

4H-5

TSP 解法の実験的解析とそれに基づく 2-Opt と相性のよいツアー構築法の提案

岡野 裕之 味園 真司 岩野 和生

日本アイ・ビー・エム株式会社 東京基礎研究所

1 はじめに

巡回セールスマン問題 (TSP) の発見的解法は、一般的に、ツアー構築法と局所改善法から構成される。局所改善法の一つであり、最も広く使用されている 2-Opt は、そのツアー長と実行時間が、初期ツアーを生成する構築法に強く依存することが知られている [1, 2]。そのため、構築法単体では最もよいトレードオフを持つ GT 法 [3] が、2-Opt を適用する場合には他の構築法に及ばないという現象が起きる。今までにこのような現象は解析されておらず、2-Opt を適用する場合に性能がよい (つまり 2-Opt と相性がよい)、という観点での構築法の提案はなされていなかった。本稿では、既存の幾つかの構築法と 2-Opt の性能を実験的に解析し、それに基づいて 2-Opt と相性のよい構築法 RSL を提案する。RSL 法に 2-Opt を適用する解法 (RSL+2-Opt) は、これまで最も性能がよいとされていた MF+2-Opt [1] よりも、高速により解を生成する。

1.1 実験の設定

実験で用いる構築法は、Bentley [1] が用いたもの (NA, FA, NN, MF) に加え、構築法単体でよい性能を示す GT 法である。NA, FA, GT はそれぞれ追加法の種類、NN, MF は共に近傍法の種類である。詳しくは [1, 3, 4] を参照されたい。ツアー長と実行時間の計測は、単位矩形内に一様分布する 1000 点の入力データ 100 種類に関する平均とした。ツアー長は Lin-Kernighan 法の結果からの割合として示す。実験に使用したマシンのクロックは 112MHz である。

2 2-Opt 依存性と計測指標

2-Opt の適用によりツアー長が減少する様子と、その時の実行時間が図 1 である。GT 法をはじめ追加法に対する 2-Opt による改善が小さいことが分かる。反対に近傍法 (NN, MF) に対する改善は大きい。構築法を持つこのような性質を 2-Opt 依存性と呼ぶ。この 2-Opt 依存性の強さを、定量的には、図 1 のグラフの傾きに

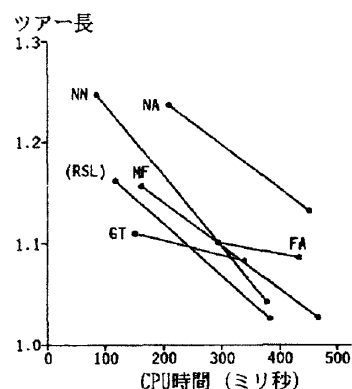


図 1: 各種構築法に 2-Opt を適用した結果

よって評価する。

2-Opt 依存性の原因を解析するために 2 つの指標を導入する。1 つは最近傍率、もう 1 つは OPT レンジである。最近傍率は、ツアーに含まれる最近傍辺の割合であり、ツアーの細部構造がうまく構築されているかを計測する指標である。この時、最近傍辺とは、両端点の少なくとも一方が、他方の端点の最近傍点であるような辺である。OPT レンジは、ツアーを一方方向にたどり、各辺の一方の (手前の) 端点を中心に辺の長さを半径とする円を描く時の、各円に含まれる点 (辺の両端点を除く) の数の平均値である。これは、2-Opt の探索範囲を計測する指標である。

3 実験的解析

最近傍率に関して、2-Opt 適用前後の結果を線で分けて示したのが図 2、2-Opt 適用前の最近傍率と 2-Opt 適用後のツアー長の関係を示したのが図 3 である。図 2 から、構築法によって最近傍率が大きく異なること、近傍法の最近傍率が追加法のそれより大きいことが分かる。図 3 から、2-Opt 適用前の最近傍率が、2-Opt 適用後のツアー長と非常に強い相関があることが分かる。したがって、2-Opt 適用後のツアー長を短くするには、最近傍率を上げればよいことが分かる。

図 1 におけるグラフの傾きと OPT レンジとの関係を示したのが図 4 である。OPT レンジの大きい方が傾き大きい傾向がある。一般的に傾きは大きい方が

"Experimental analysis of TSP heuristics and proposal of a new construction heuristic that is efficient when postprocessed by the 2-Opt" by Hiroyuki OKANO, Shinji MISONO and Kazuo IWANO. Tokyo Research Laboratory, IBM Japan.

