

制約集合プログラミングによる組合せ最適化問題の解法

5 E - 5

村上 勝彦

中川 徹

北川 一

(豊田工業大学)

1. はじめに

人工神経回路網の応用分野としてニューラルネットワークを利用して組合せ最適化問題を解く研究が行なわれている。NNの最適化問題のためによく使用されるNNモデルはアナログ型であるが、本研究に用いるNNは厳密にデジタル型NN(SDNN:Strictly Digital Neural Networks)に仮想スラック(Virtual Slack-Neurons)を導入して拡張されたSDNN/Vである。SDNN/Vにより最適化問題を求解するためには問題の制約条件を制約集合(Constraint Sets)により表現しなければならない。これを制約集合プログラミングという。本論文ではSDNN/Vを使って最適化問題であるグラフ問題を計算量 $O(1)$ で求解したので報告する。

2. 制約集合プログラミング

SDNN/Vにおいて最適化問題を求解するためには、問題の制約条件をニューロンによる制約集合によって記述しなければならない。これはニューロンのOn/Offによるブール代数の論理式を構築することに等価である。SDNN/Vには集合による制約条件の記述規則として“between- $l$ -and- $k$ -out-of- $n$ ”規則がある。これは集合内の $n$ 個のニューロンから $On$ になるニューロンの個数が $l$ 個から $k$ 個であることを意味する[2]-[5]。この記述規則に基づいて問題の制約条件を記述することを制約集合プログラミングという。本論文では、最適化問題としてSDNN/Vを用いたグラフ理論分野の平面グラフ抽出問題(Graph Planarization Problems)と二分木部分グラフ問題(Bipartite Subgraph Problems)の解法について述べる[1]。

3. 平面グラフ抽出問題の解法[6]

平面グラフ抽出問題とは非平面グラフまたは完全

グラフから最大の平面部分グラフを求めることである。SDNN/Vではグラフのエッジ数を $M$ とすると、必要なニューロン数は $2 \times M$ となる。この問題の制約集合による記述を図1に示す。また、実験で使用した問題(頂点数48エッジ数105)と求解した最適解を図2と図3に示す。シミュレーションにより計算量 $O(1)$ で並列ステップ数3で大域解の一つに必ず収斂する結果を得た。

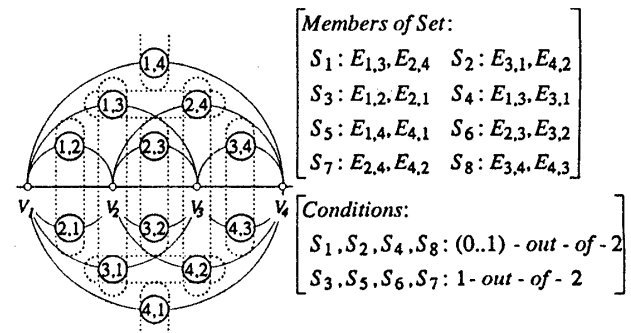


図1. 平面グラフ問題(頂点数4エッジ数6)の制約集合

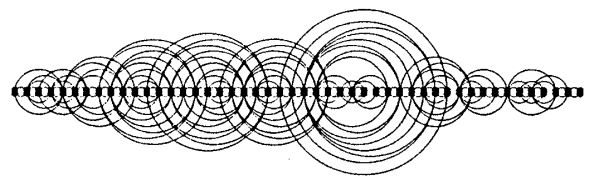


図2. シミュレーションによる求解に使用した問題(頂点数48エッジ数105)

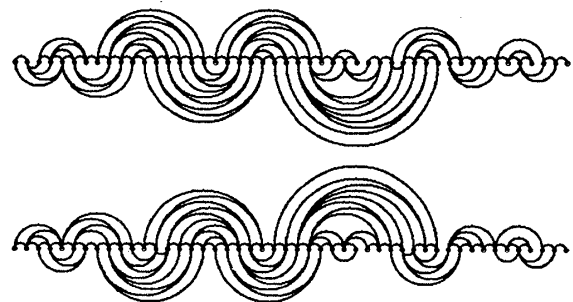


図3. 問題(図2)の解答例

Solving Combinatorial Optimization Problems using Constraint Sets Programming  
Katsuhiko MURAKAMI, Tohru NAKAGAWA, and Hajime KITAGAWA  
Toyota Technological Institute  
2-12-1 Hisakata, Tempaku, Nagoya 468 Japan

## 4. 二分木部分グラフ問題の解法 [7]

二分木部分グラフ問題とは、できる限りエッジを削除せずに頂点を2つの集合に分割する問題である。この問題の制約集合による記述を図4に示す。また、シミュレーションによる求解に用いた問題（頂点数30 エッジ数50）とその解答例を図5(a)と(b)に示す。シミュレーションにより計算量 $O(1)$  並列ステップ数2で大域解の一つに必ず収斂する結果を得た。

