &= \sum_{i=0}^n l_i \sin \theta_i = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

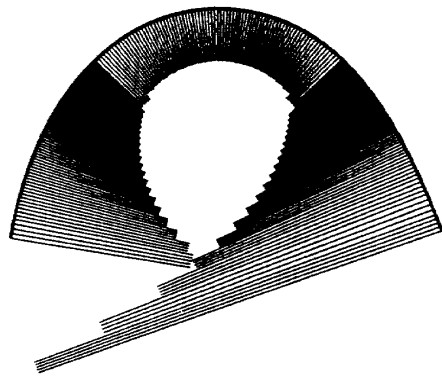
がある。

この条件下で、式(1)で定義された  $E$  が最小となるように、 $l_i$  を変分法により求める。しかし、この非線形の連立方程式を直接解くのは、困難である。そこで、これらが容易に扱える汎用数式処理システムである Mathematica を用いて方程式を解き、その結果を用いて曲線生成を行った。

## 3 曲線生成例

生成例を以下に示す。

1 セグメントの生成例: 図2は、始終点での接線角を  $45^\circ, -35^\circ$ 、曲率を 1.7, 0.52 とした例である。重みは、右端から  $m_0 = 1, m_n = 2$  とし、曲線を 20 個の

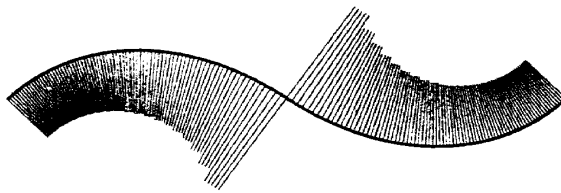


(a) 生成曲線

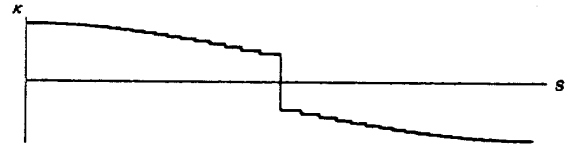


(b) 曲率プロファイル

図 3: 複合曲線

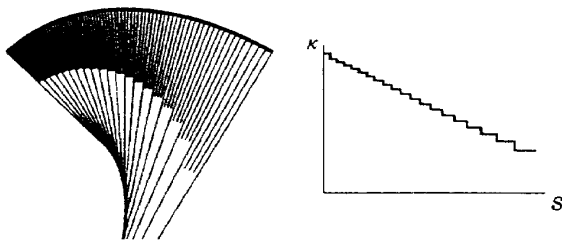


(a) 生成曲線

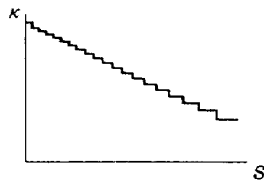


(b) 曲率プロファイル

図 4: 曲率の反転



(a) 生成曲線



(b) 曲率プロファイル

図 2: 20 個の円弧で構成

円弧として生成した。(b)は、横軸に曲線の路長を取り、そのときの曲率を縦軸に示した曲率プロファイルである。この図からわかるように、曲率変化が単調な基本曲線が生成されていることがわかる。

複合曲線の生成例: 図 3 は、4 点を通り、各々の点での曲率を指定し、3 セグメントの接続により曲線生成を行った例である。(a)に生成曲線を、(b)のその曲率プロファイルを示す。各々のセグメントは、20 個の円弧列である。重みは、第 1 セグメントが 2 から 1、第 2 セグメントは一定とし、第 3 セグメントは 1 から 2 とした。2 通過点付近で曲率変化が若干大きくなっているが、各々のセグメントの弾性エネルギーは最小となっている。

曲率が反転する例: 図 4 は、始終点の曲率を各々 0.64, -0.64 とし、途中で曲率が反転する部分を含む曲線の生成例である。本モデルでは、直接曲率 0 のセグメントを扱うことはできないが、曲率が反転する部分は表現できる。

#### 4 おわりに

本報告では、新たな傾斜スプラインモデルを定義し、曲率が滑らかに変化する曲線生成を行った。これにより、曲率が反転する曲線を含み、生成曲線の接続により複合曲線の生成が可能となった。また、重みの分布パターンを変えることにより、生成曲線の曲率パターンの制御も可能である。今後は、目的とする曲率パターンと重み、実際にスプライン幅との関係を明確にして行きたい。

#### 参考文献

- 1) 伊勢, 渡辺, 斉藤:「傾斜スプラインによる曲率変化の滑らかな曲線の生成」平成 9 年情報処理学会秋期全国大会
- 2) 渡辺, 斉藤, 東:「傾斜スプラインを用いた曲率変化の滑らかな曲線の構成方法」平成 7 年情報処理学会全国大会
- 3) 黒田, 斉藤, 渡辺, 東:「数式処理システムによるクロノイドスプライン補間曲線」精密工学会誌, 1996.12
- 4) 穂坂, 佐田:「統合化 CAD/CAM システム」オーム社, 1994