

配送計画問題における近傍解の考察

川村 秀憲 三田村 保 大内 東

北海道大学工学部

4 T-1 1

1. はじめに

配送計画問題 (Vehicle Routing Problem, 以下 VRP) は組合わせ最適化問題の一つであり, 従来シミュレーテッドアニーリング (Simulated Annealing, 以下 SA) 法やタブサーチ, 遺伝的アルゴリズムなどによるメタヒューリスティック解法が提案されている [1] [2]. 本稿では SA 法を基礎とし, 探索の履歴を用いた近傍解の生成を提案する.

2. VRP

本稿で対象にしている VRP は, 容量以下の荷物を積載した複数の車両がデポ (配送センター) から出発し, 各配送先へ荷物を配達して再びデポへ戻る際に, 車両の総移動距離の最小化を目的とする問題である. 使用する諸記号を以下に記述する.

- N : 配送先集合 $\{1, 2, \dots, n\}$
- q_i : 配送先 i の要求, $i \in N$
- c_{ij} : 配送先 i, j 間の移動距離
($c_{ij} = c_{ji} \forall i, j \in N, c_{ii} = \infty \forall i \in N$)
- V : 車両集合 $\{1, 2, \dots, v\}$
- Q : 車両の容量
- R_p : 車両 p に配達される配送先系列, $p \in V$
- $C(R_p)$: 車両 p の移動距離, $p \in V$

VRP は以下の目的関数で表される車両の総移動距離を最小化する問題である.

$$\min \rightarrow \sum_{p \in V} C(R_p) \quad (1)$$

$$s.t. \cup_{p \in V} R_p = N \quad (2)$$

$$R_p \cap R_q = \emptyset, \forall p \neq q \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in R_p} q_i \leq Q, \forall p \in V \quad (4)$$

3. SA による解法

以下に本稿で用いる SA 法によるアルゴリズムについて概略を述べる.

3.1 解表現

解を表現する際 $v-1$ 個の記号 "0" を用い, 以下のように表現されたストリングモデルを用いる.

$$X = \{R_1, 0, R_2, 0, \dots, 0, R_v\} \quad (5)$$

リストの左から記号 "0" で区切られる系列を, デポから始まり各配送先を回ってデポへ戻る経路として各車両の配送順序に対応させる.

3.2 エネルギー関数

VRP の目的関数から SA 法で用いるエネルギー関数を定義する. 実行不可能解を考慮する為に式 (4) の制約条件を除き, ペナルティ項としてエネルギー関数に加える [3]. エネルギー関数を以下に示す.

$$E(X) = \alpha \sum_{p \in V} C(R_p) + \beta \sum_{p \in V} \max\{0, \sum_{i \in R_p} q_i - Q\} \quad (6)$$

ここで α, β は係数であり $\alpha, \beta > 0$ とする.

3.3 アルゴリズム

SA 法によるアルゴリズムを以下に示す.

Procedure Simulated Annealing**begin**

"初期解 X_0 , 初期温度 t_0 , 温度降下率 Δt の設定";

$X := X_0$;

$t := t_0$;

while $t < stop_temp$ **do begin**

$iteration := 0$;

while $iteration < stop_iteration$ **do begin**

$X^* :=$ " X より生成した近傍解 ";

$\delta E := E(X^*) - E(X)$;

if $exp(-\delta E/t) \geq rand[0, 1]$ **then** $X := X^*$;

$t := t * \Delta t$;

end**end**

solution := X ;

end

4. 近傍解

探索の履歴を用いた近傍解の生成について述べる.

4.1 近傍解の定義

本稿で用いる近傍解は再挿入法を基礎とする. 解 X から要素 x_i を取り除く手続き $remove(X, x_i)$ と, 取り除くことで得られた X' の j 番目へ挿入する手続き $insert(X', x_i, j)$ を以下のように定義する.

$$remove(X, x_i) = \{(L' \cap R') : L' = \{\dots, x_{i-1}\}, R' = \{x_{i+1}, \dots\}\} \quad (7)$$

$$insert(X', x_i, j) = \{(L' \cap \{x_i\} \cap R') : L' = \{\dots, x'_{j-1}\}, R' = \{x'_j, \dots\}\} \quad (8)$$

手続き $X = insert(remove(X, x_i), x_i, j)$ の繰り返して得られるものを近傍解とする.

4.2 移動頻度テーブル

過去の探索の履歴を得る為に移動頻度テーブルを以下のように作成する。

配送先集合 N の要素に記号 "0" を加えたものを添字集合に持つ $(n+1) \times (n+1)$ 行列による移動頻度テーブル $\overleftarrow{F}_{left}, \overleftarrow{F}_{right}, \overrightarrow{F}_{left}, \overrightarrow{F}_{right}$ を作成する。 $\overleftarrow{F}_{left}(x_i, x_j)$ は X の要素 $x_i \in X$ を j 番目の要素 $x_j (j < i, j \in X)$ の左隣へ移動した解が SA に受理された際、1 加えられる。他のテーブルも同様に以下のとき 1 加えられる。

