

階層型ニューラルネットワークによる時系列現象の予想

5E-2

青山智夫(宮崎大学), 井須芳美, 長嶋雲兵(お茶の水女子大学)

序

時系列現象を階層型ニューラルネットワークを用いて予想する方法を提案する。この方法は、

- ① 関数の巡回表現という考え方の導入,
- ② 相互に異なる複数のベクトルとスカラー値を対応させる関数の計算,
- ③ 前項でスカラー値と対応づけられたベクトル以外のベクトルの一部をスカラー値に対応させる手段,

の3つからなる。ニューラルネットワークはこの②の部分に関係する。

1. 関数の巡回表現

以下「関数」というとき一価実関数である。測定時刻間隔が等しい時系列データ $\{v\}$ の部分集合 $P_n = \{v_{n-1}, \dots, v_{n-1}, v_n\}$ をパターンという。関数 $f(x)$ の周期を以下のように定義する。

$$G(\theta, \eta) = \int_{\Omega} \{f(x+\theta) - f(x+\eta)\}^2 dx$$

なる関数 $G(\theta, \eta)$ を導入する。 Ω は積分区間である。 $f(x)$ が周期関数の場合、適切な積分区間 Ω をとると、 $G=0$ を満足する跡は等間隔直線である。定数を η' と書くとき $G(\theta, \eta')$ 値の変化は次の関係を満足する。

① $G(\theta, \eta')=0$ となる θ 値 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ は $\theta_2 - \theta_1 = \theta_4 - \theta_3 = \dots$ である。

② $\theta_i \leq \theta \leq \theta_{i+1}$, $\theta_{i+1} \leq \theta' \leq \theta_{i+2}$ である中間の θ, θ' 値に対して、
 $G(\theta, \eta') = G(\theta', \eta')$ とすることができる。

周期関数 $f(x)$ を Ω 区間で離散化しベクトル $\{v\}_{\Omega}$ を得、関数の全区間で定義されたパターンを $\{P\}_{\Omega}$ とすると、 $\{v\}_{\Omega} \in \{P\}_{\Omega} = f(x)$ とすることができる。

[条件A] $\{P\}$ の各パターンが相互に異なり、

[条件B] パターン P_i と任意の実数値 ξ を一対一に対応させる関数 Ξ が存在するならば、 $\xi_1 = \Xi(v_{i+1}), \dots, \xi_i = \Xi(v_n)$, とし、かつ $\{v\} \in \{\xi\}$ とできるならば $\{\dots, P_{n-1}\}$ から P_n を計算することができる。

Expectation of time-dependent phenomena by using neural-networks

Tomo Aoyama(Miyazaki University)

Faculty of Engineering, 1-1 Gakuen Kibanadai, Miyazaki 889-21, Japan)

Yoshimi Isu, Umpei Nagashima(Ochanomizu University)

P_n が $\{P_{n-1}\}$ のあるパターン P_j に同じならば(この条件は条件Aと $\{\text{周期} + \Omega\}$ 分以上のデータがあれば満足される) $P_{n+1} = \{P_n; -v_{n-1+1} + v_j\}$ である。ここで $\{\}$ の中の $-/+$ 記号は集合の要素を除く/追加することを表す。同様にして $\{P_{n+2}, P_{n+3}, \dots\}$ を計算できる。これを関数の巡回表現と呼ぶ。巡回表現には見掛け上関数の「周期」に関する情報が入っていないことが重要である。

2. 周期関数の予想

[条件A]を満足する関数は、 $f(x) = \sin(x)$ とおけば、 $0 < \theta < 2\pi, 0 < \eta < 2\pi, \theta \neq \eta$ において、十分な範囲の Ω をとれば、

$$G(\theta, \eta) = \int_0^{\Omega} \{\sin(x+\theta) - \sin(x+\eta)\}^2 dx \neq 0$$

であるから少なくとも1つは存在する。ゆえに、集合 $\{\sin(mx), \cos(nx); m=1, 2, \dots, n=1, 2, \dots\}$ の各要素の線形結合で表される関数について[条件A]を満足する。

[条件B]を満足する関数 Ξ の機能は、任意のベクトル $\{v\}$ を任意のスカラー量 $\{\xi\}$ に対応させることである。これを $\xi = \Xi(P)$ と書く。 Ξ 関数は階層型ニューラルネットワークで近似的に表せる。従って関数の巡回表現とニューラルネットワークを用いて、有限フーリエ変換できる周期関数の予想が「近似的に」可能である。計算される $f(x)$ の近似関数は $f(x)$ に類似しているが厳密に言えば周期関数ではない。前節の①、②条件が近似的に満足されるカオスの挙動をする関数である。

3. 非周期関数の予想

非周期関数の場合 $\{v\}_\rho \in \{P\}_\Lambda$ ではないので、関数の巡回表現から計算された v_j が $\{P\}$ の各要素とかけ離れている場合は予想できない。しかし演算子 ρ を作用させて $\rho v_j \in \{P\}_\Lambda$ あるいは $v_j \in \rho \{P\}_\Lambda$ とできれば予想が可能である。現在までに見いだされた有効な演算子は次の通りである。

I. 過去のデータに見いだされる局所的データの関係が絶対値の異なる状況でも成立する場合： $\{\rho v_j\} = \{ \{v_1 - \gamma, \dots, v_{i+1} - \gamma; \gamma = \min\{v_1, \dots, v_{i+1}\}\}, \dots \}$ 。

II. 時間発展していく系の中に見いだされる局所的な時間に対して対称的な構造を予想に適用できるとき： $\{P'\} = \{ \{v_{i+1}, \dots, v_i\}, \dots \}$ なるパターン集合 $\{P'\}$ と教師データについて新しく Ξ' 関数をニューラルネットワークで作り($\{P\}$ と $\{P'\}$ の要素が相互に異なる保証がないため)、 Ξ と Ξ' を併用して関数の巡回表現を計算する。両者の切り替えは $\{P\}\{P'\}$ 集合の要素と v_j との距離である。

4. まとめ

本法は関数の離散化ベクトル $\{v\}$ と実数値 ξ の対応関数 Ξ にニューラルネットワークを用いるためネットワークの性質：特に学習点近傍の特徴を継承する。種々の一価実関数で外挿精度を試した結果、多項式近似に較べ長期間の予想機能に優れることが判明した。