

# 可逆 CA 空間上へのBBMの埋め込み

4U-4

吉田威典 米津光浩 中西正和

慶應義塾大学 理工学部 数理科学科

## 1. はじめに

可逆セルオートマトン [1][2] のいくつかのものは非常に簡単な規則に従う枠組みであるにもかかわらず Turing 等価 [2] である。現在までセルオートマトン [1] のシミュレータの多くは各セルの状態遷移を単純なループを使って行われ、暗黙に同期がとられていた。本研究では実際に BBM[2] と呼ばれる可逆物理モデルを扱うことから、各セルを周りの環境と接触するようなプロセスと考え、可逆 CA 空間全体を有限状態のプロセスの同期合成であるとみなす。同期通信による並行プロセスを CCS モデル [4] を用いてセル空間の同期をとることを試みる。CA のサブクラスである 2次元分割 CA(PCA)[2][3] と呼ばれる方法により可逆 CA の設計を行う。

## 2. セルオートマトンと可逆セルオートマトン

セルオートマトン (CA: Cellular Automata) は同一の有限オートマトン (セル) を空間に一様に配置、接続したもので、各々のセルがその隣接セルと情報交換をして状態を変化させることにより、空間全体の状態 (状相) が時刻とともに移り変わっていくようなシステムである。可逆 CA (Reversible CA) は、どの状相もそれに遷移する状相 (つまり直前の時刻の状態) を高々一つしか持たないような CA である。

## 3. 可逆 CA の計算万能性と Fredkin ゲート

一般に CA の計算万能性を示すためには Turing 機械を組み立てられるような論理素子をセル空間内で実現する方法がとられる。Fredkin ゲート [2][3] にお

いて「定数の供給」と「ゴミ情報の発生」を許すことで任意の論理回路が構成できる。Fredkin ゲートを実現するためにはスイッチゲート [2][3] と呼ばれるゲートを用いる。Fredkin ゲートはこれを 2個とその逆ゲート 2個を接続することにより構成できる。

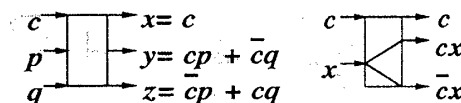


図1: Fredkin ゲート 図2: スイッチゲート

## 4. Billiard Ball Model (BBM)

Fredkin & Toffoli によって考案された可逆物理モデル [2][3] で、任意の可逆論理回路がこれによって実現できる (BBM の空間に Fredkin ゲートを埋めこめることがわかっている)。BBM は、摩擦なしで運動するボールとその軌道を変えるための適当な位置に置くことのできる反射板とを弾性衝突させることによって論理演算をさせるモデルであり、これによって実現された回路はその内部でエネルギーを消費することがない。

## 5. Calculus of Communicating Systems (CCS)

CCS は同期通信による並行プロセスを代数的に取り扱うためのシステムである。CCS では、並行に動作する複数のプロセスが互いに同期通信を行いながら、全体として計算を進めていく。各プロセスの振る舞いは動作式によって記述され、その操作的意味は遷移規則によりラベル付き遷移システムとして与えられる。

形式的にはプロセスはポートの集合である。各ポートは名前、値、継続点からなる 3つ組である。名前  $\alpha$ 、値  $u$ 、継続点  $f$  を持つポートを  $\alpha : \langle u, f \rangle$  のように表す。もし、2つのポートの名前が一致するならば、それらは相補関係にあり、1つは何も付いてなく、他方

Embedding Billiard Ball Model in Reversible Cellular Automata

Takenori YOSHIDA Mitsuhiko YONEZU

Masakazu NAKANISHI

Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Keio University 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama, Kanagawa 223, Japan

はバー付きである。よって名前 $\alpha$ と名前 $\bar{\alpha}$ のポートは相補関係にある。相補関係にあるポートは結合でき、これにより双方のプロセスが通信する路ができる。



図3: プロセス

プロセスの合成

2つのプロセスが通信するとき、それらは互いに情報を交換し、それら自身新たなプロセスへ再構成される。プロセスは相補関係にあるポートを通じて通信する。図4がプロセスの合成  $P_1|P_2$  である。プロセス  $P_1$  と  $P_2$  とは相補関係にあるポート  $\gamma$  と  $\bar{\gamma}$  を通じて結合される。