- $\overleftarrow{F}_{right}(x_i, x_j)$: x_i が左移動し x_j の右へ置かれたとき
- $\overleftarrow{F}_{left}(x_i, x_j)$: x_i が右移動し x_j の左へ置かれたとき
- $\overrightarrow{F}_{right}(x_i, x_j)$: x_i が右移動し x_j の右へ置かれたとき

また、各テーブルを合成したものを以下に定義する。

$$F = \overleftarrow{F}_{left} + \overleftarrow{F}_{right} + \overrightarrow{F}_{left} + \overrightarrow{F}_{right} \quad (9)$$

例として X から要素 3, 5 を移動した近傍解 X^* を生成し、この解が SA によって受理されたとき、 $\overleftarrow{F}_{left}(3, 6), \overleftarrow{F}_{right}(3, 8), \overleftarrow{F}_{left}(1, 9), \overleftarrow{F}_{right}(1, 4)$ がそれぞれ更新される (図 1)。

X	3	5	8	6	0	4	9	2	1	7
X^*	5	8	3	6	0	4	1	9	2	7

図 1 解の移動

4.3 近傍解の生成

移動頻度テーブル F を用いた近傍解は以下のステップ 1, 2, 3 を繰り返し生成されるものとする。

・ Step1. 移動要素の選択

移動要素 x_i は以下の確率 $p_R(x_i)$ によって選択されるものとする。

$$p_R(x_i) = f_R(x_i) / \sum_k f_R(x_k) \quad (10)$$

$$f_R(x_i) = 1 / \exp\{-(F(x_i) - \bar{F}_R) / T_R\} \quad (11)$$

$$F(x_i) = \sum_k F(x_i, x_k) \quad (12)$$

$$\bar{F}_R = \frac{1}{n+1} \sum_k F(x_k) \quad (13)$$

・ Step2. 挿入先の決定

$X' = \text{remove}(X, x_i)$ とするとき、挿入場所 j は以下の確率 $p_I(x_i, j)$ によって決定されるものとする。

$$p_I(x_i, j) = \frac{f_I(x_i, x'_{j-1}) + f_I(x_i, x'_j)}{\sum_{k \neq i} \{f_I(x_i, x'_{k-1}) + f_I(x_i, x'_k)\}} \quad (14)$$

$$f_I(x_i, x'_j) = 1 / \exp\{-(F(x_i, x'_j) - \bar{F}_I(x_i)) / T_I\} \quad (15)$$

$$\bar{F}_I(x_i) = \frac{1}{n+1} \sum_{x_j \in X} F(x_i, x_j) \quad (16)$$

ただし $f(F(x_i, x'_0)) = f(F(x_i, x'_{n+v-1})) = 0$ とし、 T_R, T_I は F の影響の度合を決定するパラメータで、この値を小さくするほど F が近傍解生成に与える影響は強くなる。

・ Step3. 要素の移動

ステップ 1, 2 で決定された要素 x_i と j を用いて $X = \text{insert}(\text{remove}(X, x_i), x_i, j)$ を行なう。

5. 実験

OR-Library [4] で公開されている VRP のベンチマーク問題を用いて実験を行なった。図 2 のグラフはある要素 x_i について、横軸は x_i からの距離順に x_j を並べたもので、縦軸は受理回数を表すものとする。近隣へ多く動かされている傾向があるが、車両の容量制約や配送先の地理的要因などによりその傾向に当てはまらないものも存在する。移動頻度テーブル F を用いて探索過程の履歴を考慮した近傍解を生成することは有効であると思われる。

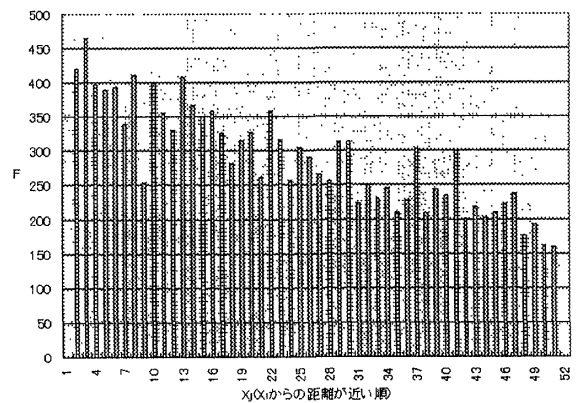


図 2 移動頻度テーブル F の値の例

6. おわりに

本稿では、SA 法を基礎とし探索の履歴を用いた近傍解の生成の提案を行った。今後の課題は制約条件の複雑な VRP への適用や、他のヒューリスティックへの適用などが挙げられる。

参考文献

- [1] 糸山, 五十嵐, 川嶋: "SA 法を用いた配送計画問題の解法におけるエネルギー関数中の重み自動調節法, 電子情報通信学会論文誌", Vol. J79-D-II, No.9, pp.1486-1593(1996).
- [2] Ibrahim Hassan Osman: Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem, Annals of Operations Research 41, pp.421-451(1993).
- [3] Michel Gendreau, Alain Hertz, Gilbert Laporte :A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem, MANAGEMENT SCIENCE, Vol.40, No.10, pp.1276-1290(1994).
- [4] 室田偏: "離散構造とアルゴリズム IV", 近代科学社.