

## ピークを同定する遺伝的アルゴリズム(psi-GA)

1 M-7

藤本好司

龍谷大学 理工学部 数理情報学科

筒井茂義

阪南大学 商学部 経営情報学科

### 1. はじめに

遺伝的アルゴリズム（以下GAと略す）を応用する場合、単に評価関数の最適解を示すピーク値を求めるだけでなく、よりロバストな解を求める必要がある[3]。すなわち、評価関数のピーク形状が尖ったピークか鈍ったピークなのかを知る必要がある。

本発表では、ピーク形状を同定するGA (peak shape identification GA: psi-GA)を提案する。ここでは、ピーク形状を表すために、個体としてRBF (Radial Basis Function)を導入する。また、評価関数として、RBFと評価関数のピーク形状との類似度に元の評価関数を重み付け加算したものを使用する。

テスト用評価関数を用いて本psi-GAに対して行った評価実験の結果について報告する。

### 2. psi-GAについて

RBFとして次の関数を用いた。

$$RBF(r) = C \cdot e^{-r^2/\sigma^2}, \quad (1)$$

ここで、 $C$ はRBFの高さを、 $\sigma$ はRBFのピークの先鋭度を、 $r$ は中心点からの半径を表す。

個体はRBFの中心を表す $n$ 次元ベクトル $\mathbf{x}_i(t)$ とRBFの $\sigma$ を並置した $n+1$ 次元ベクトルとして(2)式のように表す。

$$\mathbf{x}_i(t) = (x_1^i(t), x_2^i(t), x_3^i(t), \dots, x_n^i(t), \sigma^i(t)) \quad (2)$$

次に、最小化のための修正評価関数を評価関数のピークとRBFとの類似度 $SM(\hat{\mathbf{x}}_i(t), \sigma)$ と元の評価関数との重み付き加算として以下のように定義する。

$$f_M(\mathbf{x}_i(t)) = f(\hat{\mathbf{x}}_i(t)) + \alpha \times SM(\hat{\mathbf{x}}_i(t), \sigma) \quad (3)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{x}}_i(t) = (x_1^i(t), x_2^i(t), x_3^i(t), \dots, x_n^i(t))$ 、 $\alpha$ は定数である

類似度は $n$ 次元空間の中心点の $4(n+1)$ 個の近傍点によって計測される。近傍点は $n$ 次元の正規化基準形単体(Normalized Regular Simplex:NRS)の頂点を用いる。 $n+1$ 個の頂点は次式で表される。

$$(\mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T, \dots, \mathbf{s}_{n+1}^T) = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \dots & \delta_3 \\ \delta_1 & \delta_3 & \delta_2 & \ddots & \delta_3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \delta_2 & \delta_3 \\ \delta_1 & \delta_3 & \dots & \dots & \delta_3 & \delta_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\text{ここで、} \delta_1 = \frac{-1}{\sqrt{n}}, \quad \delta_2 = \frac{1}{n\sqrt{n}}(1 - (1+n)\sqrt{n+1}),$$

$$\delta_3 = \frac{1}{n\sqrt{n}}(1 - \sqrt{n+1}).$$

単体の頂点はランダムな回転角の回転マトリックスを掛けて使用する。

$$\hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{s}_i \times \mathbf{R} \quad (5)$$

さらに、この単体を元に半径が $\sigma$ と $\sigma/2$ の単体とそれらの座標軸に対して鏡面对称な単体を作る。

$$\sigma \times \hat{\mathbf{s}}_i, \quad -\sigma \times \hat{\mathbf{s}}_i, \quad \frac{\sigma}{2} \times \hat{\mathbf{s}}_i, \quad -\frac{\sigma}{2} \times \hat{\mathbf{s}}_i, \quad (i=1, 2, \dots, n+1). \quad (6)$$