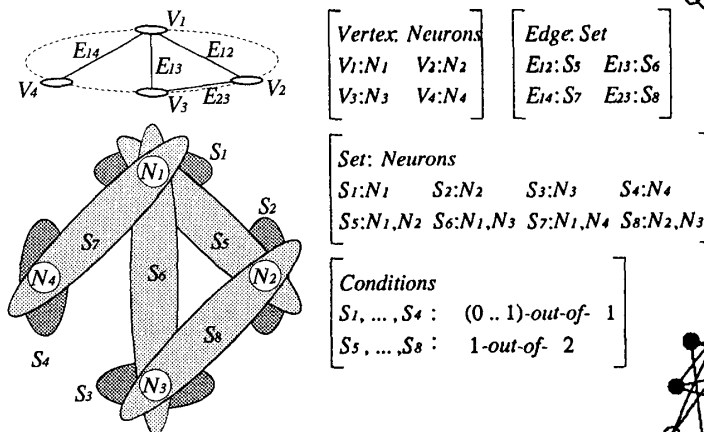


図4. 二分木部分グラフ問題（頂点数4 エッジ数4）の制約集合

## 5. まとめ

シミュレーションによる求解を行ない、並列計算量 $O(1)$ で大域解の一つに必ず収斂する結果を得たが、最適解を得るために十分な制約条件ではないため求解した解がすべて最適解にならない結果を得た。これは制約集合プログラミングにおいて最適化問題のコストを表現する記述方法が確立されていないためであり、今後はこれを改善する必要があると考える。

## 参考文献

- (1) Y. Takefuji: "Neural Network Parallel Computing," Kluwer Academic Publishers, 1992.
- (2) T. Nakagawa, H. Kitagawa, E. W. Page, and G. A. Tagliarni: "SDNN-3: A Simple Processor Architecture for  $O(1)$  Parallel Processing in Combinatorial Optimization with Strictly Digital Neural Networks," *Proc. IJCNN'91, Singapore*, vol. 3, pp. 2444 - 2449, Singapore, 1991.
- (3) T. Nakagawa, K. Murakami, and H. Kitagawa: "Strictly Digital Neurocomputer Based on a Paradigm of Constraint Set Programming for Solving Combinatorial Optimization Problems," *Proc. IEEE ICNN'93, San Francisco*, vol. 2, pp. 1086 - 1091, San Francisco, 1993.

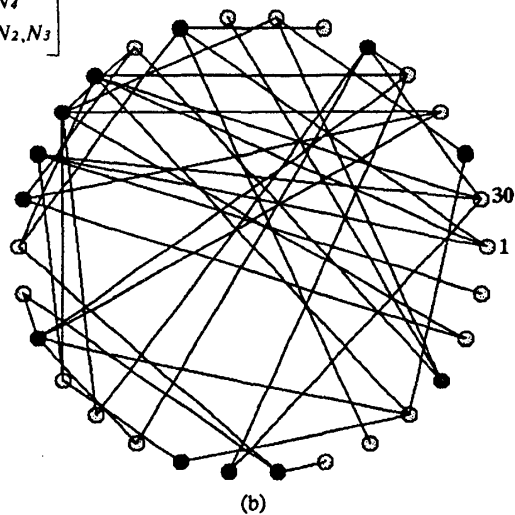
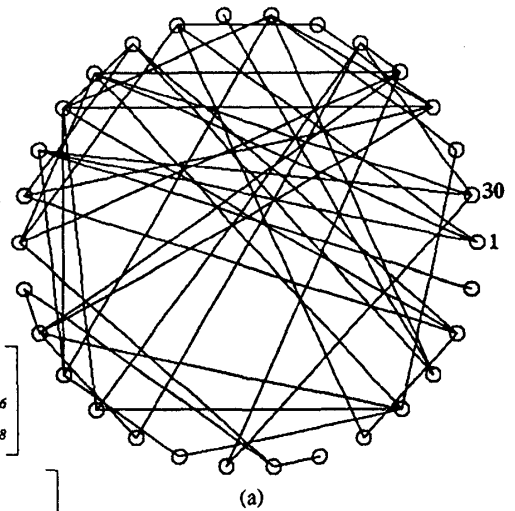


図5. シミュレーションに使用した問題と解答例

- (4) T. Nakagawa and K. Murakami: "Evaluation of Virtual Slack-Neurons for Solving Optimization Problems in Circuit Design Using Neural Networks Based on the Between- $l$ -and- $k$ -out-of- $n$  Design Rule," *Proc. WCNN'93 Portland*, vol. 1, pp. 122 - 125, Portland, 1993.
- (5) K. Murakami, T. Nakagawa, and H. Kitagawa: "A High-speed and Low-cost Parallel Convergence in Coloring Map Problems with Virtual Slack-Neurons," *Proc. WCNN'93, Portland*, vol. 4, pp. 421 - 424, Portland, 1993.
- (6) K. Murakami, T. Nakagawa, and H. Kitagawa: "Solving a Nera-Maximal Graph Planarization Problem Using Strictly Digital Neural Networks with Virtual Slack-Neurons," *Proc. IEEE ICNN'94, Orlando*, vol. 7, pp. 4619 - 4622, Orlando, 1994.
- (7) K. Murakami, T. Nakagawa, and H. Kitagawa: "Solving the Bipartite Subgraph Problems using Strictly Digital Neural Networks with Virtual Slack-Neurons," *Proc. IEEE ICNN'95, Perth*, vol. V, pp. 2636 - 2641, Perth, 1995.