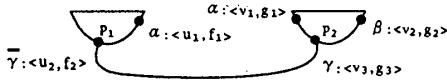


図4:  $P_1$  と  $P_2$  の合成

$$\begin{aligned}
 p_1|p_2 &= \{ \mu : \langle u_1, \lambda x.(f_1(x)|p_2) \rangle \text{ s.t. } \mu : \langle u_1, f_1 \rangle \in p_1 \} \\
 &\cup \{ \bar{\mu} : \langle u_2, \lambda y.(p_1|f_2(y)) \rangle \text{ s.t. } \bar{\mu} : \langle u_2, f_2 \rangle \in p_2 \} \\
 &\cup \{ f_1(u_2)|f_2(u_1) \text{ s.t. } \mu : \langle u_1, f_1 \rangle \in p_1, \bar{\mu} : \langle u_2, f_2 \rangle \in p_2 \}
 \end{aligned}$$

この等式の最初の2行は、外部環境との合成を定義している。最終行は  $p_1$  と  $p_2$  との通信を記述している。つまり、値の交換と各継続点の再合成である。これは同期交換である。このようにしてプロセス・グループは合成され、1つのプロセス・ネットとなる。外界から見るとこのプロセス・ネットは1つのプロセスのように振る舞う。

6. モデル1

図3(左)はセル空間を CCS モデルととらえた場合に形成されるプロセス・ネットである。 $C_{\langle i,j \rangle}$  は座標  $(i,j)$  におけるセルのプロセスを表しており、そのセルには4つの各セルのデータ交換用ポート  $P_{ij} \cdot \uparrow$  (上),  $P_{ij} \cdot \leftarrow$  (左),  $P_{ij} \cdot \downarrow$  (下),  $P_{ij} \cdot \rightarrow$  (右) があり、それぞれ相補関係にあるポート  $\overline{P_{ij} \cdot \uparrow}, \overline{P_{ij} \cdot \leftarrow}, \overline{P_{ij} \cdot \downarrow}, \overline{P_{ij} \cdot \rightarrow}$  との通信が可能である。図3(右)のようにセル空間に存在するすべてのセルを1回ずつ通り抜けるような1本の経路を考える。座標  $(i,j)$  におけるセルに対

して同期信号伝達用ポート  $SIG_{ij}$  があり、相補関係にあるポート  $\overline{SIG_{ij}}$  との通信が可能である。

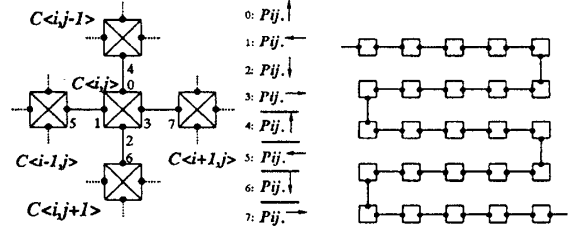


図5: セル空間のプロセス・ネット (1)

7. モデル2

各セルが「セル空間全体に存在する全セルの世代が書かれたタイムテーブル」を持つモデルを考える。各セルはタイムテーブルを隣接セル間で最新の状態に更新していくことにより全セルの状態を知る。座標  $(i,j)$  におけるセルに対して4つのタイムテーブル更新用ポート  $TBL_{ij} \cdot \uparrow$  (上),  $TBL_{ij} \cdot \leftarrow$  (左),  $TBL_{ij} \cdot \downarrow$  (下),  $TBL_{ij} \cdot \rightarrow$  (右) があり、それぞれ相補関係にあるポート  $\overline{TBL_{ij} \cdot \uparrow}, \overline{TBL_{ij} \cdot \leftarrow}, \overline{TBL_{ij} \cdot \downarrow}, \overline{TBL_{ij} \cdot \rightarrow}$  との通信が可能である。

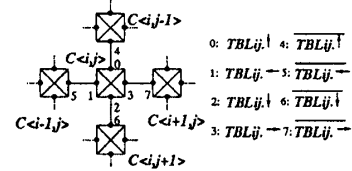


図6: セル空間のプロセス・ネット (2)

8. おわりに

以上2つのモデルではセル空間の世代を進めるのに計算時間が多少かかってしまうが、セル空間の同期が確認された。今後は同期をとる一般的な方法について研究をすすめる方針である。

参考文献

[1] ブライアン・ヘイズ「コンピューターレクリエーション」サイエンス, 14(11), pp.124-133, 1987(竹内郁雄訳)  
 [2] 森田憲一「計算における可逆性」, 情報処理, Vol.35, No.4 pp. 306-321(Apr. 1994).  
 [3] Morita, K. and Ueno, S.: Computation Universal Models of Two-Dimensional 16-State Reversible Cellular Automata, *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, Vol. E 75-D, No.1.1, pp. 141-147 (1992)  
 [4] R.E. フィルマン/D.P. フリードマン共著, 雨宮真人/尾内理紀夫/高橋直久共訳, マグロウヒル『協調型計算システム - 分散型ソフトウェアの技法と道具立て -, 1986