これら $4(n+1)$ 個の頂点でRBFと評価関数のピークの形状の類似度 $SM(\hat{\mathbf{x}}_i(t), \sigma)$ を次式で定義する。

$$SM^2(\hat{\mathbf{x}}, \sigma) = \frac{1}{4(n+1)\sigma} \times \left( \sum_{j=1}^{n+1} G(f(\hat{\mathbf{x}} + \sigma \cdot \mathbf{s}_j) - (RBF(\sigma) + f_{worst})) + \sum_{j=1}^{n+1} G(f(\hat{\mathbf{x}} - \sigma \cdot \mathbf{s}_j) - (RBF(\sigma) + f_{worst})) + 2 \sum_{j=1}^{n+1} G(f(\hat{\mathbf{x}} + \sigma \cdot \mathbf{s}_j/2) - (RBF(\sigma/2) + f_{worst})) + 2 \sum_{j=1}^{n+1} G(f(\hat{\mathbf{x}} - \sigma \cdot \mathbf{s}_j/2) - (RBF(\sigma/2) + f_{worst})) \right) \quad (7)$$

ここで、RBFの高さは $C = f(\hat{\mathbf{x}}) - f_{worst}$ で表され、関数 $G(d)$ は次式で定義される。

$$G(d) = \begin{cases} d^2 + d, & \text{if } (d > 0), \\ ((1 - 4|d|)^{1/4} - 1) \times 0.5, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (8)$$

この関数は正の誤差を強調する非対称な関数で、RBFが評価関数のピークの内側に接するように働く効果がある。

なほ、本方式では類似度の評価の際に近傍点の評価値が分かるので、局所探索も同時に行っている。

本方式は、交差としてNDX[2]を使った実数型GA

A PeakShape Identification Genetic Algorithm with a Radial Basis Function  
Yoshiji Fujimoto  
Ryukoku University  
1-5 Yokoya, Seta Ooe, Ohtsu, Shiga 520-21, Japan  
Shigeyosi Tsutsui  
Hannan University

(Real Value GA)に実装して実験を行った。

### 3. 実験結果

実験は下記の評価関数を用いて本方式の評価を行った。

$$F_1(x) = 1.0 - x^{0.15} \sin^4(1.8\pi((x+0.05)^3 + x + 0.05))$$

$$0.0 \leq x \leq 1.0 \quad (9)$$

$$F_2(x,y) = 100(x^2 - y)^2 + (1.0 - x)^2$$

$$-2.048 \leq x, y \leq 2.047 \quad (10)$$

$F_1$ に対する実験結果を表1と図1に示す。 $\sigma$ の範囲に制限を付けない実験1では最も高いピークを検出し、その形状をRBFの $\sigma$ の値として同定している。 $\sigma$ の範囲に制限を付けた実験2では先端の鈍ったピークすなわち、ロバストな解を選択的に抽出し、そのピーク形状も正しく同定している。

次に、 $F_2$ に対する実験結果を表2、図3に示す。 $F_2$ はRosenbrock関数[1]で、図2に示すように、ピーク値は $x=1.0, y=1.0$ にあり、ここでは誤差の範囲で正しく検出されている。一方、ピーク形状はかまぼこ型をしているが、このような場合には $G(d)$ 関数の効果により最も急峻な斜面に沿うようにRBFの $\sigma$ が決定されている。

すなわち、図3の

$$y = -0.5x + 1.5$$

の断面においてRBFが右側のスロープに密着している。

### 4. 結言

以上の結果からpsi-GAはピークを検出し、同時に、解のロバスト性を決定する最も急峻な傾斜をRBFの $\sigma$ パラメータとして同定することができた。

psi-GAの問題点としては、類似度を求めるための評価回数が多いことであるが、進化の初期段階では類似度の計算を止めることにより、この問題を解消できると考えている。

