

# Cuboctahedral座標系により連結のパラドックスを回避した 2 G-3 3次元細線化アルゴリズム

升屋正人 土井淳多

\*東京大学大学院農学生命科学研究科応用生命工学専攻生物情報工学研究室

## 1 はじめに

これまで行われてきた直交座標系上の3次元離散画像処理においては、「連結のパラドックス」と呼ばれる現象の存在が知られている。これは、2値離散画像内において、対象とする画像と、背景の画像の連結を異なるものとしないとトポロジーに矛盾が生ずる現象である。この現象のため、離散画像の処理の際には複雑なトポロジーに関する考察が必要であった。

離散画像のトポロジーに関する研究の中には直交座標系以外の座標系 (non-orthogonal grid) を考慮したものも存在する。Toriwakiら [1] は *face-centred cubic grid* を呼ばれる座標系での連結の保存に関する考察を行い、12-隣接を用いたgridでは連結のパラドックスが存在しないことを示している。Kovalevsky [2] は *body-centred cubic grid* と呼ばれる座標系でのトポロジーに関する考察を行った。これらは、Voronoi分割と呼ばれる空間分割法に基づき、分割した空間の中に一つ点を置き、その点を格子点として処理を行うものであった。しかし、直交座標系における手法をそのまま用いることはできないため、実際の画像処理への応用の例は少ない。

本稿では連結のパラドックスが存在しない座標系における細線化手法について考察する。座標系としては、cuboctahedral座標系を用いる。この座標系はToriwakiら [1] が考察したものと同一のものであるが、直交座標系に基づくのではなく、直交しない一次独立な3つのベクトルで表される空間を利用する。格子点は3つの整数値で与えられ、隣り合う格子点の距離は常に1である。この座標系では連結し

ている格子点は距離が1であり、連結していない格子点は距離が1以外の値をとる。連結のパラドックスは存在しない。

従来用いられている画像処理手法は直交座標系を前提としているものがほとんどである。これらの処理はcuboctahedral座標系での処理に用いることができない。そこで本稿ではmathematical morphology [3, 4] を用いて3次元離散画像処理を実現する。Mathematical morphologyは集合論で構成された理論であるため、座標系に依存しない処理が可能である。特にCuboctahedral座標系においては連結に関する考察が簡単である。このため、直交座標系におけるmathematical morphologyを用いた細線化処理 [5, 6] をcuboctahedral座標系で行うことにより細線化を実現する。

Cuboctahedral座標系上の離散画像の可視化においては、従来の直交座標系上の離散画像を対象とした可視化手法をそのまま用いることができない。このため、本稿では離散レイトレーシングトレイキャスティングを併用した可視化手法についても述べる。

処理の対象としては球、立方体などのプリミティブの他、タンパク質分子の立体構造を用い、骨格線抽出を行って可視化を行う。

## 2 Cuboctahedral座標系

Cuboctahedral座標系は一次独立な3つのベクトルにより表される空間である。それぞれのベクトルを $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$ とすると、直交する3つのベクトル $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$ を用いて以下のように表される。

$$\vec{u} = \frac{\vec{x} + \vec{y}}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{y} + \vec{z}}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

\*“Three-dimensional Thinning Algorithm Using the Cuboctahedral Grid”, Masato Masuya and Junta Doi, Bioinformation Engineering Laboratory, Department of Biotechnology, The University of Tokyo

$$\vec{w} = \frac{\vec{x} + \vec{z}}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

Cuboctahedral座標系における格子点  $f(u, v, w)$  ( $u, v, w$ は整数値) はその近傍に12の格子点を持つ。近傍の点との距離は1である。格子点の配置は結晶構造における最密充填格子と同じものであり、格子点上に直径1の球を置いた場合には最もその密度が高くなる座標系である。また、一つの格子点の12近傍により囲まれる空間は他の離散座標系での同一空間にくらべ球に近いものであり、回転の際のエイリアシングが少ないと考えられる。

### 3 Mathematical Morphology による離散画像処理

Mathematical morphology を用いた erosion, dilation, closing, opening, skeletonization, thinning などを cuboctahedral 座標系で行う。特に細線化については連結のパラドックスが存在しないため、アルゴリズムを簡単に適用できる。

細線化では消去可能点を決定するテンプレートを用いて処理を行う。3次元直交座標系におけるテンプレートは既に示されている [5, 6] が、cuboctahedral 座標系において有効なテンプレートが示された例はない。そこで、テンプレートをまず定め、その回転対称体を用いて処理を繰り返すことにより骨格線を抽出する直交座標系における方法 [6] を cuboctahedral 座標系に応用することとした。

### 4 Cuboctahedral 座標系上の離散画像の可視化

離散画像の可視化にはサーフェスモデルを作成してポリゴンのレンダリングを行うマーチングキューブ法、レイキャスティング、離散レイトレーシングなどがある。本稿では、レイキャスティングと離散レイトレーシングを cuboctahedral 座標系に応用する。

本稿では cuboctahedral 座標系の物体が存在する格子点から、視点に向かってレイを発し、投影面との交点を求め、その交点上の色 (RGB 値) を決定する。投影面上の交点は離散値をとらないので補完により投影面上の2次元直交格子における色の値を計算する。

視点に向かうレイの近傍に他の格子点が存在した場合、光を減衰させることにより、レイキャスティングの場合と同様の効果を出す。各格子点の法線ベクトルの計算には近傍の点を持つスカラー値を利用する。ある格子点から距離  $d$  の点を  $P_i^d$  ( $d \leq D$ )、それぞれの格子点を持つスカラー値を  $a_i$  とすると、法線ベクトル  $N$  は以下の式で表される。

$$N = \sum_{i, d \leq D} a_i P_i^d \quad (4)$$

最終的に出力される画像の品質は法線ベクトルの計算に用いた  $D$  の値により異なるが、適当な値を選ぶことにより従来と同等の結果が得られる。

### 参考文献

- [1] J. I. Toriwaki, S. Yokoi, T. Yonekura, and T. Fukumura. Topological properties and topology preserving transformation of a three-dimensional binary picture. In *Proceedings, 6th International Conference on Pattern Recognition*, pp. 414-419, 1982.
- [2] V. A. Kovalevski. Discrete topology and contour definition. *Pattern Recognition Letters*, Vol. 2, pp. 281-288, 1984.
- [3] J. Serra. *Image Analysis and mathematical Morphology*. Academic Press, London, 1982.
- [4] G. Matheron. *Random Sets and Integral Geometry*. Wiley, New York, 1969.
- [5] M. Masuya and J. Doi. Use of three-dimensional templates for multiple skeletons. In *Proceedings of MVA'94 IAPR Workshop on Machine Vision Applications*, pp. 293-296, 1994.
- [6] M. Masuya and J. Doi. Extraction of three-dimensional multiple skeletons and digital medial skeleton. *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol. E78-D, No. 12, pp. 1567-1572, 1995.