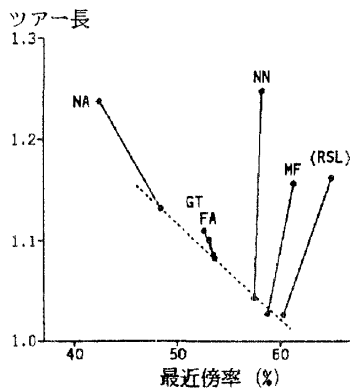


図2: 2-Opt 適用前後の最近傍率とツアー長の変化

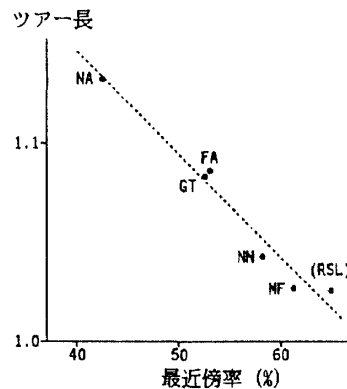


図3: 2-Opt 適用前の最近傍率と2-Opt 適用後のツアー長の関係

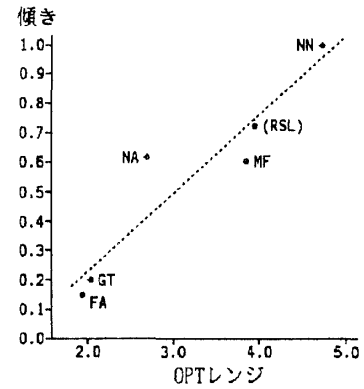


図4: OPT レンジと 2-Opt 依存性 (NN+2-Opt の傾きで正規化)

望ましいが、2-Opt 適用後のツアー長と傾きの関係を調べた結果、これらに相関は見られなかった。これは、構築法が生成するツアー長の分散が大きいためである。また、ツアーが含む辺の長さとの関係を調べた結果、近傍法の OPT レンジが大きい原因が、ツアーが含む少数の長い辺によることが分かった [4]。以上の観察から、ツアーに長い辺を効果的に含めることで、2-Opt 適用後のツアーを長くせずに傾きを上げられる可能性があると考えられた。

4 新構築法の提案

前節のような解析を基に、まず MF(近傍法)と GT(追加法)について、最近傍率を上げるような改良を加えた。その結果、どちらも MF,GT のツアーを若干短縮することが分かったが、GT 法の改良は依然として近傍法に及ばないことが分かった。そこで、MF 法の改良に関してだけ、さらに OPT レンジを上げるような改良を加えた結果、MF+2-Opt より高速により解を生成する構築法 RSL が得られた (図 1)。

RSL 法の手順を以下に示す:

- (1) 入力点を各最近傍点への距離の昇順にソートする。
- (2) 「ソート順」に点を取り出し、もし degree 3 の点や小さいループができないなら、その最近傍点への辺を加える。これをすべての入力点について繰り返す。
- (3) もし degree 0 や 1 の点が残っていたら、それらを入力点として手順 1 へ戻る (再帰する)。この時、第 4 再帰以降では手順 2 の「ソート順」を「逆順」とする。(ただし、最初の実行を第 1 再帰と考える。また、各点の最近傍点は、手順 3 が再定義する入力点の中で定義される。)

ヒープを用いる MF 法に比べ、RSL 法はソートを用いるため高速である (図 1)。また、最近傍率が既存の構

築法と比べ最も高い (図 2,3)。手順 2 で点を取り出す順序を第 4 再帰以降に逆順とすることで、適度に長い辺を含めることができ、OPT レンジが上がっている (図 4)。これによって、2-Opt の働きが促進され、傾きが MF 法と比べ大きくなっている (図 1)。TSPLIB のインスタンス (pcb3038, pla7397, pr2392) について調べた結果、RSL+2-Opt は MF+2-Opt と比べ 22% 高速であった。また、最適解からの誤差は 4.5% で、MF+2-Opt の誤差 5.0% より小さいことが分かった。

5 おわりに

TSP の構築法によって 2-Opt による改善と実行時間が大きく異なる現象に着目し、新たな計測指標である、最近傍率、OPT レンジを用いて実験的に解析した。この解析結果を基に、近傍法の 1 つである RSL 法を提案した。RSL 法によるツアーは既存の構築法の中で最も高い最近傍率であり、OPT レンジも MF 法と比べ高い値となっている。RSL 法に 2-Opt を適用した結果、これまで最もよいとされていた MF+2-Opt [1] よりも、高速に短いツアーを生成することが分かった。

参考文献

- [1] J. L. Bentley, *Fast Algorithms for Geometric Traveling Salesman Problems*, ORSA Journal on Computing, Vol. 4, No. 4, pp. 387-411, 1992.
- [2] J. Perttunen, *On the Significance of the Initial Solution in Traveling Salesman Heuristics*, Journal of the Operational Research Society, Vol. 45, No. 10, pp. 1131-1140, 1994.
- [3] S. Misono and K. Iwano, *Experiments on TSP Real Instances*, IBM Research Report, RT0153, 1996.
- [4] H. Okano, S. Misono and K. Iwano, *New TSP Construction Heuristics and Their Relationships to the 2-Opt*, Proceedings of the 5th Annual Workshop on Algorithms and Data Structures, 1997.