本研究は文部省科学研究費基盤研究C(08680417)および重点領域研究「創発

表1  $F_1$ の実験結果

Parameters		
Test Case	1	2
No. of Experiments	10	10
Max Trials	100,000	100,000
Population Size	50	50
Crossover Rate	0.8	0.8
$\alpha$	0.002	0.04
Range of $x$	0.0 ~ 1.0	0.0 ~ 1.0
Range of $\sigma$	0.0001 ~ 0.4096	0.09 ~ 0.4096
Best Solution		
$x$	0.93581	0.20959
$\sigma$	0.03112	0.09635
Modified Fitness	$1.054 \times 10^{-2}$	$2.136 \times 10^{-1}$
Function Fitness	$9.926 \times 10^{-3}$	$2.089 \times 10^{-1}$
Worst Fitness	1.0000	0.9999
Trials until Best	46,194	78,260

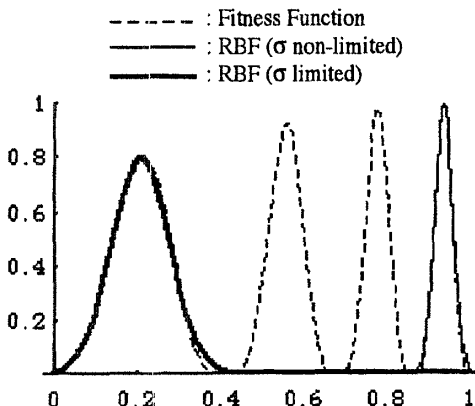


図1  $F_1$ の実験結果

的機能形成のシステム理論」の補助を得て行われた。

### 5. 参考文献

- [1] D. E. Goldberg, : Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley. (1989)
- [2] A.Kamiya, etc., : Thermal Power Plant Start-up Scheduling with Evolutionary Computation by Using an Enforcement Operator; IEEE Int. Conf. on SMC, pp. 1372-1379, (1995)
- [3] S. Tsutsui, A. Gosh and Y. Fujimoto : A Robust Solution Searching Scheme in Genetic Search, Proc. of the 4th PPSN, pp. 543- 552 (1996).

表2  $F_2$ の実験結果

Parameters	
No. of Experiments	10
Max Trials	100,000
Population Size	50
Crossover Rate	0.8
$\alpha$	0.001
Range of $x$	-2.048 ~ 2.047
Range of $y$	-2.048 ~ 2.047
Range of $\sigma$	0.0001 ~ 0.4096
Best Solution	
$x$	1.00263
$y$	1.00513
$\sigma$	1.83135
Modified Fitness	$3.874 \times 10^{-3}$
Function Fitness	$8.559 \times 10^{-6}$
Worst Fitness	2992.4
Trials until Best	94,936

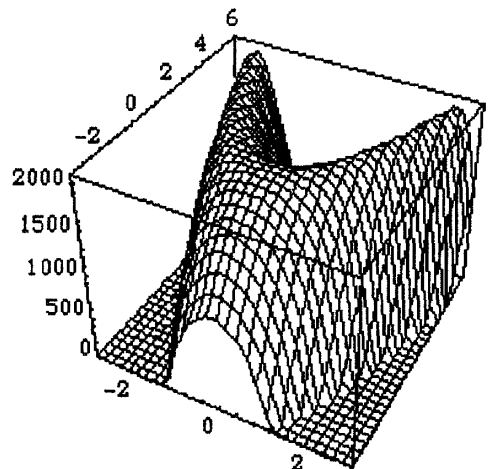


図2 Rosenbrock関数

----- : fitness function ( $y=-0.5x+1.5$  section)  
 - - - - - : fitness function ( $y=2x-1$  section)  
 ——— : RBF

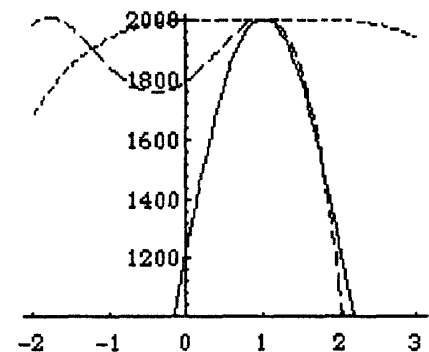


図3  $F_2$ の実験結果